الاقتصاد الجزئي المعمق

تحليل نظري و كمي

للباحثين وطلبة الدراسات العليا

د/السعيد بن لخضر **د/ صورية شنبي**

كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير
جامعة المسيلة - الجزائر

رقم الإيداع : 2022/5731

الترقيم الدولى: 0 - 74 - 6723 - 977 - 978

دار حميثرا للنشر الطبعة الاولى 2022

التوزيع داخل جمهورية مصر العربية والسودان وشمال افريقيا ودول الخليج

جمهورية مصر العربية - القاهرة 26 ش شامبليون

ت : 01113664737 - 01007420665

البريد الالكترونى : Email : homysra@gmail.com

فهرس المحتويات

المحتوى	الصفحة



يتنـاول التحليـل الاقتصـادي الجـزئي تحليـل السـلوك الاقتصـادي على مسـتوى الوحدات الجزئية طبيعيـة كانت أو معنوية، فيتعلق بدراسـة وتحليل سـلوك المسـتهلك كوحدة جزئية تهدف إلى تعظيم منفعتهـا في حدود دخلها وفـق عقلانيـة في اتخاذ القـرارات، وكـذا دراسـة وتحليل سـلوك المنتج الذي يهـدف إلى تعظيـم أرباحـه بالاعتماد على المـوارد المحدودة في الأسـواق ووفقا للأشـكال المختلفـة لهـذه الأسـواق بتصرفـات عقلانيـة وملائمة. فالدراسـة الكميـة للاقتصـاد الجـزئي تقتضي دراسـة نماذجـه الاقتصادية، والتي تقسـم إلى قسـمين: نمـاذج سـاكنة ونمـاذج متحركـة. فالنمـاذج السـاكنة تعتـني بحـالات التـوازن أي الحـالات التي نحافـظ عليها عنـد بلوغها. أمـا النماذج المتحركـة فيدخـل فيهـا عنـصر الزمن سـواء بشـكل صريح أو ضمـني. والذي يظهـر بصيغـة متغـير في الحـالات الصريحـة و المحـددة أو بصيغـة متغيرات تباطؤية.

إن الهـدف الأسـاسي مـن هـذا الكتـاب هـو اسـتعراض النظريـات المختلفـة كمحاولـة لتفسـير السـلوك الاقتصـادي للوحـدات الاقتصاديـة الجزئيـة، فهـو عمـلا يمثـل اتجاهـا حديثـا ومعمقـا في اسـتعراض النظريات المختلفـة الـتي تفـسر السـلوك الاقتصـادي لهـا. كمـا نسـتهدف مـن خلال إعـداد هـذا الكتـاب تقديمـه للطلبـة والمتخصصين بصـورة معمقـة نشرح

مـن خلالهـا نظرية سـلوك الوحـدات الجزئيـة بطريقـة كمية معمقة كقسـم أسـاسي مـن محتـوى الاقتصاد الوحـدوي أو الجـزئي، وإثـراء المكتبـة العربية بإضافـة تحليليـة متميزة في الاقتصـاد الجـزئي المعمـق.

تـم تقسـيم محتـوى هـذا العمـل إلى سـبعة فصول: تعلـق الفصـل الأول بمفاهيـم نظرية حول المسـتهلك وسـلوكه والعوامـل المؤثرة فيه وكـذا نماذج هـذا السـلوك وقياسـه، الفصـل الثـاني تناولنـا فيـه نظريـات الاسـتهلاك والإنتـاج مـن خـلال عملية تحقيـق الأمثلية عـبر الزمن. فـفي تحاليل المدى القصـير نفـترض أن أصحـاب الوحـدات الإنتاجيـة يمتلكـون مصانع بحجم ثابـت. ولكـن أبعـد من هـذا قـرارات تحقيـق الأمثليـة للوحـدات لفترات زمنيـة لاحقـة قـد افـترض أنهـا مسـتقلة، فالمسـتهلك يصرف دخلـه كاملا خـلال الفـترة الزمنية الحاليـة ويحقق الحد الأعلى من مسـتوى مؤثـر منفعته خـلال الفـترة الحاليـة ومعرفة السـلع المسـتهلكة خـلال هذه الفـترة فقط، وبالمثـل فإن دالـة إنتاج الوحـدات الإنتاجيـة تعكس العلاقة بـين المتغيرات والتوابـع خـلال الفـترة الحاليـة ويتـم تحقيـق الحـد الأعلى مـن الربـح للفترة الحاليـة. أما الفصـل الثالث فتعلـق الأمر بأساسـيات نظرية المؤسسـة والتي غالبـا مـا تكون أكـثر تحليلا مـن نظرية المسـتهلك فقـد توسـعت وطبقت على مسـائل واسـعة النطـاق، حيـث يفـترض الاقتصاديـون أن المؤسسـة التي تنتـج السـلع والخدمـات لديهـا هـدف رئيسي هـو تعظيـم الربـح، أي تعظيم الفـرق بـين الإيراد الـكلي والتكاليف الكلية. كمـا تتوقف قرارات المؤسسـة في الإنتـاج وتخصيـص المـوارد على هيكل السـوق الذي تعمـل فيه.

في الفصـل الرابـع تطرقنـا إلى الأنـواع المختلفـة للأسـواق، حيث يعرف السـوق بأنـه ترتيـب أو تنظيم جماعي يتفاعـل في إطاره المنتجون والمشـترون،

لتحديد الأسعار والكميات من السلع والخدمات التي يجب إنتاجها، وتختلف هذه العملية من سوق لآخر تبعا لنوعية السوق والمنتجين والمشترين فيه. وبالنسبة للفصل الخامس فقد تعلق بدراسة وتحليل نظريات المنافسة والألعاب، فالنظريات الرياضية للمجموعات تمثل طريقة بديلة للتطبيق على عدد صغير من حالات السوق المعتمدة على بعضها البعض. وقد مثلت نظرية احتكار القلة النظرية الاقتصادية الكلاسيكية في التفاعل الإستراتيجي بين الشركات، ولكن هذا في الحقيقة مجرد غيض من فيض يمكن للعوامل الاقتصادية فيه أن تتفاعل إستراتيجيا بعدة طرق تمت دراسة العديد بنظام نظرية الألعاب، التي تهتم بالتحليل العام للتفاعل الإستراتيجي وتستخدم لدراسة المنافسات التفاوضية والسلوك الاقتصادي. وتعتبر النماذج الاقتصادية وخصوصا نموذج اقتصاد السوق وسوق المنافسة الكاملة مكانا مثاليا لاختبار فرضيات نظرية الألعاب.

خصص الفصل السادس لإقتصاديات المعلومات، حيث يعد قطاع المعلومات القطاع المتنامي والذي غير بصورة دراماتيكية صورة الاقتصاد العالمي اليوم، إذ أصبحت المعلومات محور اقتصاديات الدول المتقدمة، و المصدر الرئيسي للأرباح بالنسبة للوحدات الاقتصادية الجزئية. أخيرا وفي الفصل السابع تم تقديم تحليلا معمقا لنظرية اقتصاديات الرفاهية والتي تستهدف تقييم الأنظمة الاقتصادية المختلفة واختيار أفضلها من وجهة نظر المجتمع و تتوقف رفاهية المجتمع على مستوى إشباع متعامليه. حيث يمكن قياس مستوى رفاهية مجتمع معين استنادا إلى إمكانية تكوين دالة منفعة واحدة لجميع أفراد هذا المجتمع. كما أن هذه الرفاهية تعتمد على مستويات القناعة والرضا لجميع المستهلكين،

فمعظم البدائل التي تقيم باقتصاديات الرفاهية سوف يكون لها آثارا مرغوبة على للبعض وآثارا غير مرغوبة على الآخرين.

المسيلة في: 2021/06/15

الفصل الأول: نظرية سلوك المستهلك

إن هدف التوسع في نظريات سلوك المستهلك الأساسية، من جميع الجهات قصد الحصول على تعظيم لبعض دوال المنفعة المختلفة الأنواع، سواء كانت الدوال الخطية المقدرة أو دوال المنفعة التجميعية والانفصالية. بالإضافة إلى دوال المنفعة المتجانسة والمتآلفة والتي عرفت دوال المنفعة بدلالة الأسعار والدخل وكذلك أي علاقات أخرى بين المنفعة ودوال الطلب. إضافة إلى نظريات الأفضلية ومن ثم نظريات أخرى هامة تتبع من سلوك المستهلك. مع إثبات أن مجموعة من السلع يمكن أن تعامل كسلعة فردية مركبة إذا كانت أسعار هذه السلع تتغير دائما بنفس النسبة، دون نسيان مقاييس "فائض المستهلك والتي اكتسبها المستهلك من استهلاكه سلعة ما. ومن ثم التوسع في نظرية سلوك المستهلك لتغطية الاختيار تحت ظروف عدم التأكد.

أولا: مفاهيم أساسية في نظرية سلوك المستهلك

تركز النظرية الاقتصادية لسلوك المستهلك على مفهوم الرجل الاقتصادي أو الرجل الرشيد، ويفترض في هذا الرجل أن يكون على دراية تامة بجميع المشاكل التي يواجهها، أو أنه يعرف وقادر على استخدام جميع الحلول البديلة المتاحة أمامه، كما أنه يعرف النتائج التي تنتج من استخدام البديل، وبعد كل ذلك يستطيع أن يتخذ القرار المناسب والرشيد.

1- تعريف سلوك المستهلك

يمكن تعريف سلوك المستهلك بأنه مجموعة التصرفات التي تصدر عن الأفراد، والمرتبطة بشراء واستعمال السلع الاقتصادية والخدمات، بما في ذلك عملية اتخاذ القرارات التي تسبق وتحدد هذه التصرفات. كما يمكن تعريفه على أنه نشاطات الأفراد أثناء اختيار وشراء السلع والخدمات من أجل إشباع رغبات المستهلك، أو أنه النمط الذي يقوم به المستهلك في سلوكه في البحث

أو الشراء، أو الميل نحو خدمة أو سلعة، أو فكرة يتوقع منها إشباع رغباته. أو هو ذلك التصرف الذي يبرزه المستهلك في البحث عن شراء، أو استخدام السلع والخدمات والأفكار، والتي يتوقع أنها ستشبع رغباته أو حاجاته حسب إمكانياته الشرائية المتاحة.

2- أسباب دراسة سلوك المستهلك

من بين أهم العوامل التي زادت من أهمية دراسة سلوك المستهلك نجد:

- زيادة قبول المفهوم التسويقي كفلسفة في المنظمة فأصبح ينظر على المنتج والإستراتيجيات من وجهة نظر المستهلك وليس من وجهة نظر المنتجين، وترتب على هذا المفهوم ضرورة دراسة دوافع ورغبات المستهلكين وتصرفاتهم ومبرراتهم؛
- ارتفاع فشل العديد من المنتجات فأظهرت العديد من الدراسات أن أهم سبب فشل المنتجات هو نتيجة لسوء تخطيط الإستراتيجيات التسويقية لعدم تفهم سلوك المستهلك ودوافعه ورغباته؛
- تعقد عملية اتخاذ قرار الشراء ففاعلية دراسة سلوك المستهلك لا تقتصر على الإجابة عن السؤال الخاص ماذا يشتري الفرد ولكن البحث عن كيفية الشراء لم تعد كافية بل تمتد الدراسة إلى الأطراف المؤثرة في عملية اتخاد القرار، مثل المبادرين بشراء السلعة، والمؤثرين والمشترين والمستعملين للسلعة؛
- تمكن دراسة سلوك المستهلك المؤسسة من معرفة البيئة المحيطة التي تعمل ضمنها، والعوامل المؤثرة فيها، وكذلك خصائص الأفراد المتعاملين معها كمعدل النمو السكاني، ومستوى التعليم، وثقافة المجتمع، وزيادة أوقات الفراغ، وهي بذلك تضمن استمرار المؤسسة في السوق؛
- طبيعة النشاط الاقتصادي ومكانة المستهلك داخل هذا النشاط، فهو متغير أساسي في عملية التبادل؛

- يعتبر كنقطة الوصول للنشاط التسويقي من حيث التطبيق من طرف المؤسسات؛
- تمكين رجال التسويق من تخطيط وتنفيذ وتوجيه حملاتهم الترويجية، إلى الأفراد الأكثر تأثيرا في اتخاذ القرار الشرائي؛
- من المهم التعرف على مضمون المؤثرات الداخلية والخارجية التي تدفع المستهلك الفرد، أو المستهلك الصناعي للتصرف بهذه الطريقة أو تلك،لتحديد ما يحتاجه المستهلكون الحاليون والمحتملون من منافع في السلع أو الخدمات المتاحة في الأسواق المستهدفة؛
- تتمثل الغاية الأساسية من وراء إعداد الخطة التسويقية لأي منظمة، في محاولة إقناع المستهلكين بمنتجاتها لذا يعتبر المستهلك عاملا مهما يجب دراسته بشكل دقيق والتركيز عليه من حيث ماهيته، وأنواعه، والعوامل المؤثرة على سلوكه.

3- التحليل الكلاسيكي لسلوك المستهلك

يهتم بتحليل سلوك المستهلك الذي يحاول أن يخصص ما لديه من دخل نقدي محدود على مجموعة من السلع والخدمات التي يرغب في الحصول عليها وخلال فترة زمنية معينة. هناك مجموعة من العوامل التي تؤثر على ذلك السلوك، لذا فإن هذه النظرية تحاول الإجابة على السؤال الآتي، وهو، كيف يستطيع المستهلك صاحب الدخل النقدي المحدود أن يحصل على أقصى إشباع ممكن، وهو يواجه مجموعة من السلع والخدمات ذات الأسعار المحدودة في السوق، تعتمد هذه النظرية في تحليلها لسلوك المستهلك على بعض الافتراضات التي منها ما يلي:

- أن المستهلك يسلك سلوكا عقلانيا (رشيدا)؛
- أن لدى المستهلك دخلا قديكون محدود؛
- أنه يواجه مجموعة من السلع والخدمات ذات الأسعار المحددة في السوق؛

- ثبات ذوق وتفضيلات المستهلك؛
- يهدف المستهلك إلى تعظيم إشباعه.

4- تقييم نظرية المنفعة القياسية

على الرغم من أهمية التحليل الكلاسيكي فيما يتعلق بسلوك المستهلك، حيث أنه مهد الطريق لتحليل ودراسات أكثر شمولا ودقة، كما أنه وجه الأنظار إلى أهمية هذا الموضوع في مجال النظرية الاقتصادية، وتكمن أهمية هذه النظرية في حل لغز القيمة وسلامة الأساس التي بنيت عليه، كما أن هذه النظرية ساعدت على توضيح الخلفية النظرية لمنحنى الطلب وفهم مبدأ فائض المستهلك، لكن على الرغم من ذلك فإن هذه النظرية واجهت بعض الانتقادات التي منها ما يلي:

- عدم قابلية بعض السلع للتجزئة أو التقسيم تجعل عملية المقارنة بين المنفعة الحدية للوحدات المتتالية المستهلكة من سلعة ما عملية غير ممكنة؛
- تفترض النظرية أنه يمكن قياس المنفعة المشتقة من استهلاك سلعة معينة بوحدات قياس تسمى وحدات منفعة Utile، ولكن في الواقع فإن الشعور بالإشباع أو الرضا أو التذمر لا يمكن قياسه كميا؛
- لقد افترض الكلاسيك أن المستهلك يسلك سلوكا عقلانيا، بينما واقع الحال يشير إلى ظهور الكثير من المؤثرات التي أخذت تؤثر على ذلك السلوك وتبعده عن السلوك العقلاني، كالمحاكاة والتقليد والدعاية والإعلان والعادات والتقاليد الاجتماعية؛
- أكدت على جانب الطلب وأهملت جانب العرض.

5- التحليل الحديث لسلوك المستهلك

نظرا للانتقادات الكثيرة التي واجهت الأسلوب الكلاسيكي لتحليل سلوك المستهلك، خاصة ما يتعلق بصعوبة قياس المنفعة كميا، دفع بعض الاقتصاديين إلى التفكير في إيجاد وسيلة أخرى يمكن الاعتماد عليها في

تحليل سلوك المستهلك بدلا من أداة المنفعة، النظرية الحديثة في تحليل سلوك المستهلك أو نظرية المنفعة الترتيبية من أهم أدواتها منحنيات السواء أي منحنيات الإشباع المتماثل والمعدل الحدي للإحلال أو الاستبدال بين سلعتين واستخدامات منحنيات السواء في المفاضلة بين الدخل والفراغ وفي تقييم السياسات الاقتصادية البديلة وفي قياس فائض المستهلك.

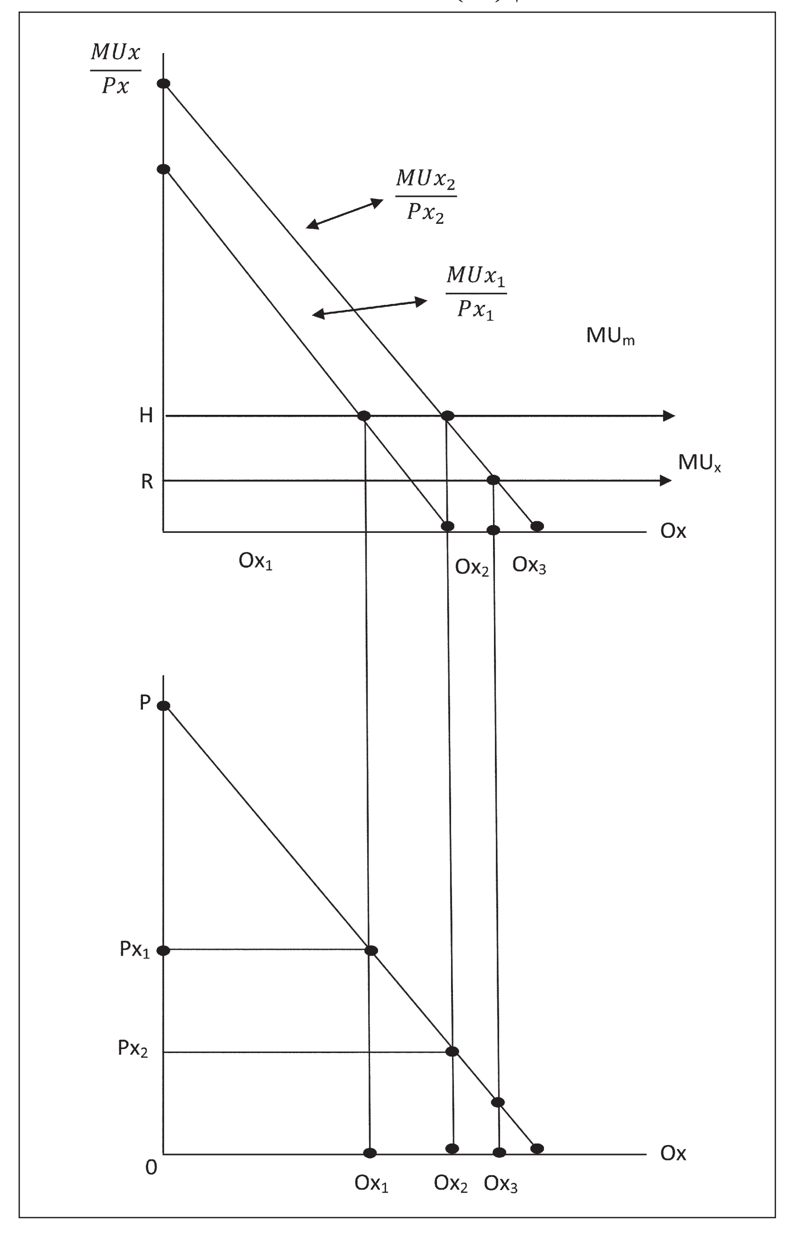
ثانيا: نظرية المنفعة الحدية المعدلة

نظرية مارشال في تحليل سلوك المستهلك واجهت انتقادات عديدة، خاصة بالنسبة إلى افتراض ثبات المنفعة الحدية للنقود، وبالتالي إلغاء تأثير الدخل الحقيقي عند تحليل أثر تغيير أسعار السلع على طلب المستهلك. وافتراض مبدأ استقلالية المنافع للسلع المختلفة، وبالتالي إمكانية جمعها، وبهذا استبعدت النظرية العلاقات التبادلية والتكاملية بين السلع.

تطرق إلى هذين الافتراضين كثير من الاقتصاديين أمثال بلاغ ، وبيلاس ، حيث قدما نظرية مواءمة المنفعة الحدية بدون الاعتماد على هذين الافتراضين، وبهذا استطاعا الأخذ بنظر الاعتبار تأثير الدخل والإحلال في تفسير تأثير التغير في السعر على سلوك المستهلك وتبريرها قانون الطلب. كذلك استطاعا من تفسير ظاهرة سلع جيفن التي تُعرف بأنه السلع التي إذا زاد دخل الفرد لن يزداد الطلب عليها بل قد يتناقص، والتي وتدعى أيضا بالسلع الرديئة أو الدنيا. كذلك أدخلا العلاقات التكاملية والتبادلية بين السلع في عمليات تحليل الطلب وسلوك المستهلك.

ومنه نستنتج بأنه قد استبعد افتراض ثبات المنفعة الحدية للنقود ومبدأ استقلالية المنافع، لكنه احتفظ بمبدأ قياس المنفعة عدديا. وبهذا يمكن أن تعتبر نظريتهم ضمن التحليل الكمي للمنفعة. واعتمادا على افتراضات النظرية المعدلة إذا يمكن اشتقاق منحنى الطلب وتحليل سلوك المستهلك.

الشكل رقم (01): نظرية المنفعة الحدية المعدلة.



ترمز (MU_x) إلى المنفعة الحدية للسلعة (X) ويرمز (P_x) إلى سعر السلعة (X) كما ترمز كلا من (Qx_1) (Qx_2) (Qx_3) إلى الكميات المطلوبة من السلعة (X). كما ترمز (MU_m) إلى المنفعة الحدية للنقود.

لقد اعتمد Leftwich في تحليله البياني المتمثل في الشكل السابق على نظرية المنفعة الحدية المعدلة مع الأخذ بنظر الاعتبار تأثير الدخل والإحلال بالإضافة، فإن في هذه الخطوة يكون قد اقترب من تحليل منحنيات السواء.

وفي الشكل البياني أعلاه تعبر $\frac{MUx}{Px}$ عن المنفعة الحدية الموزونة المرجحة ، فعند السعر (Px_1) تكون المنفعة الحدية المرجحة المرافقة لهذا السعر هي$\frac{MUx_1}{Px}$، وأن المسافة (OH) تعبر عن المنفعة الحدية للنقود. فالمستهلك يقتني (Qx_1) عند تحقيق وضع التوازن كما يلي:

$$MU_m = \frac{MUx}{Px}$$

فإذا انخفض السعر إلى (Px_2) فإن خط المنفعة الحدية المرجحة سينتقل إلى اليمين موازيا إلى $\frac{MUx_2}{Px_2}$ وعند افتراض ثبات (MU_m) فإن الكمية المطلوبة الجديدة هي (Qx_2)، عندئذ تصبح الزيادة في الكمية المستهلكة تعادل ($Qx_1 - Qx_2$) نتيجة لانخفاض سعر السلعة (X). وتعد هذه المسافة مقياسا لأثر الإحلال، إضافة إلى ذلك فإن انخفاض السعر يؤدي إلى زيادة الدخل الحقيقي للفرد والذي بدوره يؤدي إلى انخفاض في (MU) للنقود.

ولو فرضنا انخفاض (MU_m) بسبب زيادة الدخل الحقيقي من (OH) إلى (OR) فإن المستهلك في هذه الحالة يستهلك (Qx_3) من السلعة (X) وتصبح الزيادة من (Ox_2) إلى (Ox_3) مقياسا لتأثير الدخل الحقيقي نتيجة لانخفاض السعر. ونستنتج من ذلك بأن الزيادة التي حصلت في الكمية المستهلكة من (Q_1) إلى (Q_3) جاءت بسبب أثر السعر وهي حصيلة للأثرين الدخل والإحلال معا.

استنادا إلى هذا التحليل فإن الشكل البياني السابق يعبر عن أسلوب اشتقاق منحنى الطلب للمستهلك، وضمن المعلومات المتوفرة للمستهلك والتي تنعكس في الشكل البياني نفسه.

إن هذا التحليل ينحرف عن تحليل مارشال في اشتقاق منحنى الطلب حيث تم تحليل تأثيري الدخل والإحلال نتيجة لتغير السعر. كحصيلة لجمع الأثرين الدخل والإحلال فإن الكمية المطلوبة للمستهلك تزداد كلما انخفض سعر السلعة. ويصبح ميل منحنى الطلب سالبا نتيجة لذلك، ما عدا الحالات الاستثنائية مثل السلع الدنيا والتي يكون تأثير الدخل عليها سالبا، عندئذ يصبح ميل منحنى الطلب موجبا.

من التحديات المهمة الأخرى التي تعرضت لها نظرية مارشال للمنفعة الحدية هي نظرية منحنيات السواء وتطوراتها، ابتداء من ادجورث عام 1881، مع إضافة بعض التعديلات من قبل باريتو عام 1906. ولكن نقطة التحول الأساسية جاءت مع الاقتصاديين Hicks-Allen. وتطورت نظرية منحنيات السواء عام 1930 بشكلها المتكامل. وجاءت التحديات الأكثر أهمية لنظرية مارشال على يد كل من فون نومان ومورجستيرن حيث بلورا نظرية المنفعة الحدية الحديثة التي ستكون موضوع التحليل في الفقرة التالية.

ثالثا: التقدير الخطي لدوال المنفعة

لعدة سنوات قام علماء الاقتصاد النظري بمعالجة وتحليل سلوك المستهلكين للحصول على تعظيم المنفعة وقام في نفس الوقت علماء الاقتصاد التطبيقي أو القياسي بتقدير طلبات ونفقات المستهلك بدون اتصال مع بعضهم البعض إلا نادرا، فالنظريون يقدمون بعض الأمثلة التي لا تساعد كثيرا في العمل التطبيقي، والتطبيقيون يعطون تقديرات لبعض العلاقات التي ليس لها ارتباط، إلا القليل، بطريقة الحصول على الحد الأعلى للمنفعة، ولكن لحسن الحظ، فقد قصرت الهوة بين الاثنين وقدمت أمثلة لها قاعدة نظرية سليمة تسمح بالتقديرات التطبيقية عليها. ونعطي هنا مثالا لهذا:

مثال: نفرض أن دالة المنفعة لـ Klein-Rubin أو Stone-Geary، حول «مؤشر المنفعة الثابت لمستوى المعيشه» أو «ملاحظة على مؤشر المنفعة الثابت لمستوى المعيشة» وكذلك «أنظمة الإنفاق الخطية وتحاليل الطلب: تطبيقا على أنماط

الطلب الرياضية ، هي معطاة كالتالي:

$$U= \alpha_1 \ In \ (q_1-y_1)+\alpha_2 \ In \ (q_2-y_2)$$

في المجال $q_1>y_1,\ q_2>y_2$. ويمكن تعريف المجاهيل على أنها الكميات الموجبة للحد الأدنى من المعيشة ونفترض أنها موجبة. وبتطبيق تحويلة التزايد الموجبة: $U' = U/(\alpha_1+\alpha_2)$ نحصل على :

$$.U'= \beta_1 \ In \ (q_1-y_1) + \beta_2 \ In \ (q_2-y_2)$$

وتسمى العوامل β_2, β_1 (بحيث أن $(\beta_1+\beta_2=1)$ عوامل المشاركة وتكون الدالة Z بحيث أن:

$$Z= \beta_1 \ In \ (q_1-y_1) +\beta_2 \ In \ (q_2-y_2) +\lambda(y-p_1q_1-p_2q_2)$$

بتعظيمها أي نضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية للصفر نحصل على:

$$\frac{\partial Z}{\partial q_1} = \frac{\beta_1}{q_1-y_1} -\lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial q_2} = \frac{\beta_2}{q_2-y_2} -\lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = y-p_1q_1-p_2q_2 = 0 \text{.........} \quad (01)$$

ويمكن إثبات تحقق الشرط الثاني أي أن المنفعة الحدية للدخل تكون في تناقص بالنسبة لهذا المثال وبحل المعادلة (01) للكميات القصوى نحصل على دوال الطلب التالية:

$$q_1 = y_1 + \frac{\beta_1}{p_1}(y-p_1y_1-p_2y_2)$$

$$q_2 = y_2 + \frac{\beta_2}{p_2}(y-p_1y_1-p_2y_2) \text{ .... } (02)$$

وبضرب المعادلة الأولى بالسعر p1 والثانية بالسعر p2 نحصل على دوال الإنفاق التالية:

$p_1q_2 = p_1y_1 + \beta_1(y\text{-}p_1y_1\text{-}p_2y_2)$............ (03)

$p_2q_2 = p_2y_2 + \beta_2(y\text{-}p_1y_1\text{-}p_2y_2)$

وهذه المعادلات هي معادلات خطية (أي معادلات من الدرجة الأولى) بالنسبة للدخل والأسعار وعليه فإنها مناسبة لتحليل الانحدارات الخطية.

رابعا: دوال المنفعة القابلة للجمع والانفصال

لقد تم افتراض أن دوال المنفعة لها صفات خاصة منها قابلية الاشتقاق وأنها دوال متزايدة وأنها كذلك شبه مقعرة بانضباط تام. هناك خواص لدوال المنفعة والتي تحقق بعض الافتراضات الإضافية العامة. ومن هذه الخواص، خاصية قابلية الانفصال ومضمونها بأن دالة المنفعة لها خاصية الانفصال الشديد في جميع متغيراتها المستقلة إذا تم كتابتها على النحو التالي:

$U = F\left[\sum_{i=1}^{n} f_i^0(q_i)\right]$ .... (04)

بحيث أنU وq_i تمثلان دالتان متزايدتان ومثال ذلك الدالة:

$U = In(q_1^{\alpha} + q_2^{\beta} + q_3^{y})$

ونقول بأن لدالة المنفعة لها قابلية الجمع إذا كان يمكن كتابتها على النحو التالي:

$U = F\left[\sum_{i=1}^{n} f_i(q_i)\right]$................ (05)

بحيث أن f_i تمثل مجموعة دوال متزايدة. وخاصية قابلية الجمع ما هي إلا حالة خاصة لمقابلة الانفصال ومثال قابلية الجمع هو الدالة: $U = q_1^{\alpha} + q_2^{\beta} + q_3^{y}$. وأن أي دالة منفعة والتي لها تحويلة تزايدية قابلة للجمع يمكن معاملتها على أنها قابلة للجمع لكل النظريات القابلة للتطبيق في الدوال القابلة للجمع فالدالة: $U = q_1^{\alpha}q_2$ قابلة للانفصال ولكنها لا تظهر على أنها قابلة للجمع ولكن تحويلة اللوغاريتم الطبيعي لها: $F(U) = \alpha\, In\, q_1 + In\, q_2$ قابل للجمع

وكذلك في مضاد اللوغاريتم الطبيعي للدالة: $U = In(q_1^{\alpha} + q_2^{\beta} + q_3^{y})$ فإنها قابلة للجمع بشدة.

وبتفاضل المعادلة (04) بالنسبة للكميات q_i وq_j وبقسمة اشتقاق بآخر نحصل على:

$$RCS = \frac{F'f_i'}{F'f_i'} = \frac{f_i'}{f_i'} \quad \text{..............} (06)$$

وينتج من المعادلة أن المنفعة الحدية، بوجه عام، لكل سلعة تعتمد اعتمادا تاما على كميات جميع السلع الأخرى. ولكن المعادلة توضح أن المعدل الحدي للاحلال RCS بين Q_i وQ_j يعتمد فقط على الكميات q_i وq_j ونتيجة لهذا فإن افتراض قابلية الانفصال بشدة يسمح لنا بالتحاليل الزوجية والتي لم تكن ممكنة في الحالة العامة. ودالة المنفعة القابلة للجمع لها الخاصية التي تنص على أن جميع الاشتقاقات الجزئية المتداخلة تساوي صفرا بمعنى أن: $\partial^2 U/\ \partial q_i \partial q_i = 0$ لجميع قيم $i{\neq}j$ وأن شرط شبه التقعر المنضبط في حالة وجود متغيرين هو: $f_{11}f_2^2 + f_{22}f_1^2 < 0$

وتعرف دالة المنفعة بأنها قابلة للانفصال بالضعف إذا كان من الممكن تقسيم المجاهيل إلى مجموعتين أو أكثر مثل $(q_1,\ldots\ldots,q_k)$ وكذلك $(q_{k+1},\ldots\ldots q_n)$ بحيث أن:

$$U=F[f_1(q_1,\ldots..,q_k)+f_2(q_{k+1},\ldots,q_n)]$$

وتعرف الدالة بأنها قابلة للجمع بالضعف إذا كان:

$$U= f_1(q_1,\ldots..,q_k)+f_2(q_{k+1},\ldots,q_n)$$

ونقصد بالانفصال هنا أن جميع RCS لكل أزواج المتغيرات داخل المجموعة الواحدة لا تتأثر بالكميات للمتغيرات خارج مجموعتها، ونقصد، كذلك بقابلية الجمع جميع الاشتقاقات المتداخلة، لأزواج المتغيرات في المجموعات المختلفة تساوي صفرا.

خامسا: دوال المنفعة المتجانسة والمتآلفة

تعرف دالة المنفعة بأنها متجانسة من درجة K إذا كان:

$$U= f(tq_1,\ldots,tq_n)=t^k f(q_1,\ldots,q_n)..........(07)$$

بحيث أن k ثابت وt اي رقم حقيقي موجب بحيث أن $(fq_1,\ldots,tq_n)$ تكون ضمن مجال الدالة والاشتقاقات الجزئية لدالة متجانسة من درجة k تكون أيضا متجانسة ولكن من درجة k-1 وبمفاضلة المعادلة (07) جزئيا بالنسبة للمتغير q_i مستخدمين قاعدة دالة الدالة من الناحية اليسرى لنحصل على:

$$tf_i(tq_i,\ldots,tq_n)= t^k f_i(q_1,\ldots,q_n)$$

وبهذا نحصل على RCS للسلع Q_i وQ_j كالتالي:

$$\frac{tf_i(tq_1,\ldots\ldots,tq_n)}{tf_j(tq_1,\ldots\ldots,tq_n)}=\frac{t^{k-1}(q_1,\ldots\ldots,q_n)}{t^{k-1}f_j(q_1,\ldots\ldots,tq_n)}=\frac{f_i(q_1,\ldots\ldots,q_n)}{f_j(q_1,\ldots\ldots,tq_n)}$$

مبينا أن RCS لم يتغير بالنسبة للتغيرات النسبية في مستويات الاستهلاك وأنه كذلك، إذا كان المستهلك لا يفرق بين مجموعتين من السلع من حيث الأفضلية فإنه سوف لا يفرق أيضا من حيث الأفضلية، بين أي مجموعتين أخرتين هما بمثابة تكرار للمجموعة الأولى.

أما بالنسبة إلى منحنيات السواء والتي تمثل، هنا دالتان مختلفتان من دوال المنفعة فإنها واحدة إذا كانت إحدى الدالتين دالة متزايدة مطردة بالنسبة للدالة الثانية، وبالتالي فإن خواص الدوال المتجانسة، هي نفسها خواص جمع الدوال التزايد به المطردة للدوال المتجانسة. وهذه الدوال المنفعية والتي تدخل ضمن إطار هذا النمط العام والذي يضم الدوال المتجانسة، تسمى دوال متآلفة، فإذا كانت دالة المنفعة من الدوال المتآلفة فإن معدلات تعويض السلع سوف يعتمد على كميات السلع النسبية بدلا من كميات السلع المطلقة ويمكن معرفة ما إذا كانت دالة منفعة معينة دالة تآلفية بفحص معادلات RCS وعلى سبيل المثال، فإن الدالة $U= \alpha\text{-}1/q_1^{\alpha}q_2$ ليست دالة متجانسة ولكنها دالة متآلفة حيث أن: $f_1/f_2= \alpha q_2/q_1$.

سادسا: دوال المنفعة غير مباشرة والازدواجية في الاستهلاك

1 - دوال المنفعة غير مباشرة:

إذا افترضنا أن $v_i=p_i/y$ فإن شرط قيد ميزانية المستهلك يمكن كتابته الآن على النحو التالي:

$$1=\sum_{i=1}^{n} v_i\, q_i \text{.....}(08)$$

وبما أن الحلول التي تؤدي إلى الحصول على الحد الأعلى متجانسة من درجة صفر بالنسبة للدخل والأسعار فإن هذه التحويلة لن تفقد المعادلة الأصلية شيئا وإنما الغرض هو لوضع الأسعار في وضعها الطبيعي أو الاعتيادي فالمعادلة بالإضافة إلى دالة المنفعة $U= f(q_1,\ldots\ldots q_n)$ تعطي شروط الدرجة الأولى للحصول على الحد الأعلى الآتية:

$$f_i-\lambda v_i=0 \quad i=1,\ldots,n$$

$$1-\sum_{i=1}^{n} v_i q_i=0 \text{ .... } (09)$$

ونتحصل على دوال الطلب العادية بحل المعادلات السابقة:

$$Q_i= Di(v_i,\ldots\ldots\ldots,v_n) \text{ .... } (10)$$

وعليه نعرف دالة المنفعة غير المباشرة $g(v_i,\ldots..,v_n)$ على النحو التالي:

$$U=f[D_i(v_1,\ldots\ldots,v_n),\ldots,D_n(v_1,\ldots\ldots,v_n)]=g(v_1,\ldots.,v_n) \text{ ....}(11)$$

وهذه الدالة تعطي الحد الأعلى للمنفعة بدلالة الأسعار الاعتيادية أو الطبيعية وتعكس درجة الحصول على هذا الحد وكذلك تعكس أسعار السوق بينما دالة المنفعة العادية تصف أفضليات المستهلك مستقلة بذلك عن ظاهرة السوق. وبتطبيق قاعدة الدالة المركبة على المعادلة (08) نحصل على:

$$g_j=\sum_{i=1}^{n} f_u \frac{\partial q_i}{\partial v_j}=\lambda \sum_{i=1}^{n} v_i \frac{\partial q_i}{\partial v_j} \quad j=1,\ldots..n \ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

حيث أن المتساويات الثانية مبنية على المعادلة (09) وبأخذ الاشتقاق الجزئي للمعادلة (08) بالنسبة للمجهول vi نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i \frac{\partial q_i}{\partial v_j} = -q_j \quad j = 1, \ldots . . n$$

وعلى هذا فإن المعادلة (12) تتطلب أن:

$$q_{j=}\frac{g_i}{\lambda} \qquad j = 1, \ldots . . n \qquad .... \quad (13)$$

والتي تسمى بمحايدة Roy وطلبات السلع المثالي ترتبط باشتقاقات دالة المنفعة غير مباشرة وكذلك القيمة المثلى لمضاعف لاغرانج (وهي المنفعة الحدية للدخل) وبتعويض المعادلة (13) في آخر معادلة من معادلات (09) نحصل على: $\lambda = -\sum_{i=1}^{n} v_i g_i$ ، بالإضافة إلى:

$$q_j = \frac{g_j}{\sum_{i=1}^{n} v_i g_i} \qquad j = 1, \ldots \ldots . . . , n$$

وهذه تعطينا نموذجا بديلا لمحايدة Roy.

الآن لنفرض مسألة تتطلب الحصول على الحد الأمثل بحيث أن المطلوب هو إيجاد الحد الأدنى للمعادلة (11) تحت شرط المعادلة (08) على أن تكون الأسعار الاعتيادية كمتغيرات والكميات متغيرة القيمة ولذلك تكون الدالة:

$$z = g(v_1, \ldots \ldots, v_n) + \mu\left(\sum_{i=1}^{n} v_i g_i - 1\right)$$

وبوضع اشتقاقاتها مساوية للصفر نحصل على:

$$\frac{\partial Z}{\partial v_i} = g_i\text{-}\mu q_i = 0 \quad i = 1, \ldots . , n$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{n} v_i q_i - 1 = 0 \quad ....(14)$$

ونحصل على معكوس دوال الطلب « بحل المعادلة (14) من أجل الأسعار بدلالة الكميات على النحو التالي:

$V_i = V_i(q_1,\ldots\ldots,q_n)$ ....(15)

وأخيرا، نعرف دالة المنفعة المباشرة $h(q_i,\ldots\ldots,q_n)$ كالتالي:

$U = g[V_1(q_1,\ldots.,q_n),\ldots,V_n(q_1,\ldots,q_n)] = h(q_1,\ldots..,q_n)$ ....(16)

وهذا يعطي موازاة للمسألة المباشرة والتي فيها كانت الكميات متغيرة والأسعار لها قيم متغيرة.

2 - نظريات الازدواجية:

يمكن وصف العلاقات بين دوال المنفعة المباشرة وغير المباشرة بمجموعة من النظريات الازدواجية ونعطي هنا بعض النظريات التوضيحية بدون إثبات.

1-2- النظرية الأولى: افترض أن f تمثل دالة محدودة متزايدة شبه مقعرة بانضباط متمشية مع الافتراض الداخلي، والذي ينص على أن منفعة أي مجموعة من السلع والتي بها، كمية أو أكثر مساوية للصفر تكون أقل من المنفعة لأي مجموعة من السلع والتي تكون كمياتها كلها موجبة. والدالة g التي تقررت بالمعادلة (11) هي دالة محددة متناقصة شبه محدبة بانضباط بالنسبة للأسعار الموجبة. تعرف الدالة $g(v)$ بحيث أن v تمثل كمية متجهة vector لها n من الحدود بأنها شبه محدبة إذا كان:

$g[\lambda v^{(1)}+(1-\lambda)v^{(2)}] < \max\ [g(v^{(1)}.g^{(v2)}]$

لجميع $1>\lambda>0$ وكذلك لجميع أزواج النقاط $v^{(1)}$، $v^{(2)}$ ضمن مجال الدالة.

2-2- النظرية الثانية: افترض أن g تمثل دالة محددة متناقصة شبه محدبة بانضباط بالنسبة للأسعار الموجبة. فإن الدالة h والتي تقررت بالمعادلة (16) تكون دالة محددة متزايدة شبه مقعرة بانضباط منظم.

3-2- النظرية الثالثة: وعلى حسب الافتراضات السابقة فإن:

$$h(q_1,\ldots,q_n)=g[V_1(q_1,\ldots,q_n),\ldots..,V_n(q_i,\ldots,q_n)]$$

وكذلك:

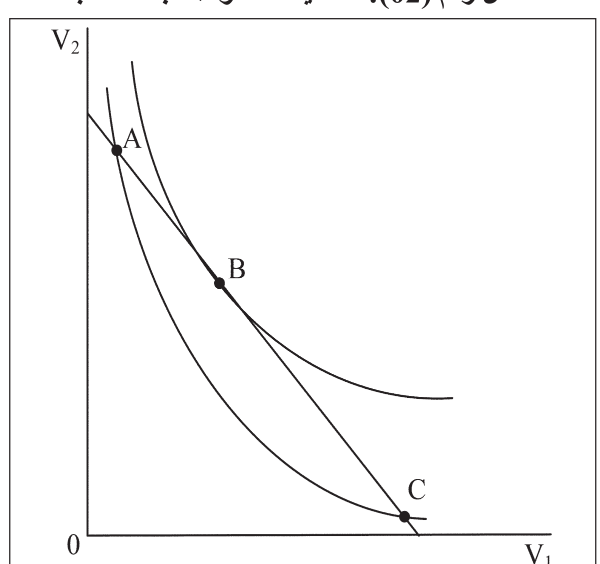
$$g(v_1,\ldots,v_n)=h[D_1(v_1,\ldots,v_n),\ldots..,D_n(v_i,\ldots,v_n)]$$

فدالة المنفعة المباشرة والتي تقررت عن طريق دالة المنفعة غير مباشرة تكون بالضبط مثل دالة المنفعة المباشرة والتي هي نفسها التي قررت دالة المنفعة غير مباشرة.

لقد شقت الازدواجية في الاستهلاك الطريق إلى ارتباط وثيق بين الطلب ودوال المنفعة من أجل عمل دراسات تطبيعية على الطلب، وأنه يمكن في بعض الأحيان التخطي من دوال الطلب إلى دالة المنفعة الغير مباشرة باستخدام محايدة روى، ومن ثم إلى دالة المنفعة المباشرة المطابقة، ويمكن أيضا الاستعانة بالازدواجية في التحاليل المقارنة الساكنة، ونجد أيضا نظائر لدالة المنفعة الغير المباشرة في خواص التآلف وقابلية الانفصال وقابلية الجمع ولهذا فإنه من الممكن القيام بتحاليل نظرية عديدة بدلالة دالة المنفعة المباشرة أو الغير مباشرة وحسب أيهما أسهل.

مثال: بفرض أن دالة المنفعة غير مباشرة $g=\alpha\text{-}riv_2$ حيث أن منحنيات السواء الشبه محدبة معطاة على الشكل (01)، وعلى كل حال فإن منحنيات السواء تكون محدبة في كلا الحالتين وبالرغم من هذا فإنه يوجد فرق رئيسي بينهما. ففي الشكل تزداد المنفعة كلما تحرك المستهلك تجاه نقطة الأصل وأن جميع النقاط الداخلية للخط AC تعطي مستويات للمنفعة أقل من المستويات والتي تعطيها النقطتين والفرق بين شبه التقعر وشبه التحدب هو في الاتجاه الذي تزداد فيه المنفعة وليس في شكل منحنيات السواء. والنقطة B تعطي الحد الأدنى للمنفعة تحت شرط ميزانية المستهلك.

الشكل رقم (02): منحنيات السواء شبه المحدبة



ويمكن الحصول على منحنيات الطلب لهذا المثال باستخدام المعادلة (13) كما يلي:

$$q_1 = \frac{2}{3v_1} \quad q_2 = \frac{1}{3v_2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (17)$$

وبعملية الحصول على الحد الأدنى لدالة معينة يمكن التحقق من أن معكوس دوال الطلب تكون كالتالي:

$$v_1 = \frac{2}{3q_1} \quad v_2 = \frac{1}{3q_2}$$

وكذلك نجد أن دالة المنفعة المباشرة المطابقة هي:

$$U = a\text{-}\left(\frac{2}{3q_1}\right)^2 \frac{1}{3q_2} = a\text{-}\frac{4}{27q_1^2q_2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (18)$$

وهذه دالة متزايدة شبه مقعرة بانضباط. ولقد لوحظ في الأمثلة الماضية أن دالة المنفعة $U^*=q_1^2q_2$ تولد دوال الطلب المعطاة في (17) وعليه فإن المعادلة (18) لابد وأن تكون تحويلية متزايدة مطردة لهذه الدالة والتحويلة في هذه الحالة هي:

$$U = a + \frac{4}{27}\left(\frac{1}{U^*}\right)$$

وأخيرا نلاحظ أن:

$$U = a\text{-}\frac{4}{27(2/3v_1)^2(1\ \ /3v_2)} = a\text{-}v_1^2 v_2$$

والتي تقرر الازدواجية.

4-2- ازدواجية الإنفاق والمنفعة: لنفترض أن المطلوب هو الحصول على الحد الأدنى للإنفاق والتي هي من الضروري للحصول على مستوى معين من المنفعة. فعندما نتحصل عن طريق الحل على qi فإننا نتحصل على دوال الطلب التعويضية. فإذا عوضنا في $\sum_{i=1}^{n} p_i q_i$ بحلول q_i فإننا سوف نحصل على دالة الإنفاق $E(p_1,\ldots..,p_n U^0)$ والتي تعطي الحد الأدنى للإنفاق والضرورية للحصول على مستوى معين من المنفعة ومن السهولة إثبات أن E تكون دالة متجانسة بدرجة واحدة بالنسبة للأسعار وأنها متزايدة باطراد بالنسبة لـ U^0 ويمكن أيضا إثبات أن دالة الإنفاق، والمطابقة لدالة المنفعة شبه المقعرة تماما منتظم والتي لا تقبل أي تشبع، تكون مقعرة بالنسبة للأسعار. وأخيرا فإن مسلمة Shephard تنص على أن الاشتقاقات الجزئية للدالة E بالنسبة للسعر في المرتبة i هو دالة الطلب التعويضية في المرتبة ويمكن إثبات هذه المسلمة كالتالي:

نرمز لدالة الطلب التعويضية في المرتبة i بالدالة: $q_i = q_i(p_1,\ldots\ldots p_n, U^0)$

فإذا كان: $E(p_1, \ldots \ldots . p_n, U^0) = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i(p_1, \ldots \ldots . p_n, U^0)$

وأن:

$$\frac{\partial E}{\partial p_i} = q_i(p_1, \ldots \ldots . p_n, U^0) + \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial q_i(p_1, \ldots \ldots . p_n, U^0)}{\partial p_i}$$

ولكن الحصول على دوال الطلب التعويضية يتم عن طريق الحصول على الحد الأدنى للإنفاق لمستوى معطى من المنفعة وهو U^0 وعلى ذلك، فإن التغير في مجموع الإنفاق، والناتج عن تغير بسيط في الأسعار، يكون صفرا وبالتالي فإن الحد الثاني من المعادلة السابقة يكون صفرا وأن:

$$\partial E/\partial q_i = q_i(p_1, \ldots \ldots . p_n, U^0).$$

مثال: في المثال السابق توصلنا إلى المعادلات (17) و(18) والتي سوف تعطينا هنا دوال الطلب التعويضية التالية:

$$q_1 = \frac{2^{1/3} p_2^{1/3} (U^0)^{1/3}}{p_1^{1/3}} \quad q_2 = \frac{p_1^{2/3} (U^0)^{1/3}}{p^{2/3} p_2^{2/3}}$$

ونحصل كذلك على دالة المنصرفات التالية:

$$E = p_1^{2/3} p_2^{1/3} (U^0)^{1/3} (2^{1/3} + 2^{-2/3})$$

ويمكن تحقيق مسلمة شيفارد بسهولة بتفاضل E جزئيا بالنسبة p_2, p_1 على التوالي.

إن الازدواجية بين دوال المنفعة والمنصرفات تكون مطابقة تماما للازدواجية بين دوال التكلفة ودوال الإنتاج.

سابعا: نظرية الأفضلية الموضحة أو التفضيل المستبان

هذه النظرية للاقتصادي سامولسن 1938، ولقد أحدثت تحول في نظرية الطلب وذلك لأنها استطاعت اشتقاق منحى الطلب دون استخدام منحنيات السواء ودون استخدام فروض غير واقعية. حيث يعتمد سامولسن على افتراض أساسي وهو أن المنافع المتوخاة من الاستهلاك السلعي تكون قابلة للمقارنة وليس للقياس العددي، وذلك مثلما تفترض نظرية المنفعة الحدية الكلاسيكية والنيوكلاسيكية والحدية المعدلة. وبهذا الشأن، يمكن اعتبارها ضمن النظريات الترتيبية، لأن سامولسن يعتقد أن ملاحظة ومتابعة تفضيلات المستهلك في السوق أمر يوفر معلومات عن سلوكيته دون الحاجة إلى دالة المنفعة.

1 - مفاهيم عامة حول النظرية

تعرضت نظرية منحنيات السواء لانتقادات عديدة بسبب الافتراضات الأساسية التي يقوم عليها التحليل، حيث تفترض أن المستهلك قادر على

تحديد وترتيب كافة المجموعات السلعية التي يرغب في الحصول عليها وفقا لمستويات الإشباع التي يستمدها من كل منها. حيث تحتوي خريطة السواء للمستهلك على عدد غير محدود من المجموعات السلعية المتساوية والمختلفة في الإشباع، وهناك شك في إمكانية قيام المستهلك بتكوين وترتيب هذا العدد اللانهائي من المجموعات السلعية. حيث تقوم نظرية التفضيل المستبان على إمكانية معرفة تفضيلات المستهلك للمجموعات السلعية المختلفة دون حاجة إلى إعداد هذا القدر غير المحدود من التفضيلات.

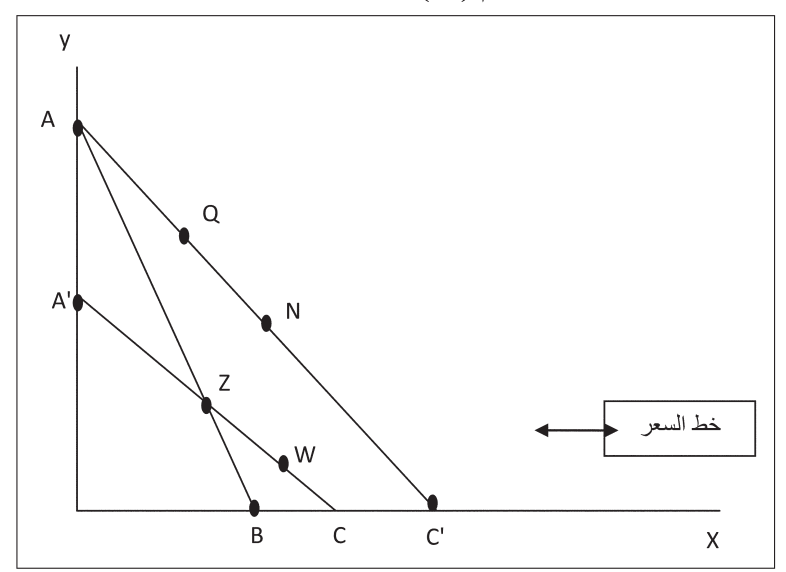
تتطلب خريطة السواء أن يدلى المستهلك بتفضيلاته بخصوص كل المجموعات المحتملة من السلع. ولقد وضع سامولسون أسلوبا بديلا لا يتطلب من المستهلك أساسا أن يمدنا بأية معلومات عن نفسه وتعرف بنظرية التفضيل المستبان. وتزودنا نظرية التفضيل المستبان بكل ما نريد معرفته، عن طريق مراقبة سلوك المستهلك في السوق، وذلك بافتراض أن ما لديه من السلع وتجاربه الماضية في الشراء لا يؤديان إلى تغيير هيكل تفضيله أو رغباته الشرائية. فإذا توافر ما يكفي من هذه المعلومات أصبح في الإمكان أن نبني خريطة السواء بأسلوب آخر.

2 - مبدأ النظرية:

الأفضلية الموضحة بديهية تنص على أن المستهلك في اختياره لتركيبة من السلع في ميزانية معينة قد أوضح تفضيله لهذه التركيبة وسط كل الخيارات المتوفرة وتحت قيد الميزانية والتركيبة المختارة توضح منفعة المستهلك أن التركيبات الأخرى تمثل تركيبات دنيا بالنسبة للتركيبة المختارة. وعند مقارنة تفضيلاته الظاهرة مع ظروف سعرية ودخلية مختلفة نستطيع أن نحصل على معلومات وتصميم سلم لتفضيلاته السلعية ، وتبرر النظرية تفضيل المستهلك لتشكيلة معينة دون الأخريات من خلال الرغبة في اقتناء السلعة أو تشكيلة معينة بالذات أو التكلفة المتمثلة بأسعار التشكيلة نسبة إلى التشكيلات الأخرى. فقرارات المستهلك إذا تتأثر بعاملين هما الرغبة والتكلفة. أي أن

النظرية تفترض مبدأ الاتساق في السلوكية الفعلية. كذلك تفترض النظرية مبدأ النقلية أو العبور في التفضيل أي إذا فضل المستهلك (A) على (B). والافتراض الآخر هو أنه عند انجذاب المستهلك نحو تشكيلة سلعية معينة بسبب سعرها عندها يوجد خط سعر معين يعكس هذا التفضيل.


الشكل رقم (03): الأفضلية الموضحة



يظهر الشكل أعلاه تفضيلات المستهلك للتشكيلة (Z) على خط السعر (AB). ولأجل اشتقاق منحنى الطلب من المعلومات السوقية، نفترض سعرا آخر، مثلا لو فرضنا انخفاض في السعر للسلعة (X) مع افتراض ثبات العوامل الأخرى عندئذ نحصل على خط سعر جديد هو (AC). فإذا فضل المستهلك التشكيلة (N) على هذا الخط يعني هذا بأنه سيطلب مزيدا من السلعة (X). إن سامولسن يفترض ولأجل التحليل تغيرات تعويضية هذه التغييرات تتضمن انخفاضا في دخل المستهلك لغرض أن يبقى على نفس خط السعر أو يبقى عند التشكيلة (Z) مثلا.

من الناحية البيانية، يأتي هذا الافتراض عن طريق انتقال خط السعر إلى اليسار موازيا إلى (AC) بحيث يمر بالنقطة (Z) عندئذ لن يختار المستهلك

الرشيد أية تشكيلة غير (Z) لأن التشكيلات الأخرى تعتبر رديئة إلى (Z)، أيضا لافتراض التناسق في سلوك المستهلك. كما تفترض النظرية أن تأثير الإحلال معادلا للصفر. فإذا اختار المستهلك التشكيلة الجديدة على خط السعر الجديد ($\bar{A}\bar{C}$) فإن المستهلك الرشيد يستهلك مزيدا من السلعة (X). أما إذا ألغينا افتراض انخفاض الدخل، وتركنا للمستهلك حرية التحول إلى خط السعر (AC) فإنه يختار نقطة (N) لتمثل تفضيلاته.

نلاحظ أن نظرية التفضيل المستبان تحاول من تتبع تفضيلاته بواسطة ملاحظة سلوكه الشرائي الفعلي وتحت افتراض مبدأ التناسق السلوكي. حيث يفترض سامولسن دائما أن المستهلك رشيد وعقلاني ويقصد بهذا أن المستهلك دائما يفضل استهلاك مزيد من السلعة بدل التقليل من وحدات استهلاكها. كذلك تعني العقلانية استنادا إلى النظرية التناسق في السلوكية الشرائية وعدم التناقص وليس تعظيم المنفعة كما تفرضها نظريات المنفعة الحدية ومنحنيات السواء.

نستنتج بأن سامولسن استطاع أن يشتق منحنى الطلب بطريقة أو أسلوب مباشر، دون اللجوء إلى مفاهيم كالمنفعة الحدية أو مبدأ القياس العددي للمنفعة. ولم يستخدم مفاهيم كالمعدل الحدي للإحلال وغيرها من مفاهيم ومبادئ نظرية منحنيات السواء، فسامولسن اعتمد على مبدأ الملاحظة والاستبانة للاختيارات الفعلية الشرائية للمستهلك.

3 - الافتراضات التي تقوم عليها النظرية:

تقوم نظرية التفضيل المستبان على عدد من الافتراضات البديهية، وهذه الافتراضات تستند إلى عدم تغير ذوق المستهلك وتفضيلاته خلال فترة زمنية معينة، وتتمثل هذه الافتراضات فيما يلي:

3-1- الرشد الاقتصادي للمستهلك: حيث يفضل المستهلك دائما الحصول على المجموعات السلعية التي تحتوي على كميات أكبر حتى يمكنه تعظيم إشباعه.

3-2- المنطقية: يفترض أن المستهلك يتصرف تصرف منطقي بحيث يختار السلع ذات الكميات الأكبر من المنفعة. بالطبع لا يتوقع أن يسلك المستهلكون الأسلوب غير المنطقي. ومع ذلك فإن حالات سلع التباهي والتفاخر والسلع التي يحكم على نوعيتها بالسعر لا تخضع لمثل هذا الافتراض.

3-3- التناسق: التفضيل المستبان، وهو الافتراض الأساسي الذي تقوم عليه النظرية، وتعني بديهية التفضيل المستبان أنه إذا كان أمام المستهلك عدد من المجموعات السلعية لابد أن يكون المستهلك متناسق في اختياره، فإذا كان لدينا سلعتان A &B فإذا: فضل A & B فلا يجوز له خلال فترة زمنية معينة أن يفضل B>A.

3-4- التعدي: تفضيلات المستهلك متعدية، فإذا كان لدينا ثلاث سلع A, B &C فإذا: فضل: A>B، B>C، فإنه يفضل A>C.

4 - التحليل الكمي للأفضلية الموضحة:

نظرية الأفضلية الموضحة تسمح بالتنبؤ بسلوك المستهلك بدون مواصفات لدالة المنفعة واضحة جلية بشرط أنها تخضع لبعض البديهات البسيطة. بالإضافة إلى أن وجود وطبيعة دالة المنفعة للمستهلك يمكن استنتاجها في اختبارات المستهلك الملاحظة بين مختلف مجموعات السلع.

لنفرض أنه يوجد عدد n من السلع وأن مجموعة محددة من أسعار $p_1^0, p_1^0, \dots . p_n^0$ نرمز لها بالرمز p^0 وأن الكميات المطابقة والتي اشتراها المستهلك يرمز لها بالرمز q^0 ولهذا فإن مجموع إنفاق المستهلك هي p^0q^0 ونعرفها بأنها المجموع $\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0$ نفرض وجود مجموعة من السلع البديلة q1 والتي كان من الممكن للمستهلك شراؤها ولكنه لم يفعل وعليه فإن التكلفة الإجمالية للسلع البديلة q^1 بسعر p^0 يجب أن لا يتعدى التكلفة الإجمالية للسلع q^0 معنى أن:

$p^0q^1 \leq p^0q^0$ ....(19)

وبما أن q^0 تكون على الأقل، بغلاء q^1 وبما أن المستهلك رفض اختبار q1 فإن مجموعة السلع q^0 تكون «واضحة» وأنها مفضلة على q^1.

4-1- البديهة الضعيفة للأفضلية الموضحة: إذا اتضح لنا أن مجموعة السلع q^0 تكون مفضلة على مجموعة السلع q^1 فإن المجموعة الأخيرة q^0 لا تكون واضحة أبدا أنها مفضلة على q^1. والطريقة الوحيدة التي بها يتضح لنا أن q^1 مفضلة على q^0 هي أن يكون المستهلك قد قام بشراء q^1 تحت ظروف أسعار معينة بحيث أنه أيضا يستطيع أن يشتري q^0. وبعبارة أخرى، نقول q^1 تكون «واضحة» أنها مفضلة على q^0 إذا كان:

$p^1q^0 > p^1q^1$ .... (20)

ولكن البديهة تنص على أن المعادلة (20) لا يمكن لها أبدا أن تتحقق إذا تحققت المعادلة (19) تتطلب عكس ما تتطلبه المعادلة (20) أو أن:

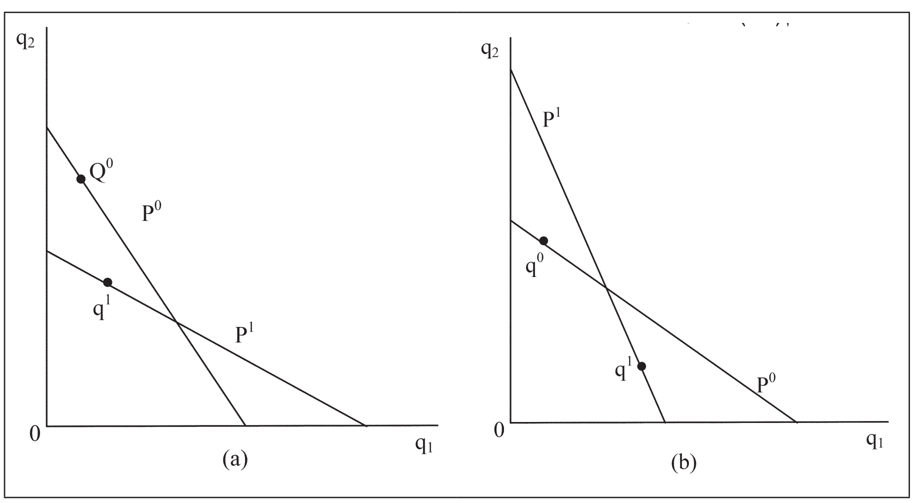
$P^0q^1 \leq p^0q^0$ تتطلب $p^1q^0 > p^1q^1$ ....(21)

4-2- البديهة القوية للأفضلية الموضحة: إذا وجدنا أن q^0 مفضلة بوضوح على q^1 وهي بدورها مفضلة بوضوح على q^2 وهكذا حتى نصل إلى q^k والتي يجب أن لا تكون مفضلة على q^0 وهذه البديهية تضمن خاصية التعدي للأفضلية الموضحة ولكنها أقوى شرط التعدي العادي.

يمكن إثبات أن المستهلك الذي يتقيد بالبديهات السابقة لابد وأن يكون له منحنيات سواء والتي يمكن رسمها بدرجة عالية من الدقة بمواجهة المستهلك بمجموعات مختارة من أسعار مختلفة ومن ثم يلاحظ مشترياته فإذا لم يتقيد المستهلك بالبديهيات فيطلق عليه لقب "غير منطقي وفي هذه الحالة لا يكون للمستهلك منحنيات سواء لتصرفه الغير منطقي ولا يمكن تقدير شكل دالة المنفعة عن طريق مراقبة مشترياته وتصرفاته.



الشكل رقم(04): بديهية الأفضلية الموضحة



ولشرح معنى البديهية الضعيفة في حالة وجود سلعتين نلجأ إلى الشكل أعلاه. نفرض أن المستهلك يشتري مجموعة من السلع p^0 عندما تكون الأسعار معطاة بالخطوط المرموز لها بالرمز q^0 إنه كذلك سوف يقوم بشراء الكمية p^1 عندما تكون الأسعار ممثلة بالخطوط q^1. وفي كلا الحالتين على الشكل كان من الممكن للمستهلك شراء q^1 عندما كانت الأسعار p^0 لأن q^1 تقع تحت الخط p^0 وبإعطاء المستهلك هذه الاختبارات من الكميات حسب الأسعار المعطاة، فإن البديهية الضعيفة تنص على أن q^0 غير ممكن الحصول عليها إذا قام المستهلك بشراء q^1 بمعنى أن q^0 لابد وأن تكون فوق الخط p^1 والشكل يحقق البديهية الضعيفة ولكن يناقضها حيث أنه في هذه الحالة لا يمكن الحصول على منحنيات سواء محدبة بحيث أن المنحنيات يكون ملامسا للخط p^0 عند q^1.

3-4- نتيجة التعويض: إنه من الممكن باستخدام نظرية الأفضلية الموضحة إثبات أن نتيجة التعويض تكون سالبة، نفرض الآن أن المستهلك قد أجبر على التحرك على سطح من سطوح السواء في حالة من الأبعاد n فعندما تكون الأسعار معطاة بالخطوط p^0 فإن المستهلك لا يفرق بين q^1, q^0 وفي نفس الوقت يشتري q^0 فهذا يفيد بأن المجموعة الأخيرة يجب أن تكون أكثر غلاء

من الأولى بحيث أن:

$p^0q^0 \leq p^0q^1$ ....(22)

فالمجموعة q^1 اشتريت عندما كانت الأسعار p^1 وعليه فإن هذا يتطلب بأن q^0 يجب أن لا تكون أرخص من q^1 وعندما تكون الأسعار p^1 بمعنى أن:

$p^1q^1 \leq p^1q^0$ ....(23)

وبتحريك الحدود في المعادلتين (22 و23) إلى الجانب الأيسر، أي الحد q^0-q^1يرمز إلى عدد من الفروقات بحيث أن $q_1^0\text{-}q_1^1.\, q_2^0\text{-}q_2^1, \ldots .\, q_n^0\text{-}q_n^1.$ نحصل على:

$p^0q^0\text{-}p^0q^1= p^0(q^0\text{-}q^1)=\text{-}p^0(q^1\text{-}q^0)\leq 0$ ....(24)

$p^1q^1\text{-}p^1q^0= p^1(q^1\text{-}q^0\leq 0$ ....(25)

وبإضافة (24) و(25) نحصل على:

$p^0(q^1\text{-}q^0)+ p^1(q^1\text{-}q^0)=(p^1\text{-}p^0) (q^1\text{-}q^0)\leq 0$.........(26)

وهذه المتراجحة تؤكد بأن مجموع التغيرات في الكميات مضروبا في المتغيرات المقابلة في الأسعار لا يكون موجبا إذا تحرك المستهلك على منحنى السواء المعطى. فإذا افترضنا الآن أن أسعار المجموعة الأولى فقط من السلع قد تغيرت وأن جميع الأسعار الأخرى بقيت ثابتة، فإن المعادلة (26) تصبح:

$(p_1^1\text{-}p_1^0)(q_1^1\text{-}q_1^0) < 0 \ldots \ldots \ldots \ldots$ (27)

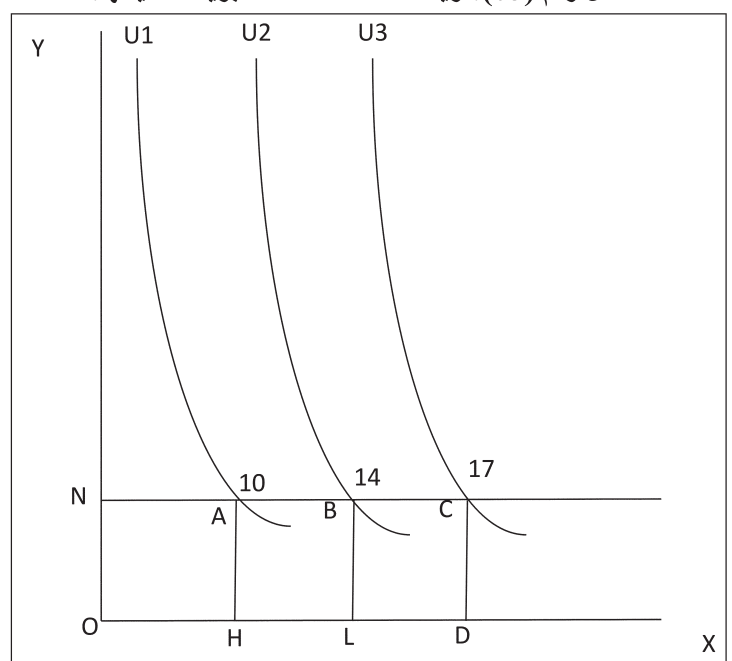
وفي هذه الحالة فإن المتراجحة (وخصوصا في هذه الحالة حيث أنه لا يدخل عنصر المساواة مع عدم المساواة) في (27) يجب وأن تتحقق بسبب الافتراض بأن التغير في الأسعار لا يكون مساويا للصفر وأن q_1^1 و q_1^0 يمثلان كميتان مميزتان بمعنى أن السعر في هذه الحالة يمثل دالة طلب ذات قيمة فردية فإذا ازداد السعر فإن الكمية المشتراة تنقص والعكس صحيح وهذا يثبت سلبية نتيجة التعويض.

5- نتائج نظرية الأفضلية الموضحة:

إن نبذ مبدأ القياس العددي للمنفعة، وإحلال مبدأ عدم القياس العددي للمنفعة مؤديا إلى النتائج الآتية:

5-1- نبذ قانون تناقص المنفعة الحدية: لنفرض مثلا أن لدينا خريطة سواء على النحو الآتي:

الشكل رقم (05): زيادة منفعة السلعة x بزيادة كمياتها.



إذ أنه حتى لو كانت منفعة السلعة X مستقلة عن منفعة السلعة Y، فلا يمكن تغيير الفرض المنطوي على أن المنفعة الحدية للسلعة X متزايدة. ولهذا الفرض أهميته ودلالته، بطبيعة الحال، لو أننا كنا نبحث في منفعة سلعة معينة. ويتضح ذلك، لو أن كل نقطة منها تعبر بيانيا عن ON من السلعة Y ووحدات مختلفة من السلعة X، فالنقطة B مثلا تعبر عن وحدات ON (BL) من Y، وعن وحدات OL (BN) من X. ولذا فإن المنفعة الكلية عند B ولتكن 14 مثلا أكبر من المنفعة الكلية عند A ولتكن 10. وبما أن وحدات Y ثابتة،

ووحدات X متزايدة، فالزيادة في المنفعة الكلية عند B تعبر عن تزايد المنفعة الحدية للسلعة X، كلما زادت كمياتها.

5-2- تعريف ادجورث للتكامل والإحلال بين السلع: لقد وضع ادجورث تعريفا جديدا للتكامل والإحلال بين السلع، وتعبر عنه معادلة ادجورث تعبيرا رياضيا:

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x_1 \delta x_2} > 0$$

فلو فرضنا أن السلعة X_1 ثابتة، وأضفنا وحدات متزايدة من السلعة X_2، وكانت المنفعة الحدية للسلعة الأخيرة متزايدة، فإن:

- قيمة المعادلة موجبة، إذا كانت السلعتان متكاملتان؛
- قيمة المعادلة سالبة، إذا كانت السلعتان بديلتان؛
- إذا كانت القيمة مساوية للصفر، فإن ذلك دليلا على أنه لا توجد علاقة بين السلعتين، سواء على أساس التكامل أو الإحلال بين بعضها البعض.

لقد كان هذا التحليل المبتكر منطويا على خصائص جديدة لنظام منحنيات السواء مما أدى إلى نبذ فكرة المنفعة كلية وبداية التحليل الحديث لنظرية سلوك المستهلك. ويعتقد بعض الاقتصاديين أن التحليل

6- نقد نظرية التفضيل الموضح:

إذا أخذنا بفكرة المنفعة غير القابلة للقياس العددي، فلا يمكن أن نأخذ في الاعتبار الاختيارات المنطوية على عدم التيقن. لنفرض مثلا اننا نأخذ بنظرية التفضيل القائم على القياس غير العددي، فيمكن القول بأن: منفعة A أكبر من منفعة B. ومنفعة B أكبر من منفعة C، ولكن كيف يمكن الاختيار بين ثلاث مجموعات مكونة من A، B، C؟، لابد أن نعرف مدى تفضيل A على B ومدى تفضيل B على C، ولا يمكن أن نصدر قراراتنا بدقة ودون تردد، ما لم تكن المنفعة قابلة للقياس العددي.

كما تفترض نظرية سلوك المستهلك أنه ينفق كل دخله وهو الذي يمكن له أن يتصرف فيه على السلع الاستهلاكية. بيد أن هذا لا يتفق مع الحقائق

المشاهدة، إذ إن ثمة تفضيلا بين السلع في المستقبل وبين السلع في الوقت الحاضر، والتفضيل الاستهلاكي في المستقبل ينطوي على الادخار في الوقت الحاضر.

لكن إذا كانت النظرية في أدق صورها لا تزال عرضة للنقد الشديد، فلماذا يحتفظ الاقتصاديون المحدثون بهذه النظرية؟ تتملك الاقتصاديين فكرة العلاقة أو التشابه بين علم الاقتصاد والعلوم الطبيعية. إذ عندما يحاول العلماء الطبيعيون دراسة القوانين الأساسية المتعلقة بسلوك الطاقة الذرية مثلا، فمن السهل عليهم أن يوضحوا القوانين الدالة على السلوك الثابت للكائنات الطبيعية. ولقد حاول علماء الاقتصاد أن يتقلدوا بالعلماء الطبيعيين، فطبقوا نفس الأداة التحليلية في دراسة نظرية سلوك المستهلك على أساس السلوك الرشيد وتناسق خطة الإنفاق، غير أنه يصعب إدراك هذا النوع من التشابه في الحياة العملية.

ثامنا: السلع المركبة

إن المستهلك يأخذ المنفعة من السلع التي يستهلكها، وأن القيود على هذا الاستهلاك هي قيود مالية تتعين بدخل المستهلك وأسعار السلع. وأساس الطريقة الجديدة هو أن ننظر بمزيد من الدقة في العلاقة بين تملك السلع وبين الحصول على الإشباع من استهلاكها. فالسلع التي يشتريها المستهلك من السوق ليست في الواقع بالبضائع أو المواد التي تعطي خدمة واحدة معينة تماما لمشتريها عند استهلاكه إياها. ذلك أن هذه السلع لها عدد من الخصائص وأنه من المعقول أن يورد بأن هذه الخصائص هي التي تعطي الإشباع عند الاستهلاك وليست السلع نفسها.

على هذا الأساس تكون الطريقة الجديدة لفهم نظرية المستهلك، أن ننظر إلى مواد الاختيار، لا على أنها السلع المتاحة في السوق، بل إنها خصائصها. كما أن دالة المنفعة التي في حدودها وبموجبها يتم الاختيار، لا تبحث في مجموعات من السلع، بل في مجموعات من هذه الخصائص. وماذا عن العنصر الثالث

المتعلق بالسلوك عند الاختيار، أي القيد على الاختيار؟ فبدلا من أن يحدد بالاقتصار على أمور الدخل والأسعار، ينبغي الآن أن يحدد بموجب الدخل والأسعار والخصائص والمميزات للسلع المعينة المتاحة في السوق. إن الطلب على السلع والخدمات في السوق لم يعد ينظر إليه بوصفه نتيجة مباشرة لسلوك القيام بالاختيار بين مجموعات من قبيل هذه السلع والخدمات، بل إنه نتيجة غير مباشرة لعلمية أكثر أهمية في ممارسة الاختيار.

تنص نظرية السلعة المركبة على أنه إذا كانت أسعار مجموعة عدد m من السلع (بحيث أن (n<)) دائمة التغير بنفس النسبة. وفي قضاء السلع ذو الأبعاد n فإن الطلب الإجمالي للسلع وعددها m سلعة يعتبر في تصرفه كما لو كان لسلعة واحدة. وهذه النظرية تسمح بتبسيطات عديدة في مجالات عدة من خلال التقليص في عدد السلع تحت الدراسة.

مثال: في حالة وجود سلعتين بحيث أن سعر واحدة منها فقط هو الذي يتغير بينما سعر السلعة الأخرى يبقى ثابتا يمكن أن يمثل حالة وجود n من السلع بحيث أن سعر واحدة من هذه السلع فقط هو الذي يتغير. ويمكن الحصول على نمط بديل لمعادلة سلتسكي بضرب طرفي المعادلة في p_ip_j لنحصل على:

$$p_ip_j\frac{\partial q_i}{\partial p_j}=p_ip_jS_{ij}\text{-}p_ip_jq_j\left(\frac{\partial q_j}{\partial y}\right)_{prices=const}\text{..................}(28)$$

لأن:

$$p_ip_j\frac{\partial q_i}{\partial p_j}=p_ip_j\left(\frac{p_j\partial q_j}{q_j\partial p_j}\right)=p_iq_i\,\varepsilon_{ij}$$

بحيث أن ε_{ij} تمثل مرونة الطلب للسلعة q_i بالنسبة للسعر p_j بينما يمثل الجانب الأيسر للمعادلة (28) لقيمة التغير في الطلب للسلعة i نتيجة للتغير النسبي المعطى في السعر p_j.

ولنفترض أن أسعار جميع السلع في المجموعة المركبة من السلع ترتفع بنفس النسبة، ففي هذه الحالة يمكن الحصول على قيمة زيادة الطلب بتجميع معادلة (28).

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} p_i p_j \frac{\partial q_i}{\partial p_j} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} p_i p_j\ S_{ij} - \sum_{i=1}^{m} p_j q_j \sum_{j=1}^{m} p_i \left(\frac{\partial q_j}{\partial y}\right)_{\text{الأسعار=ثابتة}} \quad \ldots\ldots (29)$$

وهذه المعادلة تأخذ نفس نمط المعادلة (28) ويمكن إثبات أن حد التعويض في المعادلة (29) يكون سالبا ومن شروط شبه-التقعر المنضبط ، نحصل على:

$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} k_i k_j \frac{D_i}{D} < 0$

لجميع قيم k_i وk_j التي لا تساوي صفرا بحيث أن D تمثل محددة هيسيان المناسبة لهذه الحالة، وأن D_{ij} تمثل العوامل المرافقة لهذه المحددة فإذا افترضنا أن $k_i = p_i$ وأن $k_j = \lambda p_j$ مع العلم بأن $S_{ij} = D_{ji}\lambda/D$

بحيث أن:

$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} p_i p_j S_{ij} < 0$

والتي تثبت أن حد التعويض في المعادلة (29) يكون سالبا.و حيث أن: $\sum_{i=1}^{n} p_j S_{ij} = 0$ نجد أن:

$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=m+1}^{n} p_j p_i S_{ij} > 0$

نجد أن إجمالي السلع (ومن الممكن أن يكون هناك سلعة واحدة فقط) خارج مجموعة السلع المركبة يتصرف على أساس أنها سلع تبادلية إذا أعطينا تغيرات نسبية لأسعار السلعة المركبة.

من النظريات الأخرى التي حضت باهتمام خاص من قبل المحللين التسويقيين هي نظرية لانكستر، والتي تعرف بخاصة أو خصوصية السلعة. تفترض هذه النظرية أن اختيار المستهلك وعملية تحديد طلبه السوقي، يعتمد على ما تتضمنه السلعة من خصائص أو خصوصية فالمشتري يطلب السلعة لخصوصيتها وليس بالضرورة لقيمتها الذاتية.

لقــد تطورت نظريات لانكســتر من حالــة أفكار واقعيــة تطبق على الفرد المســتهلك إلى نظريات في التجارة الخارجية خاصة في أســواق المنافسة الاحتكارية وأصبحت هذه النظريات مــع مثيلاتها بديلا عن نظريات الميزة النسبية كأســاس في تفسير مصادر التجارة الدولية والتي تفترض سيادة سوق التنافس التام.

وقد افترض لانكستر في نظريته للتجارة الدولية سوق المنافسة الاحتكارية التي من أهم خصائصها التنوع الناتجي حيث تتميز الســلع في هذا السوق عن بعضها البعض إما بنوعيتها أو في خصوصيتها.

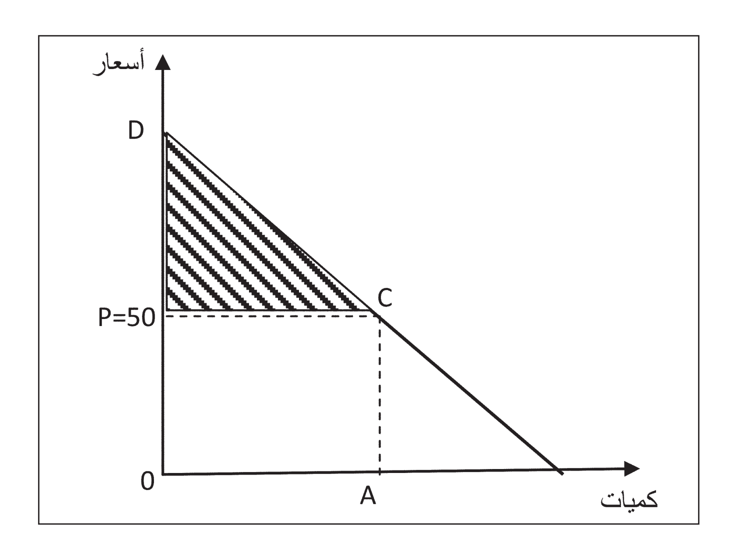
تاسعا: فائض المستهلك

فائض المســتهلك هو الميزة التي يحصل عليها المشــتري من اســتهلاكه بالســعر الذي يحدده الســوق، يرتبط وجود الفائض بالميــل المتناقص لمنحنى الطلب وفائض الاســتهلاك يســاوي الفرق بين أقصى كمية من النقود التي يكون المستهلك مســتعدا لدفعها للحصول على كمية من سلعة ما، والنفقة التي يتحملها عمليا وفق المستوى الذي يحدد فيه سعر السوق.

1 - مفهوم فائض المستهلك:

يعــرف فائــض المســتهلك بأنــه الفــرق بــين المبلــغ الذي كان المســتهلك مســتعدا لدفعــه للحصــول على كميــة معينة من ســلعة ما والمبلــغ الذي دفعه فعــلا لتلــك الكميــة مــن الســلعة حســب ســعر الســوق. والقصد مــن ذلك أن الفــرد يحتفــظ في ذهنــه دائمــا بســعر (ثمــن) معــين يرغــب بدفعــه لقــاء اقتنــاءه ســلعة مــن غــير أن يعود من الســوق بــدون شرائها. ولهذا فــإن درجة الإشــباع الــتي تقــاس بالســعر الذي يرغب الفــرد بدفعه هي عمومــا أكبر من الســعر الذي يدفعــه في الســوق فعليا.

الشكل رقم(06): فائض المستهلك من سلعة غير قابلة للتجزئة



بالنسبة لكمية مستهلك OA، تكون أقصى نفقة يتقبلها المستهلك هي OACD، وتكون النفقة الفعلية التي يتحملها هي OACP ومنه فائض الاستهلاك يساوي PCD. مذكرين إلى أن المساحة PCD كان قد تناولها ألفريد مارشال، وأسماها بفائض المستهلك وقد سبقه المهندس الفرنسي (A.J.Dupuit) في الإشارة إليه.

مثال: الطلب الفردي على اللحوم ولمستهلك معين، ودعنا نفترض أن السعر التوازني (الذي يتحدد عن طريق الطلب والعرض) ولسلعة اللحوم في السوق هو (02) دينار للكيلو الواحد.

الجدول رقم (01): جدول الطلب على اللحوم لمستهلك معين

الكمية (كغ)	السعر (دينار)
1	3.250
2	3.000
3	2.750
4	2.500
5	2.250
6	2.000
7	1.750
8	1.500
9	1.250
10	1.000

حيث يلاحظ من الجدول، أن المستهلك مستعد أن يدفع 3.25 دينار لشراء الكيلو غرام الأول من اللحم، بينما يستطيع الحصول عليه بسعر (2) دينار فقط (سعر التوازن). وهذا يعني أن المستهلك قد حقق فائضا عند شراءه الكيلو غرام الأول وقدره (3.250 -2.000)=1.250 دينار.

وكذلك الحال بالنسبة للكيلو غرام الثاني، حيث كان المستهلك مستعدا لدفع (03) دينار بينما حصل عليه بـ (02) دينار فقط وهو سعر التوازن في السوق وبالتالي فإن المستهلك قد حقق فائضا عند شراءه الكيلوغرام الثاني قدره (3-2)=01 دينار، وهكذا يلاحظ أن عند كل كيلوغرام لحم يشتريه المستهلك، أن هناك فرقا بين ما كان المستهلك مستعدا لدفعه وبين ما يدفعه فعلا إلى أن يشتري الكيلو غرام السادس من اللحم، ففي هذا الكيلو غرام نجد أن هناك تساوي بين ما يستعد لدفعه وما يدفعه فعلا، لهذا فإن فائض المستهلك عند الكيلو غرام السادس = صفرا.

يمكن حساب مجموع فائض المستهلك من خلال جمع فائض المستهلك الذي حصل عليه عند شراء كل كيلو غرام من اللحم والذي يمكن توضيحه بالجدول التالي:

الجدول رقم (02): الطلب وفائض المستهلك.

الكمية المشتراة	(سعر الطلب)*	سعر التوازن**	فائض المستهلك
1	3.25	2	1.25
2	3.00	2	1.00
3	2.75	2	0.75
4	2.50	2	0.50
5	2.25	2	0.25
6	2.00	2	صفر
المجموع	15.750	12.00	3.75

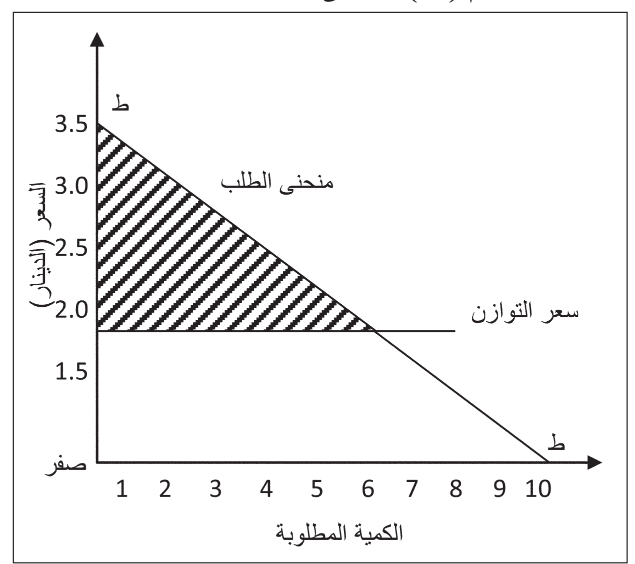
*هو السعر الذي كان يتوقعه المستهلك.

**هو السعر الذي دفعه المستهلك فعليا.

حيث يظهر من الجدول أعلاه، أن المستهلك قد حقق فائضا قدره (3.75) دينار وهو عبارة عن مجموع ما حصل عليه عند شراءه الكيلو غرامات الستة من اللحم، وأن هذا الفائض كان عبارة عن الفرق بين السعر الشخصي - السعر الذي كان المستهلك مستعدا لدفعه وبين السعر التوازني المحدد في السوق (السعر الذي دفعه فعلا)، والذي تمثل في العمود الأخير من الجدول السابق.

كما يمكن تمثيل فائض المستهلك في مثالنا السابق بالرسم البياني التالي:

الشكل رقم (07): منحنى الطلب وفائض المستهلك



حيث يظهر من الرسم البياني أن فائض المستهلك يمثل بالمساحة المظللة والمحصورة بين منحنى الطلب وسعر التوازن.

عادة فإن فائض المستهلك يتأثر بتغير السعر، فلو انخفض سعر اللحم في السوق من (02) دينار إلى (1.5) دينار للكيلو غرام الواحد، يلاحظ أن ذلك يدفع المستهلك لشراء كمية أكبر من اللحم وبذلك يحقق فائضا أكبر والعكس صحيح في حالة ارتفاع سعر اللحم التوازني في السوق فإن ذلك يؤدي إلى انخفاض فائض المستهلك.

2- صيغة فائض المستهلك:

إن صيغة فائض المستهلك تظهر بالشكل التالي:

$$cs = \int_0^{q_1} f(q)dq\text{-}q_1p_1$$

حيث أن f**(q)** هي دالة الطلب ويظهر فائض المستهلك بمجرد إجراء التكامل والحصول على المساحة تحت المنحنى ومن ثم طرح المساحة التي تمثل قيمة الكمية من السلعة المشتراة فعلا من ذلك والمتمثلة في$(q_1\ p_1)$.

مثال: إذا أعطيت دالة الطلب على سلعة معينة بالصيغة الآتية: P= 20-2q

أوجد فائض المستهلك عندما: ***P_1=4***؟

الجواب: حيث أن **P_1=4** لذلك فإن:

P_1= 20-$2q_1$

4=20-$2q_1$

q_1=8

فائض المستهلك يساوي:

$$cs = \int_0^8 (20-2q)dq\text{-}q_1p_1$$

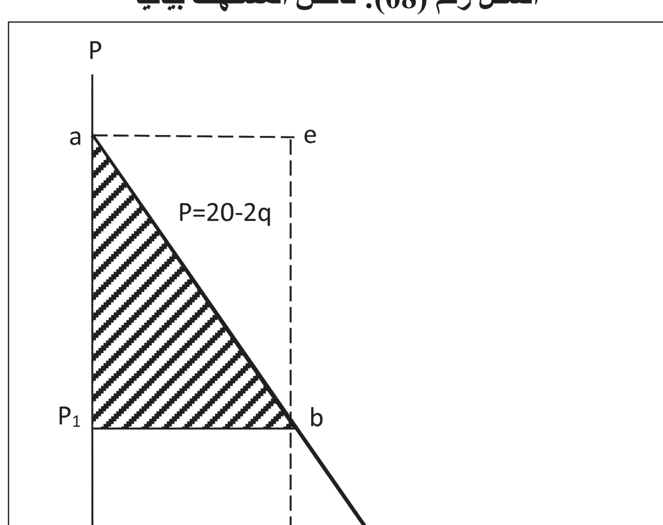
$$= 20q\text{-}q^2|_0^8\text{-}(8)(4)$$

$$= [20(8)\text{-}(8)^2\text{-}(0)] - 32$$

Cs=64

ويمكن الحصول على فائض المستهلك في المثال أعلاه بيانيا مستفيدين من العلاقة الخطية لمعادلة الطلب فعند إعادة رسم الشكل البياني بعد إجراء بعض الإضافات التي تسهل العمل نجد:

الشكل رقم (08): فائض المستهلك بيانيا



من الشكل أعلاه يلاحظ أن فائض المستهلك هو المساحة المظللة والتي تغطي المثلث abp_1 وهذه المساحة تساوي: $Cs=\Delta a\ b\ p_1$

وحيث أن: $a\ b\ p_1$ يمكن استخراجه في ضوء المعلومات المعطاة وهي:
$an=20-2(0)=20$

عندما: **q=0** في معادلة الطلب.

ولما كانت: $np_1=4$

$ap_1=20-4=16$

كما لدينا: $nq_1=p_1b=8$

$$\Delta a\ b\ p_1 = \frac{1}{2}(p_1 b)ap_1$$

$$= \frac{1}{2}(8)16$$

CS= 64

وهي نفس النتيجة.

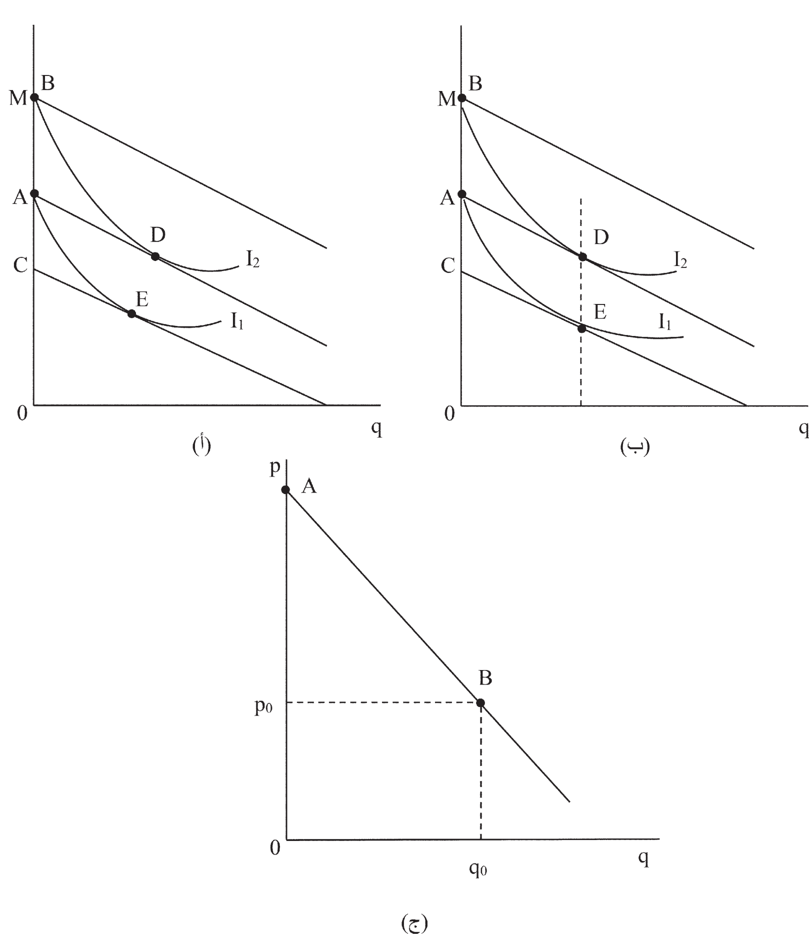
3- تحليل فائض المستهلك:

إن المستهلك عادة يدفع قيمة أقل من أجل سلعة عن القيمة الأكثر والتي من المفروض أن يدفع بدلا من التخلي عن استهلاكها، ولقد اقترح معايير عدة لقياس فائض للمستهلك ونستعرض هنا ثلاثة منها. والتركيز هنا محددا على اعتبار السلعة تحت البحث وسلعة أخرى مركبة تسمى "النقود" على اعتبار أن الكميات المستهلكة تمثل التقنية والكمية M على التوالي، فإذا افترضنا أن المسافة OA في الشكل (3-أ) تمثل دخل المستهلك، فإنه يحقق حل عند التلامس عند نقطة D على منحنى السواء I أما إذا لم يستطع المستهلك أن يستهلك الكمية Q فإنه سوف يكون عند نقطة A على منحنى السواء الأدنى I_1 وسوف يحتاج إلى زيادة في الدخل مقدارها AB من الوحدات النقدية للمحافظة على مستوى الاستهلاك في نطاق منحنى السواء I_2 بدلا من I_1. ونرمز لهذه الزيادة والتي تسمى تغير (أو اختلاف) الدخل التعويض بالحرف c والتي تمدنا بمقياس لفائض المستهلك.

فالمستهلك على استعداد للتنازل عن مبلغ وقدره AC من الوحدات النقدية من دخله على أن يفقد الفرصة لاستهلاك السلعة Q حسب الأسعار المعطاة، فاستهلاك المستهلك يكون عند النقطة E عندما يكون دخله OC والتي هي على نفس منحنى السواء مثل A ونرمز للكمية المطابقة للمسافة AC والتي تسمى تغير (أو اختلاف) الدخل المكافئ بالرمز e والتي تمدنا بمقياس بديل لفائض المستهلك، والمقياس الثالث نتحصل عليه عن طريق منحنى الطلب في الشكل (3-ج) لمجموعة السعر والكمية الممثلة بالمقدار p_0q_0 وهي تساوي المساحة ABp_0 والتي تمثل الفرق بين المساحة الواقعة تحت منحنى الطلب ($OABq_0$) والإنفاق الفعلي للمستهلك (Op_0Bq_0) والتي نرمز لها بالرمز s.



الشكل رقم (09): تحليل فائض المستهلك



ومن الممكن إثبات أن c≥s≥e.t فاللامستويات (بدون علامة التساوي معها) تتحقق في الحالة المعروضة في الشكل (3-أ) بسبب نتيجة الدخل، فإذا كان المستهلك يدفع أكثر لاستهلاك سلعة ما فإن الطلب على هذه السلعة من قبل المستهلك سوف ينخفض بسبب انخفاض دخلها الفعلي وسوف تزيد المساحة تحت منحنى الطلب عن الكمية التي سوف يدفعها المستهلك عن أنه يتنازل عن استهلاك هذه السلعة. فالشكل (3-ب) يصور الحالة التي يكون فيها نتيجة الدخل مساوية للصفر في كل الأحوال. فالخط العمودي المسار بنقطتي D وE يوصل النقاط التي لها نفس RCS ومنحنيات السواء تكون

«متوازية» مع الاحتفاظ بمسافة عمودية ثابتة بين كل زوج من منحنيات السواء وفي هذه الحالة تكون AB= AC، وتكون الثلاثة مقاييس لفائض المستهلك متساوية.

من الممكن استخدام نظرية الازدواجية للحصول على علاوة في فائض المستهلك عندما تتغير أسعار السلعة فإذا افترضنا أن أسعار عدد n من السلع هي $p_1^0, \ldots \ldots, p_n^0$ افترضنا كذلك أن y^0 تمثل دخل المستهلك فإن دالة المنفعة غير مباشرة تكون $g(v_1^0, \ldots \ldots, v_n^0) = U^0$ حيث أن $v_i^0 = p_i^0 / y_i^0$ وأن i=1,….,n, وأن دالة المنصرفات تكون $E(p_1^0, \ldots \ldots, p_n^0, U^0 = y^0$ ، فإذا تغير p_1^0 إلى p1 فإن: $c + E(p_{1,} p_2^0, \ldots \ldots, p_n^0, U^0) = y^0$

حيث أن c تمثل الاختلاف التعويضي وأن:

$C = E(p_1, p_2^0, \ldots \ldots, p_n^0, U^0) - E(p_1^0, \ldots \ldots, p_n^0, U^0)$

فإذا عرفنا $p_1 = p_1^0 + \Delta p_1$ واستخدمنا تعريف الاشتقاق الجزئي، فإن:

$$C = \frac{\partial E(p_1^0 + \theta \Delta p_1, p_2^0, \ldots\ldots, p_n^0, U^0)}{\partial p_1} \Delta p_1$$

لبعض قيم 0<θ<1 ومن منطوق نظرية Shephard فإن الاشتقاق الجزئي $\partial E / \partial p_1$ يكون هو دالة الطلب التعويضية $q_1(p_1^0 + \theta \Delta p_1, p_{2,}^0 \ldots \ldots p_{n,}^0 U^0)$ ويتبع من منطوق نظرية متوسط القيمة للتكامل أن:

$$c = \int_{p_1^0}^{p_1} q_1(p_1^0, \ldots \ldots, p_{n,}^0, U^0) dp_1 \qquad \text{.............(30)}$$

وبهذا يمكن تقريب قيمة علاوة فائض المستهلك بالمساحة بين السعرين الواقعين على الجهة اليسرى لدالة الطلب التعويضية (عمليا، نهمل الفرق بين دوال الطلب العادية والتعويضية) فالمساحة المطابقة في الشكل (3-ج) هي p_0pCB فإذا كانت P هي السعر الذي يكون الطلب عنده يساوي صفرا فإن علاوة الفائض (والممثلة في المعادلة 30) تنطبق على المثلث ABp_0 والذي

يمكن إعادة كتابته كما يلي:

$$c = \int_0^{q_0} \psi(q)dq\text{-}p_0q_0$$

بحيث أن $\psi(q)$ تمثل معكوس دالة الطلب، وأن q_0 تمثل الكمية المطلوبة عندما يكون السعر p_0.

مثال: نفرض أن دالة المنفعة هي $U=q^{0.5}+2M$. فيمكن التحقق من أن منحنى الطلب هو $q=1/(16p)^2$ ، وأن معكوس منحنى الطلب هو $p = 1/(4\sqrt{q})$ فإذا كانت $p=0.05$ وأن $q=25$ فإن فائض المستهلك يكون:

$$s = \int_0^{25} \frac{1}{4\sqrt{q}} dq = 2.50 - 1.25 = 1.25$$

وبتقسيم نتيجة الدخل نحصل على:

$$\frac{\partial q}{\partial y} = \frac{f_{12}\text{-}pf_{22}}{D}$$

حيث أن الرقم السفلي1 يمثل Q وأن الرقم السفلي 2 يمثل النقود وأن p يمثل سعر Q وبما أن الاشتقاقات التالية لدالة المنفعة تكون مستقلة عن p فإن نتيجة الدخل المساوية للصفر في كل مكان تتطلب أن يكون $f_{12}= f_{22}=0$ في كل مكان. وبما أن دالة المنفعة تحقق أيضا شرط شبه-التقعر المنضبط فإن $f_{11}<0$ وهذا يعني أن المنفعة الحدية للسلعة Q في انخفاض وينبع من هذا أن دالة المنفعة يجب أن تكون قابلة للجمع بشدة على النمط التالي:
$U= f(q)+kM$

حيث أن k تمثل المنفعة الحديثة الثابتة للنقود وفكرة Marshal عن المنفعة الحدية الثابتة للنقود تكون مطابقة إلى الفكرة الحديثة عن نتيجة الدخل الصفرية وتكشف شروط الدرجة الأولى للحصول على الحد الأعلى للمنفعة من أن معكوس منحنى الطلب المطابق للسلعة هو $p=f'(q)/k$ ولا يحتاج لتطبيق فائض المستهلك على أساس التطبيق الكلي أو عدمه. فالتحاليل

التي تستخدم فيها فكرة الزيادة تكون شائعة الاستخدام، وفي الحقيقة فإنها مهمة جدا لمعكوس دوال الطلب مثل $p=q^{-a}$ والتي لا تعرف عند $q=0$.

مثال: نفرض أن المستهلك اكتسب فائضا من انخفاض في الأسعار من p_0 إلى p_1 مع زيادة في الكميات من q_0 إلى q_1 فالتغير في فائض المستهلك يكون:

$$\Delta s = \int_{q_0}^{q_1} \psi(q)dq\text{-}(p_1q_1\text{-}p_0q_0)$$

فإذا عرضنا عن $\psi(q)=q^{-0.5}$ وأن $p_0=0.25$ وأن $p_1=0.20$ فإنه يتحقق لنا $\Delta s=1$.

4- من فائض المستهلك إلى فائض المستهلكين:

كنا نعالج في موضوع الاستهلاك على أساس مستهلك واحد منفرد، إذا كان لنا عدد من المستهلكين مشتملين في العينة المدروسة يمكننا جمع فائض كل مستهلك وعبر كل المستهلكين يمكننا خلق مجموع مجمع ومن خلالها يقيس فائض الاستهلاك لهذا المجموع. فنلاحظ الفرق بين فائض المستهلك ومجموع فائض المستهلكين .

إن فائض المستهلكين يؤخذ ليقاس به مجموع الاستهلاك للمستهلكين والمكاسب التجارية من هذا بينما الأول يستخدم لقياس استهلاك المستهلك المنفرد والمكاسب التجارية له من هذه العملية.

عاشرا: مسألة الاختيار في حالات المخاطرة

إن النظريات التقليدية التي تتعلق بسلوك المستهلك لا تأخذ بعين الاعتبار الحالات المتقلبة وغير الثابتة، ولقد أثبت العالمان Von Neumann و Morgenstern أنه تحت ظروف معينة يمكن تكوين مجموعة من الأرقام لشخص معين لاستخدامها للتنبؤ برغباته في الحالات غير الثابتة والمتقلبة ولقد تركزت المناقشات العديدة حول نقطة ما إذا كان مؤشر المنفعة ترتيبيا أم مقياسيا. وسوف نوضح أن مؤشرات المنفعة التي قام بها العالمان لها بعض الخواص المقياسية.

فالتحاليل السابقة غير حقيقية لأنها تفترض أن المستهلك يقوم بحركات يتبعها نتائج محددة مصمم عليها من قبل المستهلك ومعروفة عنده مسبقا وهذه هي النقطة التي تدعوه إلى وصف هذه التحاليل بغير الحقيقة لأنه على سبيل المثال ليس كل السيارات التي أنتجت من نفس المصنع ونفس النوع لها نفس الخواص والتصرفات ومن ملاحظة بعض الحوادث تبين أن بعض السيارات التي أنتجت وبيعت لا تنطبق عليها المواصفات التي وضعها المصنع نفسه لإنتاج هذه السيارات. والمستهلك بالطبع لا يعرف مسبقا بهذا وإلا فإنه سوف يرفض شراء أي سلعة أدنى من المستوى المطلوب. فإذا افترضنا أن A تمثل الحالة التي يعرف فيها المستهلك أن السيارة التي اشتراها مكتملة من جميع الجوانب وأنها حسب رغبته وأن B تمثل الحالة التي لا يمتلك فيها المستهلك سيارة، وأن C تمثل الحالة التي يمتلك فيها المستهلك سيارة ولكنها دون المطلوب فإذا افترضنا أن المستهلك يفضل الحالة A على الحالة B وكذلك الحالة B على الحالة C، أي عدم حصول المستهلك على سيارة أفضل من حصوله على سيارة لا تنطبق عليها شروط المصنع المنتج بسبب المشاكل والمضايقات والنفقات التي سوف يتحملها المستهلك في سبيل المحافظة على هذه السيارة. فإذا وضعنا أمام المستهلك الاختيار بين البديلين التاليين:

- المحافظة على الوضع الراهن وعدم تملكه سيارة أبدا فهذا الاختيار له نتيجة مؤكدة وهي أن النتيجة الحتمية المتوقعة هي الوحدة (أي أنها تساوي واحد).
- الحصول على ورقة يانصيب إما بالحصول على سيارة صالحة وتنطبق عليها كل المواصفات (وهذا هو البديل A أو الحصول على سيارة لا تنطبق عليها كل المواصفات (وهذا هو البديل C) فالمستهلك في هذه الحالة يمكن له أن يفضل المحافظة على دخله (النقود) بدون التعرض لأي مخاطر، أو أنه يفضل الحصول على ورقة اليانصيب وأن يتحمل

مسئولية النتيجة غير المؤكدة أو أنه لا يفرق بين هذه الحالات فالقرار الأخير للمستهلك في اختيار أيا من البدائل يعتمد على فرص الربح أو الخسارة بالنسبة لليانصيب.

فإذا كان احتمال البديل C عالي جدا فإن المستهلك في هذه الحالة يمكن أن يفضل المحافظة على دخله بكل تأكيد، أما إذا كان احتمال البديل A عالي جدا فإنه من الممكن للمستهلك أن يفضل اليانصيب. فالأرقام الثلاثية (P, A, B) تمثل يانصيب مقدما النتيجة A باحتمال $0<p<1$ والنتيجة B باحتمال $1-p$.

1- البديهات:

من الممكن إيجاد مؤشر للمنفعة يستخدم للتنبؤ باختيار المستهلك في الحالات غير المؤكدة إذا التزم المستهلك بالبديهيات الخمس التالية:

1-1- بديهية الترتيب المتكامل: للبديلان A وB واحد فقط من الآتي لابد وأن يتحقق بفضل المستهلك A على B أو B على A أو أنه لا يفرق بينهما، وتقويمه لهذه البديلات يخضع لقاعدة التعدي والتي تنص على إذا كان المستهلك يفضل A على B وأنه كذلك يفضل B على C فإذا هو يفضل A على C.

1-2- بديهة الاتصال: نفرض أن A مفضلة على B وأن B مفضلة على C فالبديهية تؤكد أنه يوجد بعض الاحتمالات $0<p<1$, p بحيث أن المستهلك لا يفرق بين ناتج B بالتأكيد بين ورقة يانصيب (P,A,C).

1-3- بديهية الاستقلال: نفرض أن المستهلك لا يفرق بين A وB وأن C يكون أي ناتج، فإذا كانت ورقة يانصيب L_1 تعطي الفرصة للناتج B والناتج C باحتمال 1-p, p بالترتيب وأن ورقة يانصيب أخرى L_2 تعطي الفرصة للناتج B والناتج C بنفس الاحتمال 1-p, p فالمستهلك سوف لا يفرق بين ورقتي اليانصيب وبالمثل فإذا كان المستهلك يفضل A على B فإنه سوف يفضل L_1 على L_2.

1-4- بديهية عدم تساوي الاحتمالات: نفرض أن المستهلك يفضل A على B فإذا وضعنا:

$L_1=(p_1, A, B)$ ووضعنا $L_2=(p_2, A, B)$ فإن المستهلك سوف يفضل L_2 على L_1 إذا وفقط إذا كان $p_2>p_1$.

1-5- بديهية اليانصيب المركب: نفرض أن $L_1=(p_1, A, B)$ و$L_2=(p_2, L_3, L_4)$ بحيث أن $L_3=(p_3, A, B)$ وأن $L_4=(p_4, A, B)$ يكونا يانصيب مركب وجوائزه عبارة عن تذاكر اليانصيب. فنقول أن L_2 مكافئة لـ L_1 إذا كانت:

$$P_1= P_2P_3+(1-P_2)P_4$$

فإذا أعطينا L_2 فإن احتمال الحصول على L_3 يكون p_2 وبالتالي فإن احتمال الحصول على A من خلال L_2 يكون p_2p_3 وبنفس الطريقة، فإن احتمال الحصول على L_4 يكون $(1-p_2)$ وأن احتمال الحصول على A من خلال L_4 يكون $(1-p_2)p_4$ فاحتمال الحصول على A من خلال L_2 يكون مجموع الاحتمالين فالمستهلك يقيم أوراق اليانصيب بدلالة احتمالات الحصول على الجوائز، وليس بدلالة عدد مرات تعرضه لفرص الفوز الآلية.

هذه البديهيات تكون عامة وأنه من الصعب معارضتها على أساس أنها تضع قيود غير معقولة على سلوك المستهلك وعلى كل حال، فإنها تلغي بعض أنواع من سلوك المستهلك المقبولة. نفرض وجود شخص ما بحيث أنه يحقق منفعة من قيامه بعمليات المراهنة لغرض المراهنة فقط لا غير لذلك فإنه من المحتمل عدم وجود p عدا $p=1$ و$p=0$ لمثل هذا الإنسان، بحيث أنه لا يفرق بين الناتج B بالتأكيد ونتائج أخرى غير مؤكدة مكونة من A وC وعلى هذا فإن هذا الشخص يفضل دائما أن يراهن، فإذا كان الشخص يخشى من المراهنة فإنه يفضل دائما الشيء الأكيد على الشيء غير الأكيد، ولكن هذا النوع من السلوك، ألغي بسبب وجود بديهية الاتصال وكذلك بديهية اليانصيب المركب.

لقد وضعت البديهيات السابقة لتغطي الحالات التي يوجد فيها ناتجان

فقط ولكن إذا افترضنا أن البديهيات الزوجية تتحقق فإن التحاليل السابقة يمكن امتدادها بسهولة لتغطي أي عدد من النتائج فإذا افترضنا أن:

$L=(p_1,\ldots\ldots,P_n, A_1,\ldots\ldots\ldots A_n)$

اليانصيب الذي له n من النتائج بحيث أن $0<p_i<1$ تمثل احتمال الناتج A_i وكذلك $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

2- المنفعة المتوقعة:

كنا نحلل حتى الآن سلوك القيام بالاختيار على افتراض أن الفرد الذي يقوم بالاختيار يعرف على وجه اليقين أو أنه على أقل تقدير، يسلك كما لو كان يعرف بشكل مؤكد نتيجة اختياره. فلو قلنا على سبيل المثال، إن نتيجة كل اختيار معروفة ومؤكدة، لما بقى لشركات التأمين من دور تقوم به.

لقد تم تحليل نظريات طلب المستهلك السوقي تحت افتراض سيادة ظروف التأكد واليقين في الاقتصاد، حيث افترضت نظرية المنفعة الحدية الكلاسيكية ونظرية منحنيات السواء والنظريات المعدلة والمحدثة للتفضيل المستبان، أن المستهلك يعيش في بيئة تتميز بهيمنة عناصر التأكد وتوفر المعلومات التامة عن السوق. عندها يصبح كل قرار يتخذه المستهلك بشأن توزيع موارده وتحديد طلبه السوقي يتم تحت قناعة ويقين بالنتائج التي تحقق له أعظم أو أقصى المنافع.

حيث اعتمدت نظرية المنفعة الحدية المعدلة على مبدأ تناقص المنفعة الحدية للنقود والذي جاء لتبرير إهمال أو إبعاد عمليات المراهنة والمضاربة والمغامرة عن التحليل الاقتصادي النظري لسلوك المستهلك.

ويذكر بيلاس بأن افتراض سريان مفعول قانون تناقص المنفعة الحدية للنقود جاء لتبرير إهمال أو إبعاد عمليات المراهنة والمضاربة والمغامرة عن التحليل الاقتصادي النظري لسلوك المستهلك. حيث أن هذه العمليات تتضمن المخاطرة وعدم التأكد بنتائج الاختيارات. فالفرد مثلا يواجه العديد

من قرارات التفضيل عند اختياره العمل الوظيفي وغيرها من القرارات التي تخضع نتائجها لعدم اليقين وعنصر المخاطرة. هذا الوضع لاشك ينعكس على الأسعار والتكاليف ذات الصلة المباشرة ببدائل الاختيار.

2-1- تقديم: من الأوائل الذين ساهموا في تطوير نظرية المنفعة الحدية في بيئة اللايقين والمخاطرة هما Von Neumann و Morgenstern عندما قدما نظرية الألعاب التي تبنى على أسلوب معين لقياس المنفعة تحت ظروف اللايقين حيث تكون نتائج القرارات والاختيارات غير أكيدة أو غير معلومة في مردودها. وتفترض النظرية أن المستهلك الرشيد الذي يمارس عمليات الاختيار في بيئة اللا تأكد يحاول توزيع موارده بحيث يحقق تعظيم المنفعة المتوقعة من المردود المتوقع. فهدف المستهلك هنا ليس تعظيم النقود المتوقعة بحد ذاتها، وإنما المنفعة المتوقعة منها.

إن منطلق النظرية يستند على افتراض إمكانية معرفة نتائج اختيارات الأفراد من بين البدائل المتعددة عن طريق وضع احتمالات لكل قيمة متوقعة. ويصبح هذا ممكنا باستخدام أسلوب أو مقياس يدعى بـ N-M الذي يعتمد على ترتيب بدائل الاختيارات والاحتمالات الممكنة تحت ظروف المخاطرة. فلقد حاولت نظرية الألعاب تحديد عدد أو قيمة للمنفعة الحدية للنقود التي يتوقع أن يحصل عليها الفرد نتيجة توجيه دخله النقدي نحو بدائل الاستخدام المتعددة اعتمادا على مقياس N-M، أي المنفعة العددية المتوقعة.

فعند تتبع أسلوب نظرية الألعاب المعتمد في قياس المنفعة نلاحظ أنهما يحددا احتمالا رقميا لكل حدث يؤدي إلى مزيد من الدخل تحت ظرف اللا تأكد. وللإطلاع على طريقتهم في التقييم العددي.

مثال: لو فرضنا أن شخصا يرغب في شراء بطاقة يانصيب. وكانت الجائزة الأولى المعلنة في حالة النجاح هي 500.000 ون مثلا، والجائزة الثانية التعويضية للخسارة هي 10ون مثلا. ولو فرضنا أن احتمال الربح هو (60%- 40%) أي أن

احتمال الربح هو (0.6) واحتمال الخسارة هي (0.4). وبهدف احتساب القيمة النقدية المتوقعة لبطاقة اليانصيب يقدم نومان المعادلة التالية:

EMV = P(W)+ 1-P(F)

حيث ترمز (P) إلى احتمال الربح، والحرف (W) يرمز إلى القيمة النقدية للجائزة الأولى لليانصيب. أما (1-P) فإنها تقيس احتمال الخسارة. والرمز (F) يشير إلى القيمة التعويضية للخسارة وأن (EMV) يعبر عن القيمة النقدية المتوقعة، فلو طبقنا المعادلة على مثالنا العددي الافتراضي نحصل على الآتي:

EMV = 0.6(5.000)+ 0.4 (10)= 3.004

إن هدف النموذج يسعى إلى قياس المنفعة المتوقعة من الربح النقدي وليس الحصول على القيمة النقدية نفسها. أي أن هدف الفرد ليس الحصول على الرقم (3.004)، وإنما هو الحصول على المنفعة المتوقعة نفسها من استخدام أمواله. المشكلة إذن هي في كيفية تحويل القيمة النقدية إلى منفعة متوقعة. هنا استخدم العالمان مقياس N-M، وبموجبه يتم تقييم بطاقة اليانصيب وباستخدام المعادلة التالية:

EU = P.U(W)+(1-P). U(F)

حيث يرمز (EU) إلى المنفعة المتوقعة وتعبر (W) عن المنفعة المتوقعة للجائزة الأولى في حالة الربح، ويعبر الرمز (F) U عن المنفعة المتوقعة للجائزة في حالة الخسارة. وعند تطبيق المثال العددي نحصل على النتائج التالية:

EU = 0.6. U(5.000)+ 0.4. U(10)

هنا نحتاج إلى اللجوء إلى N-M الذي يتضمن وحسب افتراض الاقتصاديين المنفعة العددية المحددة مسبقا للمبالغ مثل500.000ون، و10 ون وقد حددت هذه القيم بصورة عشوائية كما تفترض النظرية. فإذا افترضنا في مقياس N-M أن المنفعة الحدية للقيمة 500.000 تعادل 500 منفعة واحدة، عندئذ تحسب المنفعة المتوقعة من عملية شراء اليانصيب على النحو التالي:

EU = 0.6.500 (Util)+ 0.4.1(Util)
=300+0.4=300.4Util

يمكن اللجوء إلى أسلوب «عملية التحويل» في تقييم منفعة القيمة النقدية المتوقعة التي تعادل 3.004 ون بقيمة عددية تعكس منفعتها المتوقعة.

كأسلوب لعملية التحويل هذه، أدخل العالمان عنصر اليقين كأداة في عملية اختبارات الفرد تحت ظروف اللايقين. وكما رأينا فإن ذلك يتحقق عن طريق أسلوب الاشتقاق الضمني، وتتم العملية عن طريق معرفة رأي المستهلك وتقيمه. مثلا قد يُسأل المستهلك ما هي القيمة النقدية المساوية لسعر الجائزة التي تجعله على حد السواء في قراره واختياره؟

فإذا عبر المستهلك مثلا، بأن القيمة هي 3.000 ون، وأن احتمالات قيمة الجائزة الأولى بالنسبة له على حد السواء، فهنا يسجل المقياس N-M المبلغ 3.000 ون باعتبارها معادلة لقيمة المنفعة الحدية المؤكدة. فالفرد هنا على حد سواء في اختياراته بين شراء ورقة اليانصيب واحتمالات الربح والخسارة، وبين قيمة المبلغ النقدي البالغ 3.000 ون. وبناء على ذلك فإن هذا المبلغ يقيس المنفعة المتوقعة لليانصيب التي تبقي الفرد على حد السواء بين إنفاق دخله والشروع بعملية الاختيار أو الاحتفاظ به. وإذا طبقنا المعادلة الأولى على هذه الحالة نحصل على ما يلي:

$$3.000 = P.U\ (W) + (1-P).\ U$$

$$= 0.6\ .\ 500(Util) + 0.4.1\ (Util) = 300.4$$

هذه النتيجة هي المنفعة العددية المتوقعة للمبلغ 3.000 ون. ونستطيع الآن تصميم N-M من المعلومات أعلاه كالتالي:

الجدول رقم (03): مقياس N-M

المبلغ	10	5.000	3.000
المنفعة	1	500	300.4

عند استخدام نفس الطريقة الحسابية نحصل على مقياس عددي للمنافع المتوقعة والكميات أو المبالغ النقدية الأخرى لبطاقات اليانصيب عند افتراض

وجود احتمالات عديدة. وبواسطة هذا الأسلوب القياسي، اشتق العالمان مقاييس الرقم القياسي للمنفعة الحدية N-M لمستويات دخلية أخرى.

يعتقد بومول هنا بأن نومان حاول قياس منفعة النقود المتوقعة للفرد أثناء عملية الاختيار تحت ظروف بيئية تتسم بالخطورة والمخاطرة، وكما تبين من التحليل أعلاه، فإن نظرية فون نومان وموركينستيرن تقع ضمن النظريات العددية والتي بحد ذاتها لا تعكس أو تعبر عن مدى تأثير نفور الفرد نحو السلع والخدمات وعلى نحو نظرية مارشال عند تحليله لسلوك المستهلك. وهنا يمكن اعتبار نظرية نومان وموركينستيرن كإضافة وسند لنظرية مارشال في افتراضه إمكانية قياس المنفعة عدديا.

2-2- تحليل المنفعة: نفرض وجود مؤشر للمنفعة بحيث أنه يتقيد بالبديهيات الخمس السابقة فإن المنفعة المتوقعة لليانصيب $L=(p, A,B)$ الذي يحتوي على ناتجين فقط تكون:

$$E[U(L)]= PU(A)+(1-p)\ U(B)$$

فإذا افترضنا اليانصيب $L_1=(P_1, A_1, A_2)$ واليانصيب $L_2= (P_2, A_3, A_4)$ فإن نظرية المنفعة المتوقعة تنص على أنه إذا كانت L_1 مفضلة على L_2 فإن $E[U(L_1)] > E[U(L_2)]$ وأهمية هذه النظرية هو أن الحالات غير المؤكدة يمكن تحليلها عن طريق الحصول على الحد الأعلى للمنفعة المتوقعة. وإثبات هذه النظرية غير معقد وبسيط فإذا اخترنا نتائج بحيث أن B وهي الأفضل والأحسن، تكون مفضلة على جميع النتائج الأخرى المعروضة وأن W وهي الأسوأ تكون أدنى من جميع النتائج الأخرى المعروضة، فإنه باستخدام بديهية الاتصال نجد أنه يوجد Q_i بحيث أنه لا فرق بين A_i وكذلك (Q_i,B, W) $(i=1,\ldots 4)$. وعليه فإن L_1 وL_2 يكونا مطابقتين (بمعنى أن لهما نفس المنفعة المتوقعة) لليانصيبين (Z_1, B, W) وكذلك (Z_2, B, W) على الترتيب بحيث أن $Z_1= P_1Q_1+(1-p_1)Q_2$ وكذلك $Z_2= P_2Q_3+(1-p_2)Q_4$ ولكن بالافتراض فإن L_1 تكون مفضلة على L_2 وبالتالي فإنه باستخدام بديهية تساوي الاحتمالات $Z_1>Z_2$ وبما أن الأصل

ووحدة المقياس اختيرتا اعتباطا لمؤشرات المنفعة فإننا نفترض أن $U(B)=1$ وأن $U(W)=0$ والآن فإن $E[U(L_1)]=Z_1$ وأن $E[U(L_2)]=Z_2$ وبهذا نثبت النظرية. وحيث أن أي تحويلة مطردة موجبة لدالة المنفعة تترك الترتيب لبعض النتائج المؤكدة بدون تغيير ولكن هذه النتيجة لا تتحقق للترتيب في حالة النتائج غير المؤكدة بالنسبة للمنفعة المتوقعة.

مثال: نفترض أرقام المنفعة التالية:

$U(A_1)= 25 \quad U(A_2)=64 \quad U(A_3)=36 \quad U(A_4)=49$

افترض، أيضا أن اليانصيب $L_1=(0.5, A_1, A_2)$ يكون مفضلا على اليانصيب $L_2=(0.4, A_3, A_4)$ لأن $E[U(L_1)]=44.5> E[U(L_2)]=43.8$. فإذا قمنا بعمل التحويلة المفردة $V=U0.5$ فإنه الآن L_2 تكون مفضلة على L_1 لأن $E[V(L_1)]=6.5> E[V(L_2)]=6.6$.

إن ترتيبات المنفعة المتوقعة غير قابلة للتغيير إذا استخدمنا تحويلات خطية متزايدة. فإذا افترضنا أن $L_1=(P_1, A_1, B_1)$ تكون مفضلة على $L_2=(P_2, A_2, B_2)$ بحيث أن:

$$E[U(L_1)]=P_1U(A_1)+(1-P_1)U(B_1)> P_2U(A_2)+(1-P_2)U(B_2)=E[U(L_2)]$$

فإذا افترضنا الآن أن $V=a+bU$ بحيث أن a و b ثابتان وأن $b>0$ فإن المنفعة المتوقعة لـ L_1 للمؤشر V تكون هي التحويلة الخطية للمنفعة المتوقعة للمؤشر U بحيث أن:

$$P_1[a+bU(A_1)]+(1-p_1)[a+bU(B_1)]=a+bE[U(L_1)]$$

ومن الواضح أن:

$$a+bE[U(L_1)]+(1-p_1)[(B_1)]=a+bE[U(L_1)]$$

ومن الواضح أن:

$$a+bE[U(L_1)]> a+bE[U(L_2)]$$

وهذا يحقق قابلية عدم التغير تحت استخدام التحويلة الخطية.

ومن الممكن استخدام معادلة المنفعة المتوقعة لبناء أرقام للمنفعة للمستهلك الذي يتقيد ببديهيات فون نيومان و مور جينستيرن فإذا وضعنا اعتباطا أرقاما لناتجين مؤكدين هما A_1 وA_2 فإنه على سبيل المثال، إذا كانت A_2 مفضلة على A_1 وأنه إذا كانت $U(A_1)=20$ وأن $U(A_2)=1000$ وأن A_3 هي أيضا إحدى النتائج فإنه إذا كانت A_3 تقع بين A_1 وA_2 في ترتيب الأفضليات، فإننا نسأل المستهلك أن يضع قيمة للاحتمال P بحيث أنه لا يفرق بين A_3 وبين (P, A_1, A_2) فإذا كان $P=0.8$ فإننا نحصل إلى حل المسألة الآتية:

$$U(A_3)=0.8U(A_1)+0.2U(A_2)=216$$

فإذا كانت A_4 مفضلة على جميع البدائل الثلاث السابقة فإن منفعتها يمكن الحصول عليها بسؤال المستهلك بأن يضع قيمة للاحتمال P بحيث أنه لا يفرق بين A_2 وبين (P, A_1, A_4) فإذا كان $P=0.6$ فإننا نصل إلى حل المسألة الآتية:

$$1000=(0.6)(20)+0.4U(A_4)$$

لقيمة $U(A_4)=2470$ وتستمر هذه العطية إلى ما لا نهاية بدون التوصل إلى نتائج مغايرة مادام المستهلك متقيدا بالبديهيات الخمس السابقة. ونجد أن المنفعات في تحليل فون نيومن ومور جينستيرن تكون قياسية بالمعنى المحدد ولقد تم اشتقاقها من سلوك المستهلك المنطوي على الخطر وأنها صالحة للتنبؤ برغبات المستهلك ما دام هذا المستهلك خاضعا لقاعدة الحصول على الحد الأعلى للمنفعة المتوقعة. ولقد تم التوصل إليها عن طريق تقديم رغبات ذات منفعة متبادلة وعلى هذا فإنه، من غير جدوى المحاولة للاستنباط من المنفعة الناتجة من الحدث A والمنفعة الناتجة من الحدث B المنفعة الناتجة من اندماج الحدثين A وB فالمنافع المتأتجة من تحاليل فون نيومان ومور جنيستيرن تمتلك بعض خاصيات، وليس كل خاصيات المنفعة القياسية.

فإذا كانت $U(A)=kU(B)$ فإنه ليس من المنطق أن تؤكد أن المستهلك يفضل A عدد k من المرات على B ونجد أن نسب المنفعة غير قابلة للتغير تحت استخدام التحويلات الخطية وعامة نجد أن:

$$\frac{U(A)}{U(B)} \neq \frac{a + bU(A)}{a + bU(B)}$$

ولكن على كل حال فإن أرقام المنفعة تعطينا مقياسا مجاليا وأن الفروق بينهم ليس لها أي معنى وهذا يتبع من الحقيقة القائلة بأن من جسامة الفروق النسبية بين أرقام المنفعة تكون غير قابلة للتغيير بالنسبة للتحويلات الخطية بحيث أن: $V(A)-V(B)=b[U(A)-U(B)]$

وبالمقارنة مع النظرية التقليدية للمستهلك، نجد أن إشارة معدل التغير للمنفعة الحدية (وهي الاشتقاق الثاني لدالة المنفعة) يكون لها علاقة مباشرة لأنها غير قابلة للتغير بالنسبة للتحويلات الخطية، ومثل هذه المقارنات لا تتطلب بأي حال تفضيل المستهلك للفرصة (C على B) على (B على A) لأن البديل المختار يجب أن يتحصل على أكبر (أو على) رقم من أرقام المنفعة.

لا تزال مقارنات المنفعة بين الأشخاص مستحيلة ولكن المنفعة المتوقعة تسمح بالآتي:

- الترتيب المتكامل للبدائل في الحالات المشخصة بأنها مؤكدة؛
- مقارنة الفروق بين المنفعات بسبب الخاصية القياسية السابقة؛
- المقدرة على حساب المنفعات المتوقعة وهذا جعل من الممكن التعامل مع سلوك المستهلك تحت شروط عدم التأكد.

حادي عشر: السلوك تحت عوامل عدم التأكد

في حالة عدم الـتأكد سوف نفترض هنا أن لدالة المنفعة الخواص التالية:

- لها المتغير الوحيد وهو الثروة والذي يمكن قياسه بالوحدات النقدية؛
- تكون دائما متزايدة؛
- تكون متصلة ولها اشتقاقات أولى وثابتة متصلة أيضا.

1- مواقف حيال المجازفة التي تنطوي على الخطر:

تعرف القيمة المتوقعة لليانصيب (P, W_1, W_2)، حيث أن W_i تمثل مستويات الثراء المختلفة، بأنها مجموع النتائج مضروبا في مقدار احتمال حدوثها بحيث أن:

$$E[W]=Pw_1+(1-p)W_2$$

ويعرف الشخص بأنه محايد للمجازفة بالنسبة لها نصيب ما، إذا كانت المنفعة الناتجة من القيمة المتوقعة لليانصيب تساوي المنفعة المتوقعة لليانصيب، بمعنى أنه إذا كان:

$$U[Pw_1+(1-p)W_2]=PU(W_1)+(1-P)U(W_2) \qquad ....(32)$$

ومثل هذا شخص يكون راغبا فقط في القيم المتوقعة وغير مدركا للمجازفة فهو لا يفرق بين اليانصيبان (0.5; 1; 1,000,000) و(0.5; 500,000; 500,001) فإذا كان محايدا للمجازفة حيال جميع اليانصيب فإن المعادلة (32) تتطلب بأن يكون له دالة منفعة خطية على النمط $U=\alpha+\beta W$ بحيث أن $\beta>0$ وكل ما يتعلق بالمنفعة والتي تقدمت بالنسبة للحالات المؤكدة يمكن تطبيقها على الأشخاص المحايدين للمجازفة والذين يتعرضون لحالات عدم التأكد وكل ما هو ضروري في مثل هذه الحالة هو وضع قيم مكان قيم مؤكدة. ونعرف الشخص بأنه متفادي للمجازفة بالنسبة ليانصيب ما، إذا كانت المنفعة لقيمتها المتوقعة أكبر من القيمة المتوقعة لمنفعتها بحيث أن:

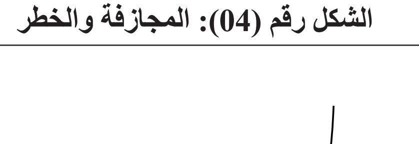
$$U[Pw_1+(1-p)W_2]>PU(W_1)+(1-P)U(W_2).......(33)$$

مثل هذا شخص يفضل ناتجا مؤكدا على آخر غير مؤكد بنفس القيمة المتوقعة فإذا كانت المعادلة (33) صالحة لجميع $0<P<1$ وكذلك لجميع W_1 وW_2 ضمن مجال دالة المنفعة، فإن دالة المنفعة تكون محدبة تماما خلال

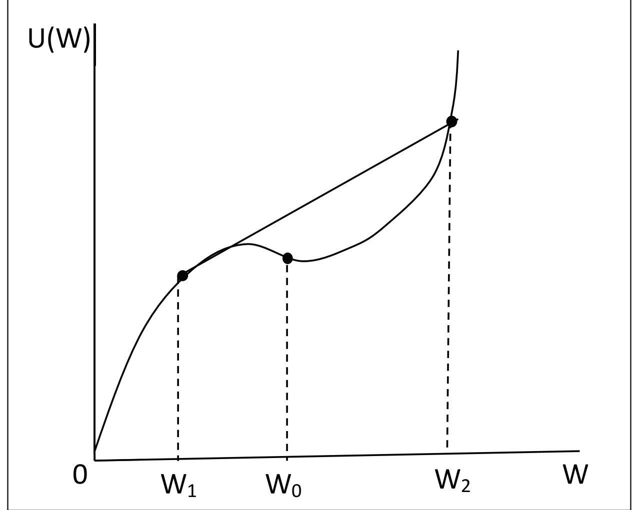
مجالها لأن المعادلة (33) تكون مطابقة لتعريف التقعر التام، فإذا كانت $d^2U/dW^2<0$ فإن دالة المنفعة تكون مقعرة تماما وأن المستهلك يكون متفاديا للمجازفة.

لقد بينت الملاحظات السلوكية وعلم النفس أن معظم الناس يكونون من نوع الأشخاص المفادون للمجازفة في أغلب معاملاتهم، وبالرغم من هذا، فإن التحاليل السابقة يمكن لها أن تعطي بالمساواة الأشخاص الذين يفضلون النتائج غير المؤكدة. ويعتبر الشخص بأنه محبا للمجازفة بالنسبة ليانصيب ما إذا كانت المنفعة بقيمتها المتوقعة أقل من منفعتها المتوقعة. وفي هذه الحالة فإن المتراجحة في المعادلة (33) تكون مقلوبة والمحب للمجازفة سوف يكون دائما ميالا للمراهنات (المراهنات التي تكون فيها القيمة المتوقعة للربح مساوية للقيمة المتوقعة للخسارة) وبإتباع نفس النقاش الذي استخدم في حالة الشخص المتفادي للمجازفة، فإنه إذا كان $d^2U/dW^2>0$ فإن دالة المنفعة تكون محدبة تماما، وأن المستهلك هو شخص محب للمجازفة.

من المحتمل لشخص ما أن يكون متفاديا للمجازفة في بعض الحالات ومحبا للمجازفة في حالات أخرى، فإذا اعتبرنا على سبيل المثال شخص ذو دخل منخفض متفاديا للمجازفة فتقريبا جميع معاملاته ماعدا أنه يكسب 500000 ون باحتمال واحد في المليون. ففي الظاهر أن تصرفاته غير متوافقة، ولكنها سوف تكون متوافقة إذا كانت دالة المنفعة بالصورة الموضحة في الشكل أسفله، حيث أن W_1 تمثل ثروة المستهلك إذا خسر اليانصيب، وأن W_2 تمثل ثروته إذا ربح اليانصيب.



الشكل رقم (04): المجازفة والخطر



فدالة منفعته تكون مقعرة تماما بين $0 \leq W_1 \leq W_0$ وتكون محدبة تماما بين $W_0 < W_2$ وبالتالي فإن متفاديا للمجازفة في جميع الحالات غير المؤكدة والتي يكون فيها أفضل النتائج ليس أكبر من W_0 ويكون جميع سلوكه الملاحظ في هذا المدى. والمستهلك مستعدا لدفع مبلغا إضافيا من أجل فرصة ولو نادرة للتخلص من حالة الدخل المنخفض. إن إشارة الاشتقاق الثاني لدالة المنفعة يعطينا مؤشرا لموقف المستهلك بما أن جسامته غير قابلة للتغير تحت تحويلات خطية، فإنه لا يمكن أن تستخدم لإعطاء إشارات عن مستوى تفادي المجازفة أو عن الأفضلية وتعطينا النسبة بين الاشتقاقات الثانية والأولى مقياسا لتفادي المجازفة المطلق على النحو التالي:

$$r = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = -\frac{d \, In \, U'(W)}{dW} \quad ....(34)$$

وهذا المقياس يكون موجبا، سالبا أو مساويا للصفر حسب كون المستهلك مفاديا محبا أو محايدا حيال المجازفة، فإذا افترضنا أن: $V= a+bU$ بحيث أن $b>0$ فإن:

$$r = -\frac{U"(W)}{U^{'}(W)} = -\frac{bU"(W)}{bU^{'}(W)} = -\frac{U"(W)}{U^{'}(W)}$$

وهذه تثبت لنا قابلية عدم التغير المطلوب.

مثال: نعتبر دالة المنفعة التربيعية $U=W-\alpha W^2$ بحيث أن $\alpha>0$ وأن المجال هو: $0<W<1/(2\alpha)$ وهذه الدالة تصف سلوك الشخص المتفادي للمجازفة لأن $U"=-2\alpha<0$ وبتقييم المعادلة (34) نحصل على:

$$r = \frac{2\alpha}{1-2\alpha Z}$$

بحيث أن $dr/dW= 4\alpha^2/(1-2\alpha)^2>0$ ونجد أن تفادي المستهلك للمجازفة يزداد بزيادة ثروته وفي أغلب الأحيان، قد يفترض شخص ما عكس هذه الحالة، ودالة المنفعة $U= In(W+\alpha)$ بحيث أن $\alpha>0$ تعطي مقياسا منخفضا لتفادي المجازفة. لنعتبر مجموعة دوال المنفعة التي تعطي مقياسا ثابتا لتفادي المجازفة فإذا افترضنا أن $r=c$ وأعدنا كتابة المعادلة (34) على النحو التالي:

$$\frac{d\, In\, U^{'}(W)}{dW} = -c$$

وبتكامل المعادلة السابقة بالنسبة W نحصل على: $In\, U'(W) = -cW+k_1$

بحيث أن k_1 تمثل ثابت التكامل فإذا أخذنا العدد المقابل للوغاريتم فإننا نحصل على:

$$U'(W) = e^{k1}e^{-cw}$$

وبأخذ التكامل مرة أخرى نحصل على:

$$U(W) = e^{k_1}\int e^{-cw}dW = -\frac{e^{k_1}}{c}e^{-cw} + k_2$$

حيث أن k_2 يمثل ثابت آخر للتكامل، وأخيرا نقوم بتطبيق التحويلة الخطية بفرض أن $\alpha=-(k_2c)/e^{-k1}$ وأن $b=c/e^{k1}$ لنحصل على:

$V(W)= -e^{-cw}$

وهذه المعادلة هي نمط عام لدالة المنفعة والتي لها ثابتا مطلقا لتفادي المجازفة.

2- المجازفة والتأمين:

نفترض أن المستهلك سوف تواجهه مخاطر ومجازفة بفقدان مبلغ وقدره A من الوحدات النقدية باحتمال وقدره P، إذا حصل له حريق وهذا يكافئ لليانصيب (P, W_0-A, W_0) بحيث أن W_0 تمثل ثروة المستهلك قبل الحريق فإذا كان المستهلك يدفع مبلغا وقدره R من الوحدات النقدية لشركة التأمين، والشركة بدورها تعطي المستهلك مبلغا وقدره A من الوحدات النقدية إذا حصل الحريق وعلى هذا فإن المستهلك ضامن ثروة قدرها W_0-R سواء حدث الحريق أم لم يحدث يمكن الحصول على الحد الأعلى للمبلغ الذي يرغب المستهلك في دفعه للتأمين بحل المعادلة التالية بقيمة R.

$$U(W_0-R) = PU(W_0-A) +(1-P) U(W_0)$$

ونجد أن القيمة المتوقعة للخسارة من الحريق تساوي PA فإذا كان المستهلك متفاديا للمجازفة، فإن قيمة الحل لمبلغ R تكون أكبر من PA وسوف يشتري المستهلك التأمين إذا كان سعره لا يزيد عن المبلغ R فإذا كان المبلغ أكبر من R فإن المستهلك سوف لا يشتري التأمين بالرغم من أنه متفاديا للمجازفة أو المخاطرة. وبما أن شركات التأمين ترغب في الحصول على أرباح بعد تغطية التكلفة، فإنها سوف تحافظ على أسعار التأمين لتكون أعلى من PA ففي سوق المنافسة التامة نجد أن جميع الأشخاص المحبي للمجازفة، وجميع الأشخاص المحايدين بالنسبة للمجازفة وبعض الأشخاص المتفادين للمجازفة سوف لا يشترون بوليصة تأمين.

مثال: نفرض أن دالة المنفعة للمستهلك هي $U=W^{0.5}$ ونفرض أيضا أن $W= 90,000$ وأن $A=80,000$ وأن $P= 0.05$ وعليه فإننا نتحصل على:

$$(90,000-R)^{0.5}=0.95(90,000)^{0.5}+0.5(10,000)^{0.5}$$

ونحصل منها على الحل لقيمة R بمقدار R=5900 ونجد أن القيمة المتوقعة للخسارة هي PA=4000 فالمستهلك المتفادي للمجازفة سوف يرغب في دفع 1900 ون إضافية ليتحاشى المخاطرة من حدوث الحريق.

تختلف بوليصة التأمين عن بعضها البعض من عدة نواحي. فالبعض يقدم ميزة الخصم بحيث أن الشركة سوف لا تدفع للمستهلك في حالة تضرره المبلغ D من الوحدات النقدية الأولى من قيمة الخسارة والبعض الآخر يقدم صيغة المشاركة في التأمين حيث أن المستهلك سوف يدفع نسبة معينة $0<\alpha<1$ من قيمة أي خسارة على المستهلك. ليكن شخصا ما يمتلك سيارة ومعرض للخطر من الحوادث الجانبية باحتمال وقدره P_1 ومعرض للخطر من الحوادث الرئيسية باحتمال وقدره P_2 ولكنه لا يحتمل أن يتعرض للاثنين معا (بمعنى: تعرض لحادث جانبي وآخر رئيسي معا) فحصيلة الخسارة تكون A وB من الوحدات النقدية على التوالي بحيث أن $A<B$ فإذا افترضنا أن المستهلك من النوع المتفادي للخطر (المجازفة) وأنه لابد وأن يختار بين ميزة الخصم أو المشاركة في بوليصة التأمين. وافترضنا أيضا أن D وα اختيرت بحيث أن القيمة المتوقعة للخسارة متساوية في كلا الحالتين لبوليصة التأمين (حالة الخصم أو حالة المشاركة) وأنها كذلك مساوية لقيمة بوليصة التأمين ولذلك نجد أن لكل حالة:

$$R=P_1(A-D)+P_2(B-D)=P_1(1-\alpha)A+P_2(1-\alpha)B \quad ....(35)$$

ونجد أنه تحت هذه الظروف سوف يلجأ المستهلك لشراء بوليصة التأمين التي تقدم له ميزة الخصم لأنها تعطيه منفعة متوقعة عالية. ويمكن إثبات هذا عن طريق تحقيق المتراجحة الآتية:

$$P_1U(W_0-D-R)+P_2U(W_0-D-R)+(1-P_1-P_2)(U(W_0-R)>P_1U(W_0-\alpha A-R)+P_2U(W_0-\alpha B-R)+(1-P_1-P_2)U(W_0-R)$$

فإذا طرحنا المقدار $(1-P_1-P_2)U(W_0-R)$ من طرفي المعادلة، وقسمنا المجموع على (P_1+P_2) ثم جمعنا الحدود المتشابهة، نحصل على:

$U(W_0-D-R)>Q_1U(W_0-\alpha A-R)+Q_2U(W_0-\alpha B-R)$ ....(36)

بحيث أن $Q_1=P_1/(P_1+P_2)$ وكذلك $Q_2= P_2/(P_1+P_2)$ وبما أن :

$D= Q_1\alpha A+Q_2\alpha B$ من المعادلة (35) فإن المتراجحة (36) لابد وأن تكون صالحة للمستهلك المتفادي للمجازفة لأنه من الممكن تفسيرها على أنها حالة من المعادلة (33) حيث أن منفعة القيمة المتوقعة أكبر من القيمة المتوقعة للمنفعة.

الفصل الثاني: الاستهلاك في حالة وجود عدة فترات

سنقدم عامل الزمن في حدود الوضع المتصل والوضع المنفصل وسوف نعرف دوال الإنتاج والمنفعة ذات الفترات الزمنية المتعددة ثم التوسع في نظريات الاستهلاك والإنتاج ذات الفترة الزمنية الواحدة، لتغطية تحقيق الأمثلية من خلال آفاق زمنية مكونة من T فترة زمنية وتقديم عامل الزمن هذا سوف يصحبه عدد من الافتراضات البسيطة. إن نفقات المستهلك الحالية لن تكون محددة بشرط الميزانية ذا الفترة الزمنية الواحدة فقد يصرف أكثر أو أقل من دخله الحالي ويقرض أو يقترض الفرق وكذلك الملاك لهم الخيار في الاقتراض والإقراض.

إن من العادة أن يستلم المستهلك دخله ويشتري به السلع عند بداية كل فترة سوقية زمنية فمشترياته الحالية سوف تتأثر بتوقعاته بخصوص السعر ومستويات الدخل في المستقبل لذا فإنه يجب أن يضع خطة (على سبيل المحاولة أو التجربة) لمشترياته في فترات السوق الزمنية في المستقبل. فلو أثبتت توقعاته صحتها ولم يتغير ذوقه عن الاختيارات المتوقعة، فإن خطته الأولية تنفذ في فترات السوق الزمنية في المستقبل ولكن إذا أثبتت توقعاته فشلها فإن عليه أن ينقح من خطته الأولية فخطة المناقشة الحالية سوف تكون محصورة على المستهلك الذي يكون خطة متكاملة في فترة السوق الزمنية الجارية وذلك لنفقاته الاستهلاكية على السلع وعددها n وذلك على أفق من الزمن محتويا عدد T من الفترات الزمنية. فنفقاته تكون الفترة الزمنية التي من أجلها قد خطط في فترة السوق الزمنية الجارية فقد تكون بأي طول ولكن للبساطة نفترض أنها موافقة لما تبقى من عمره المتوقع فليس من المهم أن يعرف بالفعل

كم من الزمن سوف يعيش ولكن من الضروري أن يخطط كما لو أنه يعرف بالفعل. فلو تغيرت توقعات حياته في المستقبل فإنه سوف يغير أفقه حسب خططه المنفحة.

أولا: الأفكار أو المفاهيم الأساسية

تتطلب تحاليل الفترات الزمنية المتعددة تقديم مفاهيم جديدة منفردة وذلك لوصف الطرق وتكاليف الاقتراض والإقراض.

1- سوق السندات:

نقدم الإقراض والاقتراض مع الافتراضات البسيطة التالية:

- للمستهلكين والمالكين الحق في الدخول في عقود الاقتراض وذلك في اليوم الأول فقط من كل فترة زمنية؛
- يوجد أداة واحدة فقط للاقتراض وهي السندات لفترة زمنية واحدة فقط؛
- يكون سوق السندات تنافسيا كاملا؛
- المقترضون يبيعون السندات لمن يريد أن يقترض وذلك مقابل كميات معينة من قوة الشراء الجارية، وذلك على صورة نقود حسابية ؛
- القروض زائدا رسوم الاقتراض سوف تدفع بدون تأخير (أو عدم إيفاء) في فترة السوق التالية.

وهذه الافتراضات تمثل تبسيط شديد لواقع أسواق الدين ولكنها تسمح باشتقاق نتائج أساسية يمكن توسعها لتغطي أسواق أكثر تعقيدا. فكل واحد من الافتراضات السابقة يمكن تعديله لتوسيع قاعدة وتغطية التحاليل فالاقتراض يتبع من تعريف الزمن المنفصل المستفاد منه في تحاليل الفترات الزمنية المتعددة.

يمكن تعديل الافتراض الثاني بافتراض وجود أنواع مختلفة من أدوات الديون، مثل أوراق الوعود ووثائق رهن العقارات بفترات زمنية مستحقة

مختلفة ويمكن تهوين الثالث بالرجوع إلى تحاليل المنافسة غير الكاملة. ويمكن كذلك تعديل الافتراضين الرابع والخامس بعدد من الطرق.

لتكن b_t وضع شخص ما بالنسبة للسندات عند نهاية فترة المتاجرة في اليوم t من أيام السوق فإشارة b_t تظهر أهمية ما إذا كان هذا الشخص مقترضا أو مقرضا. فإذا كانت $b_t<0$، فإن هذا الشخص يكون مقترضا مع وجوب دفع السندات، وأنه يجب عليه أن يقوم بدفع b_t وحدة نقدية زائدا رسم الاقتراض المناسب في وقت السوق الـ (t+1) الأول. أما إذا كانت $b_t>0$، فإن هذا الشخص يكون مقرضا حاصلا على سندات الآخرين وسوف يستلم b_t وحدة نقدية زائدا رسم الاقتراض المناسب في وقت السوق الـ (t+1) الأول. وبما أن رسوم الاقتراض المناسبة قد عبر عنها أيضا في حدود النقود الحسابية لذا فإنه قد تذكر كنسب من المقادير المقترضة. ففي اليوم (t+1) الأول من السوق يجب على المقترض أن يدفع $(1+i_t)$ مضروبة في المقدار المقترض في اليوم الـ t، فالنسبة i_t تكون هي معدل فائدة السوق التي تربط بين اليوم الـ (t+1). فمعدلات الفائدة يعبر عنها دائما كنسب مئوية. فلو كان معدل الفائدة هو i_t فإن رسم الاقتراض سيكون $100i_t$ في المائة من المقدار المقترض. فعلى سبيل المثال، يكون رسم الاقتراض هو خمسة في المائة إذا كانت $i_t=0.05$.

2 – معدلات دخل (عائد) السوق:

إن الأشخاص الذين يرغبون في الاقتراض لمدة زمنية تزيد عن فترة واحدة يستطيعون بيع سندات جديدة على أزمنة سوقية متتالية مستوفية المبلغ الرئيسي والفائدة عليه. وبالمثل فإنه باستطاعة المقرضون إعادة استثمار دخلهم الرئيسي والفوائد العائد لهم. لنعتبر حالة الفرد الذي يستثمر b_t من الوحدات النقدية في اليوم السوقي الـt ثم يواصل إعادة الاستثمار للدخل الرئيسي والفوائد حتى اليوم السوقي الـ t فتكون قيمة استثمار عند بداية اليوم السوقي الـ (t+1) الأول هي $bt(1+i_t)$، فإذا استثمر كامل المقدار بعد ذلك فإن قيمة استثماره عند بداية اليوم السوقي الـ (t+2) الثاني هي $b_t(1+i_t)(1+i_{t+1})$

وتكون بذلك قيمة استثماره عند بداية اليوم السوقي الـ r هي:

$b_t(1+i_t)(1+i_{t+1})\ldots(1+i_{r-1})$

ويكون كامل العائد (دخل) على استثماره هو:

$J=b_t(1+i_t)(1+i_{t+1})\ldots(1+i_{r-1})-b_t$

ويكون متوسط معدل الدخل ومعدل الدخل الحدي (ξ_{tr}) لهذا الاستثمار متساويين وثابتين.

$$\xi_{tr}=\frac{J}{b_t}=\frac{dJ}{db_t}=(1+i_t)(1+i_{t+1})\ldots(1+i_{r-1})-1 \qquad \ldots\ldots..(01)$$

فعلى سبيل المثال، لو أن $r=t+2$ وأن $i_t=0.10$ وأن $i_{t+1}=0.06$، فإن:

$\xi_{t.t+2}=(1.10)(1.06)-1=0.166$

بما أن المستثمر يكسب فائدة على دخل ربحه السابق، فإن معدل العائد المركب للسوق سوف يفوق مجموع معدلات الفائدة الفردية فمن المفيد أن نلاحظ أن مستويات معدلات الفائدة فقط، ليس ترتيب تواليهم، وهي التي تؤثر على معدل عائد السوق. فمعدل عائد السوق سيظل 0.166 للفائدة $i_t=0.06$ ولـ $i_{t+1}=0.10$. إنه من الأفضل تعريف:

$$\xi_{it}=0 \qquad \ldots\ldots...(02)$$

والتي تنص على أن المستثمر سوف يكسب معدل عائد مساويا لصفر لو أنه يشتري ويبيع في نفس الفترة الزمنية وسوف يكسب عائدا موجبا إذا احتفظ بالسندات إلى فترة زمنية في المستقبل وتنطبق معدلات عائد السوق المعرفة على حالات الاقتراض والإقراض فإذا توقع المستثمر معدل فائدة ثابتا، $i_t=\ldots=i_{r-1}=i$. فإن معادلتي (01) و(02) تصبحان: $\xi_{tr}=(1+i)^{r-t}-1$

والتي يمكن إيجاد قيمتها من جدول الربح المركب لقيم مخصصة لـ 1-أ و i.

3- معدل التخفيض والقيم الحالية:

يتطلب وجود أرقام سوقا للسندات أن الفرد العاقل سوف لا يعتبر الوحدة النقدية الواحدة التي يجب دفعها في الفترة الزمنية الحالية مكافئا للوحدة النقدية

التي يجب دفعها في بعض الفترات الزمنية في المستقبل. فلو أنه استثمر وحدة نقدية واحدة في السندات في فترة السوق الزمنية الحالية فإنه سوف يستلم $(1+i_1)$ من الوحدات النقدية في فترة السوق الزمنية التالية فالوحدة النقدية الواحدة التي يجب دفعها عند فترة السوق الزمنية التالية يكون مكافئا سوقيا لـ $(1+i_1)^{-1}=1/(1+i_1)$ من الوحدات النقدية التي يجب دفعها عند حلول الفترة الأولى. فمن الممكن إقراض $(1+i_1)^{-1}$ من الوحدات النقدية عند فترة السوق الأولى واستلام وحدة نقدية واحدة عند حلول الفترة الثانية أو أنه يستلف $(1+i_1)^{-1}$ من الوحدات النقدية عند الفترة الأولى ويدفع وحدة نقدية واحدة عند الفترة الثانية. فالنسبة $(1+i_1)^{-1}$ هي معدل التخفيض للمقادير التي يجب دفعها عند حلول الفترة الزمنية الثانية. أما القيمة الحالية وتسمى في بعض الأحيان قيمة لتخفيض لـ y_2 من الوحدات النقدية التي يجب دفعها عند حلول فترة السوق الثانية هي $y_2(1+i_t)^{-1}$ من الوحدات النقدية.

يمكن تعريف معدلات التخفيض للمبالغ التي تدفع عند حلول أي فترة من فترات السوق الزمنية وعموما فإن معدل التخفيض للمبالغ التي تدفع عند حلول الفترة الـ t يكون:

$$[(1+i_t)(1+i_2)\dots(1+i_{t-1})]-1=(1+\xi_{1t})^{-1}$$

فاستثمار بمبلغ $(1+\xi_{1t})^{-i}$ من الوحدات النقدية عند فترة السوق الزمنية الأولى سوف يكون له قيمة وحدة نقدية واحدة عند حلول الفترة الـ t. ومن الممكن التعبير عن دخل بكامله أو تكاليف أو نفقات جارية في حدود قيمتها الحالية بعدد مفرد واحد. لنعتبر الدخل الجاري $y_1, y_2,\dots,y_r$ حيث أن y_t هو الدخل الذي يجب دفعه عند حلول فترة السوق الـ t فتكون القيمة الحالية لهذا الدخل الجاري هي:

$$y = y_1 + \frac{y_2}{(1+\xi_{12})} + \cdots + \frac{y_r}{(1+\xi_{1r})}$$

فلو أن جميع معدلات الفائدة تكون موجبة فإن $(1 + \xi_{1r})$ سوف تزداد وسوف تنخفض القيمة الحالية لأي مبلغ ثابت وذلك كلما ازدادت t فإذا كانت جميع معدلات الفائدة هي 0.10 فإن القيمة الحالية لوحدة نقدية واحدة يجب دفعها عند حلول فترة السوق الزمنية الثانية يكون تقريبا 0.91 من الوحدات النقدية، وتكون الوحدة الواحدة التي يجب دفعها عند حلول فترة السوق الزمنية الخامسة تقريبا 0.68 وتكون الوحدة النقدية التي يجب دفعها عند الفترة العاشرة تقريبا 0.42. فحسابات القيم الحالية تجعل من الممكن القيام بمقارنة ذات معنى اقتصادي للدخل البديل والنفقات الجارية.

لنفترض أن معدل الفائدة هو 0.10 واعتبر بديلين بفترتين زمنيتين من الدخلين الجاريين:

$Y_1=100, y_2=330, Y_1=300, y_2=121.$

حيث يحتوي الدخل الجاري الأول على تسعة وحدات نقدية أكثر من الثاني، ولكن الثاني سوف يكون مفضلا عندما يكون معدل الفائدة 0.10 لأن قيمته الحالية (410 من الوحدات النقدية) تفوق القيمة الحالية للأول (400 من الوحدات النقدية) ويمكن إثبات أفضلية الدخل الجاري الثاني بتحويله إلى مجرى يمكن مقارنته بطريقة مباشرة بالمجرى الأول. فالدخل الجاري الثاني سوف يعطي من هو في ملكه 200 وحدة نقدية أكثر عند حلول فترة السوق الأولى من الدخل الجاري الأول. عندما يستثمر هذه الـ 200 وحدة نقدية في السندات عند حلول فترة السوق الأولى فهذا يترك دخلا بمبلغ 100 وحدة نقدية عند حلول الفترة الأولى ثم يضيف 220 وحدة نقدية إلى دخله المقابل للصرف عند نهاية الفترة الثانية، فيكون الدخل الجاري المتحول $y_1=100,$ $y_2=341$ ومن الواضح أنه منفصلا عند الدخل الجاري الأول ويمكن تعميم هذه النتيجة بغض النظر عن كيفية تحويل أي دخلا جاريا سواء من خلال القرض أو الإقراض فإن أي دخلا جاريا تكون له قيمة حالية أكبر يمكن تحويله إلى دخلا جاريا مفضلا.

ثانيا: دوال المنفعة خلال الزمن

إن في معظم الحالات العامة نجد أن مؤشر المنفعة الترتيبي للمستهلك يعتمد على استهلاكه المخطط له لكل واحد من السلع n في كل فترة من الفترات الزمنية T:

$U= U(q_{11},\ldots,q_{n1}, q_{12},\ldots,q_{n2}, q_{1r},\ldots,q_{nr})$ ....(03)

حيث أن q_{jt} هي كمية Q_j التي تشترى في فترة السوق الزمنية الـ t ثم يستهلكها خلال نفس الفترة t. حيث لا يتطلب تكوين مؤشر منفعة منفرد، فالمستهلك سوف لا يتوقع أي تغير في ذوقه عبر الزمن ولكنه يتطلب أن يخطط كما لو أنه يعرف المسلك الذي سوف يأخذه التغيير. فعلى سبيل المثال قد يعرف كم من المنفعة التي سوف تجلبها له السيارة خلال السنوات التي يرعى فيها عائلته ولكنها لا تعطيه أي منفعة خلال سنوات تقاعده. فمؤشر المنفعة (03) لا يتحقق بوجه الضرورة من خلال كامل أفق المستهلك المخطط له ولكنه مجرد انعكاس لتوقعاته الحالية. فأي تغير في ظروفه الموضوعية أو رغباته الذاتية قد يسبب في تحسين مؤشر منفعته عند بعض الفترات السوقية الزمنية المستقبلية.

بالرغم من أن تحاليل استهلاك الفترات المتعددة يكون رسميا مطابقا لتحاليل الفترة الواحدة، إلا أن تقديم عامل الزمن بوضوح وتقديم معدل الفائدة يمثلان عددا من المصاعب والمشاكل الجديدة. فالاهتمام يكون مركزا على المشاكل الفريدة لاستهلاك الفترات المتعددة وذلك بافتراض أن أسعار السلعة المتوقعة والواقعية تكون ثابتة في القيمة وتظل غير متغيرة. وكنتيجة لذلك فقد نبسط التحاليل بإدخال نظرية السلعة المركبة، حيث c_t تمثل مجموع نفقات المستهلك للسلع في فترة السوق الزمنية الـ t:

$c_t = \sum_{j=1}^{n} p_{jt} q_{jt} \qquad t = 1, \ldots, T$ ....(04)

ثم نعيد تعريف المعادلة (03) في حدود نفقات استهلاك السلعة المركبة:

$U= V(c_1,\ldots c_r)$ .... (05)

والتي تعطي القيمة العظمى لمؤشر المنفعة الموافق لكل نمط من أنماط

نفقات الاستهلاك. فمعدل التعويض الزمني للمستهلك هو:

$$-\frac{\partial c_r}{\partial c_t} = \frac{v_t}{v_r} \quad t, r = 1, \dots \dots T \quad ....(06)$$

هو المعدل الذي يجب أن تزداد فيه نفقات المستهلك في فترة السوق الزمنية الـ r، وذلك لتعويض التخفيض في نفقات الاستهلاك في الفترة الـ t من أجل ترك مستوى قناعة المستهلك من دون تغيير ولا فقدان شيئا من العموميات بتحديد الانتباه على الحالات التي تكون فيها r>t، فلو كان معدل التعويض الزمني للمستهلك هو 1.06 فإن نفقاته الاستهلاكية في الفترة (r) يجب أن تزداد بالمعدل 1.06 من الوحدات النقدية لكل و ن من الوحدات النقدية المنفقة للاستهلاك المضحى به في الفترة الـ t. وبمعنى آخر فإنه يجب أن يستلم على الأقل 0.06 من الوحدات النقدية كمبلغ إضافي، قبل أن يؤخر انفاق استهلاكي بما قيمة وحدة نقدية واحدة من الفترة t إلى الفترة r. نعرف هذا المبلغ الإضافي الأدنى بأنه معدل الزمن المفضل للمستهلك من أجل استهلاكه في الفترة t بدلا من الفترة r ونرمز له بالرمز η_{tr}:

$$\eta_{tr} = \frac{\partial c_r}{\partial c_t} - 1 \quad t, r = 1, \dots \dots, T \quad r > t \quad ....(07)$$

فقد يكون معدل الزمن المفضل للمستهلك سالبا لبعض أنماط الاستهلاك الزمني، أي أنه راغبا أن يضحي بما قيمته وحدة نقدية واحدة من الاستهلاك في الفترة t من أجل تأمين أقل مما قيمته وحدة نقدية واحدة في فترة لاحقة. فلو كانت نفقات الاستهلاك المتوقعة هي 10.000 و ن في الفترة الـ t وتكون فقط وحدة نقدية واحدة في الفترة الـ r فإن η_{tr} سوف تكون سالبة في أغلب الاحتمالات ويمكن اشتقاق معدلات التفضيل الزمنية الذاتية للمستهلك من دالة منفعة الاستهلاك والتي تعتمد على مستويات نفقات استهلاكه وتكون مستقلة عن معدلات الفائدة في السوق وكذلك من فرص اقتراضه وإقراضه.

ثالثا: قيد الميزانية

يتوقع المستهلك أن يستلم دخلا مكتسبا جاريا: $(y_1, y_2,.....,y_r)$، في فترات السوق الزمنية ضمن الأفق الزمني المخطط له. فعموما لا يكون دخله الجاري المتوقع عبر الزمن أحد الاحتمالات هو أن يكون دخلا مكتسبا منخفضا خلال السنوات المبكرة الأولى من عمر المستهلك العملي والتي تزداد كلما اكتسب خبرة في العمل من خلال التدريب والترقية في الوظيفة، ثم يصل إلى القمة خلال منتصف عمره العملي. فقد يبدأ دخله المكتسب من الانخفاض عندئذ ويصبح صفرا بعد تقاعده. ومهما كان دخله المكتسب الجاري فإنه ينطبق في النادر مع استهلاكه الجاري المطلوب ولكنه يستطيع التوفيق بين المجربين من خلال الإقراض والاقتراض.

إن كامل ما يستلمه المستهلك من دخل في فترة السوق الزمنية الـ t تكون مجموع دخله المكتسب ودخله من الأرباح (الفوائد) من السندات المحتفظ بها خلال الفترة الزمنية السابقة $y_t+i_{t-1}b_{t-1}$ وسوف يكون دخله من الأرباح موجبا إذا كانت حصيلة السندات موجبة ويكون سالبا إذا كانت حصيلته من السندات سالبة، أي أنه إذا كان عليه دين ونعرف مدخراته المتوقعة في الفترة الزمنية الـ t (ونرمز لها s_t بأنها الفرق بين مجموع دخله المتوقع ومجموع نفقات استهلاكه في تلك الفترة:

$$S_t=y_t+i_{t-1}b_{t-1}-c_t \quad t=1,.....,T \quad ....(08)$$

حيث أن i_t هو معدل الفائدة المحدد في فترة السوق الزمنية المبدئية وأن $(t=2,.....,T-1)$ هي معدل الفائدة الذي يتوقع المستهلك أن يظل سائدا إلى الفترة الـ t ويكون ادخاره سالبا إذا فاقت نفقاته مجموع دخله. فلو أن المستهلك كان عند بداية عمره الذي يكسب به، فإن حصيلته المبدئية من السندات (b_0) تمثل ثروته الموروثة. إذا قام بتحسين خططه في وقت لاحق لبداية عمره العملي فإن حصيلته من السندات سوف تعكس أيضا نتائج قرارات الادخار الماضية ولتبسيط التحاليل الحالية نفترض أن المستهلك في بداية عمره العملي

وأن $b_0=0$. فعند كل فترة زمنية سوف يزيد المستهلك أو ينقص من قيمة حصيلته من السندات بكمية ادخاره في ذلك الوقت:

$B_t= b_{t-1}+s_t \quad t=1,\ldots,T$ ....(09)

فالمستهلك قد لا يمكنه الادخار ويعيش على الدين خلال السنوات المبكرة الأولى من حياته العملية عندما يكتسب دخلا قليلا بالمقارنة لأن عليه أن يشتري منزلا وأن يقوم برعاية عائلته الناشئة، ومن ثم يدخر لدفع ديونه ثم يكون مركزا يتحصل منه على حصيلة سندات موجبة وذلك خلال ما تبقى من حياته العملية، وفي الختام سوف يستهلك ما ادخره ويحول سنداته إلى سيولة خلال فترة تقاعده.

وبأخذ المعادلتين (08) و(09) معا فإن حصيلة المستهلك المخطط لها من السندات بعد العمليات التجارية في فترة السوق الزمنية الـ r يمكن التعبير عنها بدلالة دخله المكتسب ومستويات استهلاكه ومعدلات الفائدة:

$b_1=(y_1-c_1)$

$b_2=(y_1-c_1)(1+i_1)+(y_2-c_2)$

$b_3=(y_1-c_1)(1+i_1)(1+i_2)+(y_2-c_2)(1+i_2)+(y_3-c_3)$

وعموما فإن:

$b_T = \sum_{t=1}^{T}(y_t\text{-}c_t)(1+\xi_{tr}) \quad r = 1,\ldots,T$ ....(10)

وتساوي حصيلة المستهلك من السندات بعد عمليات المتاجرة في الفترة السوقية الـ r المجموع الجبري لجميع مدخراته ولصافي تكاليف الربح أو الدخل خلال تلك الفترة بحيث أن الربح يكون مركبا في كل.

ففي حالة الفترة الزمنية الواحدة فإن المستهلك الذي يحقق الأمثلية سوف يشتري كمية كبيرة كافية من كل سلعة ليصل إلى درجة التشبع الكاملة، هذا إذا لم يكن له شرط ميزانية وسوف تنشأ حالة مماثلة في حالة تعدد الفترات إذا لم يكن هناك تحديد على مبلغ الدين الذي يستطيع تكديسه خلال عمره

الزمني ويمكن التعبير عن شرط الميزانية في حالة تحاليل الفترات المتعددة كضابط على حصيلة المستهلك النهائية من السندات (b_r). فقد يخطط على أن يترك عقارات أو ديون لورثته ولكن من أجل التبسيط نفترض أنه سوف يخطط على أن لا يترك عقارات أو ديون لورثته وبتقييم b_r من (10) نجد أن شرط ميزانيته:

$$b_T = \sum_{t=1}^{T}(y_t\text{-}c_t)(1+\xi_{tT}) = 0$$

وبالقسمة على $(1+\xi_{1T})$ وتحريك حدود نفقات الاستهلاك إلى اليمين، فإنه من الممكن كتابة شرط ميزانية المستهلك كالتالي:

$$\sum_{t=1}^{T} y_t(1+\xi_{1t})^{-1} = \sum_{t=1}^{T} c_t(1+\xi_{1t})^{-1} \quad ....(11)$$

لأن:

$$\frac{1+\xi_{1t}}{1+\xi_{1t}} = \frac{(1+i_t)\dots(1+i_{r-1})}{(1+i_1)\dots(1+i_{r-1})} = \frac{1}{(1+i_1)\dots(1+i_{t-1})} = (1+\xi_{1t})^{-1}$$

رابعا : تعظيم المنفعة

إن المستهلك يرغب في الحصول على المستوى الأعلى من مؤشر منفعته لعمره العملي (06) تحت شرط الميزانية (11) تكون الدالة:

$$V^* = V(c_1, \dots, c_T) + \mu\sum_{t=1}^{T}(y_t\text{-}c_t)(1+\xi_{tT}) = 0$$

وبوضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية للصفر:

$$\frac{\partial V^*}{\partial c_t} = V_t\text{-}\mu(1+\xi_{1t})^{-1} = 0 \quad t = 1, \dots, T \qquad ....(12)$$

$$\frac{\partial V^*}{\partial} = \sum_{t=1}^{T}(y_t\text{-}c_t)(1+\xi_{1t})^{-1} = 0$$

ومن ثم تكون:

$$\frac{\partial c_r}{\partial c_t} = \frac{(1+\xi_{1r})^{-1}}{(1+\xi_{1t})^{-1}} = 1+\xi_{1T} \qquad t, r = 1, \dots, T \quad r > 1 \qquad ....(13)$$

وبالتعويض في (07):

$\eta_{tr}=\xi_{tr} \quad t, r=1,\ldots,T \quad r>t$

فالمستهلك في هذه الحالة سوف يقوم بتعديل تفضيلاته الذاتية إلى فرص في السوق وذلك بمساواة معدل تفضيله الزمني بين كل زوج من الفترات بمعدل العائد للسوق المقابل. فلو كانت η_{tr} أقل من ξ_{tr} فإن المستهلك يستطيع شراء سندات ويستلم مبلغا إضافيا أكبر من الضروري للمحافظة على أن يكون في موضع السواء أما استهلاكه في الفترة t ذلك على حساب الاستهلاك في الفترة r وبالرغم من أن η_{tr} قد تكون سالبة لبعض أنماط نفقات الاستهلاك فإن القيم المثلى الملاحظة لـ η_{tr} سوف تكون موجبة دائما إذا كانت معدلات الفائدة موجبة . يمكن إثبات شرط الدرجة الثانية قد تتحقق إذا كانت (06) شبه مقعرة تماما منتظم أو ما يعادل ذلك إذا كانت معدلات التفضيل الزمني في تناقص.

مثال: لنعتبر مستهلكا له أفق زمنيا بفترتين. ونفرض أن دالة منفعته هي $U=c_1c_2$ وأن دخله الفعلي ودخله المتوقع هما $y_1=10.000, \quad y_2=5250$ تكون الدالة:

$$V^*=c_1c_2+\mu[(10.000-c_1)+(5250-c_2)(1+i_1)^{-1}]$$

وبوضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية للصفر:

$$\frac{\partial V^*}{\partial c_1}=c_2\text{-}\mu=0$$

$$\frac{\partial V^*}{\partial c_2}=c_1\text{-}\mu(1+i_1)^{-1}=0$$

$$\frac{\partial V^*}{\partial \mu}=(10.000\text{-}c_1)+(5250\text{-}c_2)(1+i_1)^{-1}=0$$

فلو كان معدل الفائدة هو 0.05 (خمسة في المائة) فإن نفقات الاستهلاك المثالية تكون $c_1=75000$ $c_2=7875$، ويساوي معدل التفضيل الزمني للمستهلك لهذه النفقات معدل الفائدة (معدل عائد السوق):

$$\eta_{12} = -\frac{dc_2}{dc_1} - 1 = \frac{c_2}{c_1} - 1 = \frac{7875}{7500} - 1 = 0.05$$

ويضمن شبه تقعر دالة المنفعة التام بانتظام تحقيق شرط الدرجة الثانية ويمكن وصف حالة الأفق الزمني المكون من فترتين عن طريق الرسم البياني. وذلك بإعطاء تفسير جديد لرسومات منحنى السواء التقليدية. فتعطي إحداثيات نقطة A في الشكل (01) دخل المستهلك المكتسب الجاري. بحيث y^0 تكون القيمة الحالية لهذا الدخل الجاري فيكون شرط ميزانيته:

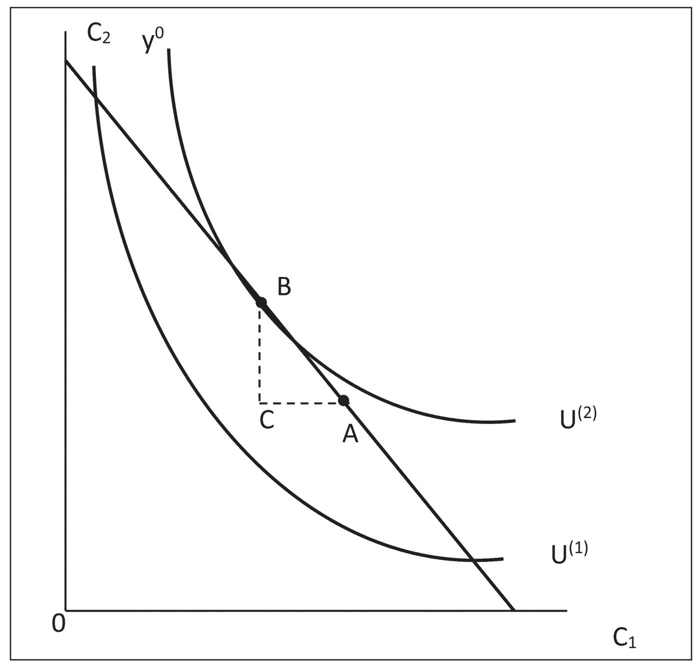
$$Y^0 - c_1 - c_2(1+i_1)^{-1} = 0$$

ويكون المحل الهندسي لجميع نقط الاستهلاك بالقيمة الحالية y_0 خطا مستقيما بميل سالب يساوي معدل المقايضة للسوق $(1+i_1)$ بين نفقات الاستهلاك في الفترة الزمنية الأولى والثانية. فيمكن تحويل وحدة نقدية واحدة من الدخل في الفترة الأولى إلى $(1+i_1)$ من الوحدات النقدية لنفقات الاستهلاك في الفترة الثانية إذا قام المستهلك بإقراض شخص ما بمعدل الفائدة السائد في السوق. وبالمثل فإن $(1+i_1)$ من الوحدات النقدية من الدخل في الفترة الثانية يمكن تحويله إلى وحدة نقدية واحدة لنفقات الاستهلاك في الفترة الأولى إذا استدان المستهلك بمعدل فائدة السوق، فنفترض أن شرط ميزانية المستهلك يكون معطى بخط المرموز له بـ y^0 في الشكل (01).

فلو إقترض المستهلك في فترة السوق الزمنية الأولى فإنه سوف يتحرك عبر خط ميزانيته، متجها إلى اليمين من نقطة A فإذا قام بإقراض شخص ما فإنه سوف يتحرك عبر خط ميزانيته متجها إلى اليسار من نقطة A.



شكل رقم (01): تعظيم المنفعة



إن المنحنيين $U^{(2)}$ $U^{(1)}$ هما من منحنيات السواء الزمنية فكل واحد منهما يكون هو المحل الهندسي لنفقات الاستهلاك التي تعطي مستوا معينا من القناعة والرضا ويكون ميل منحنى السواء الزمني هو $(1+\eta_{12})-$ وتعكس هذه المنحنيات الافتراض بأن معدل التفضيل الزمني يكون في تناقص وتعطي إحداثيات نقطة التماس B نفقات الاستهلاك المثلى فالمستهلك سوف ينفق المبلغ الرئيسي زائدا الأرباح CB على السلع الاستهلاكية في الفترة الزمنية الثانية.

خامسا : آثار الإحلال (التعويض) والدخل

حينما يتغير سعر سلعة ما فإن هناك نوعين من الآثار: التغير في الطلب بسبب التغير في معدل الإحلال بين السلعتين يسمى تأثير الإحلال. الأثر الثاني التغير في الطلب بسبب وجود قدرة شرائية أكثر يسمى أثر الدخل.

1 - مفهوم أثر الإحلال والدخل:

إن تغير إحدى السلعتين مع بقاء دخل المستهلك وسعر السلة الأخرى ثابتين دون تغيير، ينتج عنه تغير الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها والكميات المطلوبة من السلعة التي بقي سعرها ثابت أيضا. ويطلق على التغير الحاصل في الكمية المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها «أثر السعر أو الأثر الكلي»، والذي يمثل في حقيقة الأمر أثرين اثنين هما: أثر الإحلال وأثر الدخل.

1-1- أثر الإحلال: يقصد به التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير سعرها وبقاء الدخل الحقيقي للمستهلك ثابتا.

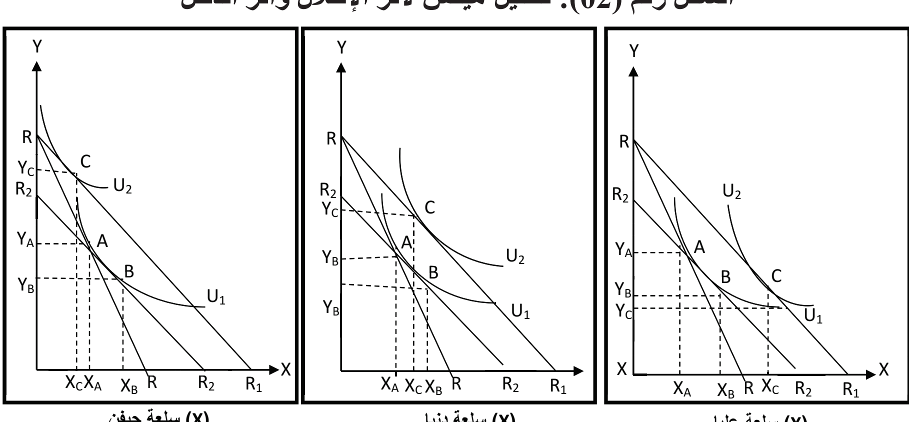
1-2- أثر الدخل: يقصد به التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير القدرة الشرائية للمستهلك.

2 - التحليل البياني للأثر الكلي:

يمكن الاعتماد في تحديد أثر الإحلال وأثر الدخل على أسلوبين للتحليل هما تحليل «هيكس» وتحليل «سلوتسكي»، ويقوم كلا التحليلين من أجل تحديد أثر الإحلال وأثر الدخل على ثبات الدخل الحقيقي للمستهلك من خلال فرض ضريبة وهمية على الدخل النقدي في حالة انخفاض السعر وذلك لإلغاء التحسن الحاصل في الدخل الحقيقي، أو تقديم إعانة للدخل النقدي في حالة ارتفاع السعر لتعويض النقص الحاصل في الدخل الحقيقي.

2-1- تحليل هيكس: يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لهيكس عندما يتمكن المستهلك من الحفاظ على نفس مستوى الإشباع، أي ثبات مستوى المنفعة. ويمكن توضيح تحليل هيكس من خلال الشكل الآتي:

الشكل رقم (02): تحليل هيكس لأثر الإحلال وأثر الدخل



-(RR): خط الميزانية الأولي. (A): نقطة التوازن الأولية.

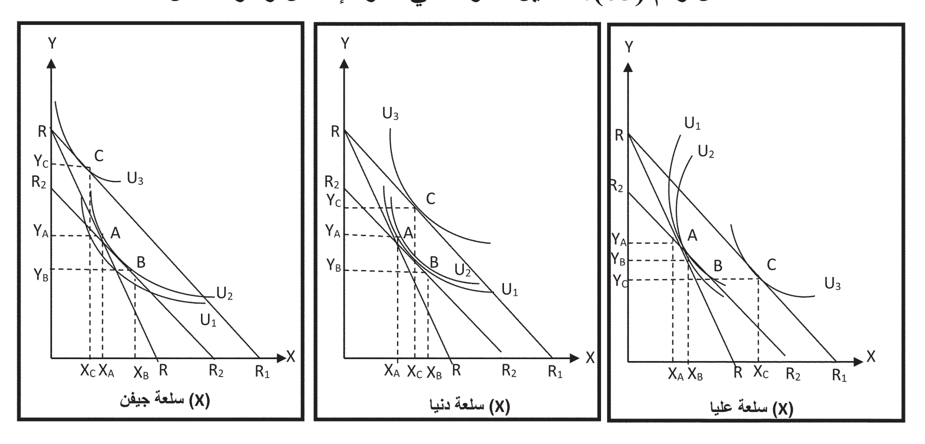
-(RR1): خط الميزانية الجديد (نتيجة انخفاض Px) (B): نقطة التوازن الجديدة

-(RR2): خط الميزانية الوهمي (فرض ضريبة وهمية) (C): نقطة التوازن الوهمية

AC: الأثر الكلي AB: أثر الإحلال BC: أثر الدخل.

2-2- تحليل سلوتسكي: يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لـسلوتسكي عندما يتمكن المستهلك بدخله الجديد من الحصول على توليفة وضع التوازن الأولي التي حصل عليها قبل تغير السعر. ويمكن توضيح تحليل سلوتسكي من خلال الشكل الآتي:

الشكل رقم (03): تحليل سلوتسكي لأثر الإحلال وأثر الدخل



إن الشكل أعلاه يبين ما يلي:

- **السلعة العادية**: أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال، والأثر الكلي يكون ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة (x) نتيجة انخفاض سعرها (أثر الإحلال > أثر الدخل > 0).
- **السلعة العليا**: أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال، والأثر الكلي يكون ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة (X) نتيجة انخفاض سعرها كون أثر الإحلال وأثر الدخل موجبان. (أثر الإحلال >0 أثر الدخل >0).
- **السلعة الدنيا**: أثر الدخل يعمل في اتجاه معاكس لأثر الإحلال، والأثر الكلي يكون ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة (X) نتيجة انخفاض سعرها كون أثر الإحلال أكبر من أثر الدخل. (أثر الإحلال > أثر الدخل <0).
- **سلعة جيفن**: أثر الدخل يعمل في اتجاه معاكس لأثر الإحلال، والأثر الكلي يكون انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة (X) نتيجة انخفاض سعرها كون أثر الدخل أكبر من أثر الإحلال. (أثر الإحلال >0 أثر الدخل <0 أثر الإحلال < أثر الدخل).

مثال: لتكن لدينا دالة المنفعة التالية: $U= x.y$

$R=60, Py=2, Px=6$

ووجدنا أن التوليفة التوازنية هي: (x=5, y=15) ومستوى المنفعة UT= 75. وبافتراض أن سعر السلعة (X) انخفض إلى 2 تصبح الكميات التوازنية الجديدة هي: (X=15, y=15)، ومستوى المنفعة UT= 225.

إن انخفاض سعر السلعة (X) من 6 إلى 2 أدى إلى زيادة الكمية المطلوبة منها من 5 إلى 15، وتسمى هذه الزيادة في الكمية المطلوبة (10=15-5) بأثر السعر أو الأثر الكلي، والتي تمثل مجموع أثرين هما أثر الإحلال وأثر الدخل. وسوف نميز بين الأثرين من خلال تحليل كل من هيكس وسلوتسكي.

أ- **تحليل هيكس**: يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لهيكس عندما يتمكن المستهلك من الحفاظ على نفس مستوى الإشباع الأولي 75 =UT، وذلك من خلال فرض ضريبة وهمية على الدخل النقدي لإلغاء التحسن الحاصل في الدخل الحقيقي والناتج عن انخفاض سعر السلعة. أي العمل على تدنية الدخل في ظل الأسعار الجديدة للحفاظ على نفس مستوى المنفعة.

هدف المستهلك هو تدنية المنفعة تحت قيد المنفعة.

$$\begin{cases} Min: R = 2x + 2y \\ \frac{s}{c}: 75 = x.y \end{cases}$$

تشكيل دالة لاغرانج

$L= (2x+2y) + \lambda(75-x.y)$

تدنية دالة الدخل من خلال تحقق شرطين.

-**الشرط الأول**: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر.

$$\begin{cases} L'x = 0 \rightarrow 2\text{-}\lambda y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ L'y = 0 \rightarrow 2\text{-}\lambda x = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ L'\lambda = 0 \rightarrow 75\text{-}x.y = 0 \ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{2}{2} = \frac{\lambda y}{\lambda x}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{y}{x}$$

الشرط الأول للتوازن $y=x$……………(4)

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$75\text{-}x.x=0$

$75\text{-} x^2=0$

$x = \sqrt{75}$

$X=8.66 \quad y=8.66$

-أثر الإحلال: 3.66=5-8.66 وحدة.

-أثر الدخل: 15-8.66=6.34 وحدة.

- الأثر الكلي = أثر الإحلال + أثر الدخل= 3.66+6.34= 10 وحدة.

ومنه يكون نصيب كل أثر في الأثر الكلي هو:

- أثر الإحلال: (10/3.66)x100=36.6%

- أثر الإحلال: (10/6.34)x100=63.4%

أما مقدار الضريبة الوهمية فهو:

- الدخل الجديد: R=(2x8.66)+(2x8.66)=34.64

- مقدار الضريبة الوهمية: T=60-34.64=25.36

- نسبة الضريبة الوهمية: T%= (25.36/60) x 100=42.26%

ب- **تحليل سلوتسكي**: يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لـسلوتسكي عندما يمكن الدخل المتبقي للمستهلك بعد فرض الضريبة الوهمية الحفاظ على التوليفة التوازنية الأولية(x=5, y=15).

الدخل الذي يؤدي إلى استهلاك التوليفة التوازنية الأولية في ظل الأسعار الجديدة هو:

R= 2(5) + 2(5)=40

- أثر الإحلال هو عبارة عن الكمية المطلوبة من السلعة (X) عندما R=40 وPx=2

$$x = \frac{R}{2Px} = \frac{40}{2(2)} = 10$$

ومنه: أثر الإحلال = 10-5=5 وحدة.

-أثر الدخل هو الفرق بين الكميات المطلوبة من السلعة (X) عند الوضع الجديد (x=15) والكميات المطلوبة عند أثر الإحلال (x=10).

ومنه: أثر الدخل = 15-10=5 وحدة.

- نصيب أثر الإحلال من الأثر الكلي المقدر بـ 10 وحدات هو: (10/5)x100=50%.

- نصيب أثر الدخل من الأثر الكلي المقدر بـ 10 وحدات هو: (10/5)x100=50%.

3 - التحليل الكمي للأثر الكلي:

إن من الممكن فصل تأثيرات أي تغير في معدل الفائدة على مستويات استهلاك المستهلك المثلى إلى آثار الإحلال والدخل بطرق شبيهة بتلك التي وظفناها في السابق. نفترض أن الأفق الزمني للمستهلك يحتوي على فترتين زمنيتين. فمن أجل تحديد تأثيرات التغيرات في معدل الفائدة ومستويات الدخل المكتسب نفاضل شروط الدرجة الأولى (12) تفاضلا كليا لـ T=2:

$$V_{11}dc_1+. \quad V_{12}dc_2- \quad d\mu=0$$

$$V_{21}\,dc1+ \quad V_{22}dc_2-(1+i_1)^{-1}\,d\mu= -\mu(1+i_1)^{-2}\,di_1$$

$$-dc_1-(1+i_1)^{-1}\,dc_2 = dy_1-(1+i_1)^{-1}\,dy_2 + (y_2-c_2)(1+i_1)^{-2}\,di_1 \quad ....(14)$$

إن وصف المعاملات على الجانب الأيسر من (14) هو نفسه مصفوفة هيسيان المحددة والتي تكون موجبة بشرط الدرجة الثانية. وباستخدام قاعدة كرامر لحل (14) لـ dc_1:

$$dc_1 = -\mu(1+i_1)^{-2}\frac{D_{21}}{D}di_1 + [-dy_1-(1+i_1)^{-1}dy_2 + (y_2-c_2)(1+i_1)^{-2}di_1]\frac{D_{31}}{D} \quad ....(15)$$

حيث أن D في محددة هيسيان المحدودة وأن Dtr هي المتعامل للعنصر في الصف الـ t والعمود الـ r وبقسمة (15) على بـ di_1 وافتراض أن $dy_1=dy_2=0$

$$\frac{\partial c_1}{\partial i_1} = -\mu(1+i_1)^{-2}\frac{D_{21}}{D}di_1 + (y_2-c_2)(1+i_1)^{-2}\frac{D_{31}}{D} \quad ....(16)$$

لتكن y تمثل القيمة الحالية لدخل المستهلك المكتسب الجاري:

$$Y=y_1+y_2(1+i_1)^{-1}$$

فإذا زدنا y_1 بوحدة نقدية واحدة أو زدنا y_2 بمبلغ $(1+i_1)$ من الوحدات النقدية فإن كل واحد منهما سوف يزيد y بمبلغ وحدة نقدية واحدة فقط فمعدل الزيادة في c1 بالنسبة لزيادة وحدة نقدية واحدة في القيمة الحالية لدخل المستهلك المكتسب الجاري يمكن اشتقاقه من (15):

$$\frac{\partial c_1}{\partial y} = \frac{\partial c_1}{\partial y_1} = (1+i_1)\frac{\partial c_1}{\partial y_2} = \frac{D_{31}}{D} \qquad ....(17)$$

فإن أي تغيير في i_t سوف يغير القيم الحالية لدخل المستهلك المكتسب والاستهلاكي الجاري ونعتبر هذه التغييرات بـ i_1 والمصحوبة بتغيرات في c_1 وc_2 بحيث أن مستوى مؤشر المنفعة للمستهلك يظل بدون تغيير:

$dU= V_1\, dc_1+ V_2\, dc_2=0$ تتطلب أن (11-12) لأن $V_2/V_1= (1+i_1)^{-1}$

فيتبع هذا أن:

$$-dc_1-(1+i_1)^{-1}\, dc_2=0$$

ومن (14) يتبع هذا أن:

$$-dy_1-(1+i_1)^{-1}\, dy_2+(y_2-c_2)(1+i_1)^{-2}\, di_1=0$$

وبالتعويض في (15) نجد أن:

$$\left(\frac{\partial c_1}{\partial i_1}\right)_{u=const} = \mu(1+i_1)^{-2}\frac{D_{21}}{D} \qquad ....(18)$$

وبتعويض $(y_2-c_2)(1+i_1)^{-2}$ $-(y_1-c_1)(1+i_1)^{-1}$ الذي يتبع من شرط الميزانية وبالاستفادة من (17) و(18) فإنه يمكن كتابة (16) كالتالي:

$$\frac{\partial c_1}{\partial i_1} = \left(\frac{\partial c_1}{\partial i_1}\right)_{U=const} + (y_1\text{-}c_1)(1+i_1)^{-1}\left(\frac{\partial c_1}{\partial y}\right)_{i_1=const}$$

فمجموع التأثير لتغير في معدل الفائدة يكون حاصل جمع آثار الإحلال والدخل فآثار الدخل تساوي معدل التغير لنفقات الاستهلاك بالنسبة للزيادة في القيمة الحالية لدخل المستهلك المكتسب الجاري مرجحة بحصيلته من السندات مضروبة بعامل التخفيض. فمن السهل تحديد إشارة أثر الإحلال

فمن شروط الدرجة الأولى $\mu>0$ ومن شروط الدرجة الثانية $D>0$ وبتقييم D_{21}:

$$D_{21} = -\begin{vmatrix} V_{12} & -1 \\ -(1+i_1)^{-1} & 0 \end{vmatrix} = (1+i_1)^{-1} > 0$$

ولهذا فإن أثر الإحلال بالنسبة لـ c_1 في (16) يكون سالبا ويكون أثر الإحلال بالنسبة لـ c_2 هو:

$$\left(\frac{\partial c_2}{\partial i_1}\right)_{U=const} = (1+i_1)^{-1}\frac{D_{22}}{D}$$

ولأن $D_{22}=-1<0$، فإن أثر الإحلال بالنسبة لـ c_2 يكون موجبا فأي زيادة في معدل الفائدة سوف يحصص المستهلك على تعويض (إحلال) الاستهلاك في الفترة 2 بالاستهلاك في الفترة 1 كلما تحرك عبر منحنى سواء زمني معطى وهذا يتبع من الحقيقة بأن الزيادة في معدل الفائدة يكون مكافئا للزيادة في أسعار السلع في فترة السوق الزمنية الأولى نسبة لتلك في الفترة الثانية. فلو خفض المستهلك استهلاكه في الفترة 1 واشترى سندات فإن ما يكسبه من ربح سوف يكون أكبر وسوف يكون قادرا على أن يشتري كمية سلع أكبر في فترة السوق الزمنية الثانية لكل ما قيمته وحدة نقدية واحدة من المشتريات المضحى بها في الفترة الأولى.

وبالرغم من أن أي زيادة في الدخل قد تسبب انخفاضا في شراء سلعة معينة إلا أنه من الصعب أن نتخيل وضعا يكون فيه أي زيادة في الدخل سوف تسبب انخفاضا في نفقات الاستهلاك الإجمالية في أي فترة من فترات السوق الزمنية فقد نفترض أنه ثابت اي: $(\partial c_1 / \partial y)_{i1} =$ ثابت تكون موجبة للجميع ماعدا الحالات غير العادية بالمرة فلو كان هذا حقيقة فإن اتجاه أثر الدخل سوف يحدد بإشارة وضع السندات (y_1-c_1) للمستهلك عند نهاية المتاجرة في الفترة الزمنية الأولى فإذا كانت حصيلة المستهلك من السندات موجبة فإن أي زيادة في معدل الفائدة سوف يرفع من دخله من الأرباح ويكون مكافئا لأي زيادة في دخله المكتسب فلو كان عليه دين فإن أي زيادة في معدل الفائدة سوف يزيد من نفقات ربحه وتكون مكافئة لأي انخفاض

في دخله المكتسب ففي هذه الحالة يكون كلا الأثرين سالبا، وسوف يكون مجموع الأثر $\partial c_1 \ /\partial i_1$ سالبا فلو كانت حصيلة سنداته موجبة فإن مجموع الأثر سوف يكون موجبا أو سالبا معتمدا على ما إذا كانت قيمة أثر الدخل أكبر أو أصغر من القيمة المطلقة لأثر الإحلال.

4 - التغير الكلي وقانون الطلب

نظرية المستهلك لا يبدو أن بها محتويات حقيقية، يمكن أن يرتفع الطلب أو ينخفض عندما يزيد السعر، ويمكن أن يزيد الطلب أو ينخفض عندما يزيد الدخل، إذا لم تقم نظرية بتقييد السلوك الملحوظ على نمط ما فإنها ليست بنظرية. النموذج المتسق مع كل سلوك ليس ذا محتوى.

على الرغم من ذلك فإننا نعلم أن نظرية المستهلك بها بعض المحتوى لقد رأينا تلك الخيارات التي تتولد من مستهلك مثالي يجب أن تفي بالبديهية القوية للتفضيل. أضف إلى ذلك أننا رأينا أن أي تغير في السعر يمكن أن يجزأ إلى تغييرين: تأثير الإحلال وهو بالتأكيد سالب عكس اتجاه تغير السعر وتأثير الدخل والذي تعتمد إشارته على ما إذا كانت السلعة عليا أو سلعة دنيا.

رغم أن نظرية المستهلك لا تقيد كم هو تغير الطلب عندما يتغير السعر أو كيف يتغير الطلب عندما يتغير الدخل، لكنها تقيد كيفية التفاعل بينهما. ومنه:

- إذا كان الطلب على سلعة يزيد عندما يزيد الدخل، فإن الطلب على تلك السلعة يجب أن يقل عندما يزيد سعرها.
- من قانون سلوتسكي نجد أنه إذا زاد الطلب عند زيادة الدخل فإن ما لدينا هي سلعة عليا. وإذا كان لدينا سلعة عادية فإن تأثير الإحلال وتأثير الدخل يقويان بعضهما والزيادة في السعر ستخفض الطلب بلا ريب.

5 - منحنيات الطلب المعوض (المعادل):

لقد رأينا كيف تتغير الكمية المطلوبة بتغير السعر في ثلاثة سياقات مختلفة: المحافظة على الدخل ثابتا (الحالة القياسية)، المحافظة على القوة الشرائية

ثابتة (تأثير الإحلال لسلوتسكي)، والاحتفاظ بالمنفعة ثابتة (تأثير الإحلال لهيكس). يمكننا رسم علاقة بين السعر والكمية المطلوبة مع الاحتفاظ بأي من هذه المتغيرات الثلاث ثابتا. هذا يعطي ثلاث منحنيات طلب: منحنى الطلب القياسي، منحنى الطلب لسلوتسكي، منحنى الطلب لهيكس.

يظهر أن منحني الطلب لسلوتسكي وهيكس منحنيان مائلان للأسفل دائما. إضافة لذلك فإن منحنى الطلب العادي مائل للأسفل للسلع العادية. إلا أن تحليل جيفين يظهر أنه من الممكن نظريا أن منحنى الطلب العادي يمكن أن يميل إلى الأعلى بالنسبة لسلعة دنيا.

منحنى الطلب لـهيكس المنحنى الذي يتم الاحتفاظ فيه بالمنفعة ثابتة في بعض الأوقات يسمى منحنى الطلب المعوض. هذا المصطلح ينشأ بصورة طبيعية إن بناء منحنى الطلب الهيكسي يضبط الدخل كلما تغير السعر بحيث تتم المحافظة على منفعة المستهلك ثابتة. بما أن المستهلك "معوض" عن التغير في السعر ومنفعته هي نفسها عند كل نقطة في منحنى الطلب الهيكسي. هذا على العكس من الحالة في منحنى الطلب العادي. حيث في هذه الحالة أسوأ حالا في مواجهة أسعار أعلى من الأسعار المنخفضة بما أن دخله ثابت.

يتبين أن منحنى الطلب المعوض مفيد جدا في الدورات المتقدمة خاصة في معالجة تحليل المنفعة التكلفة. في هذا النوع من المعالجة من الطبيعي السؤال عن حجم المدفوعات الضرورية لتعويض المستهلك عن بعض التغير في السياسة الاقتصادية، حجم هذه المدفوعات يعطي تقديرا مفيدا عن تكلفة تغير السياسة. إلا أن الحساب الفعلي لمنحنى الطلب المعوض يتطلب آلات حسابية أكثر مما سبق.

سادسا : الانتاج على فترات زمنية متعددة

1 - الاستثمار في الوحدات الانتاجية:

إن عملية الإنتاج لا تكون عملية فورية إلا نادرا لأنه لابد من انقضاء بعض الوقت بعد تطبيق المتغيرات لتأمين التوابع، لنفرض أن:

- مالك الوحدة يشتري مدخلات ويبيع مخرجات فقط وذلك ضمن الفترة الزمنية في أفقه الزمني؛
- يقوم بالعملية التقنية للإنتاج في الوقت بين الفترات الزمنية السوقية؛
- خلال الفترة الـ t يقوم بتطبيق المدخلات التي اشتراها في الفترة الزمنية الـ t؛
- يقوم بإنتاج مخرجاته في الفترة الـ (t+1) حيث يقوم ببيعها.

تخدم هذه الافتراضات المتتالية الزمنية للإنتاج، فالتحاليل التالية قد تعتمد على مجموعات بديلة لافتراضات المتتالية الزمنية بدون أن يفقد أي نتيجة من نتائجه الهامة. تقدم دالة إنتاج متغيرات وتوابع متعددة، متضمنة البعد الزمني فيها، فافتراض عدم تغير أسعار المتغيرات والتوابع يجعل من الممكن معالجة نفقات الاستثمار والإيرادات من المبيعات في كل فترة سوق زمنية ضمن الأفق الزمني لمالك الوحدة الإنتاجية كالمتغيرات الوحيدة ويخضع التحاليل في البحث عن علاقة بعضهم ببعض وتأثيرات معدلات الربح.

لقد لعبت الحالات الخاصة دورا مهما في تطوير نظرية الاستثمار من ناحية اقتصاد الوحدات فالحالات هذه قد تميزت على أساس بنيات وقت المتغيرات والتوابع، وأبسط هذه الحالات هي حالة متغير في وقت محدد تماما وتابع وقت محدد تماما والتي تعطي الاستثمار في رأس المال العامل، فجميع المتغيرات قد اشتريت في أحد فترات السوق الزمنية وجميع التوابع قد بيعت في الفترة السوقية الزمنية التالية. فنمو الأشجار وترك الحل لوقت معين يمثلان أمثلة لهذا أما حالة متغير في أوقات متعددة وتابع في وقت محدد تماما تغطي حالة إنتاج تابع يتطلب تطبيق متغيرات خلال عدد من الفترات الزمنية المتلاحقة فبناء السفن قد يقع تحت هذا التصنيف فحالة المتغير في وقت محدد تماما والتابع في أوقات متعددة تغطي الاستثمار في سلعة من السلع التي تعمر طويلا (سلعة متينة) والتي اشتريت في فترة زمنية معينة واستخدمت لإنتاج توابع خلال عدد من الفترات الزمنية المتلاحقة.

2 - دالة الإنتاج على فترات زمنية متعددة:

لنعتبر أحد مالكي الوحدات الإنتاجية الذي يرغب في وضع خطة إنتاج مثلى لأفق زمني مكون من فترات زمنية كاملة عددها L وكذلك (L+1) فترات سوق زمنية. فإنه يمكن كتابة دالته الإنتاجية على النمط الضمني كالتالي:

$F(q_{12},\ldots,q_{s.L+1}, x_{11},\ldots,x_{nL})=0$..........(19)

حيث أن q_{it}(j=1,….,s; t=2,….,L+1) هي كمية التابع الـ j المؤمن خلال الفترة الـ (t-1) والمباع في فترة السوق الزمنية الـ t وأن (i=1,….,n; t=1,….,L) هي كمية المتغير الـ i المشترى في فترة السوق الزمنية الـ t والمتطابق في عمله الإنتاج خلال الفترة الـ t فأي توابع قد يبيعها صاحب الوحدة في فترة السوق الزمنية المبدئية تكون نتيجة قرارات إنتاج سابقة وسوف تدخل مستوياتها المعادلة السابقة كثوابت بدلا من متغيرات. ففي فترة السوق الزمنية الـ (L+1) يخطط صاحب الوحدة لبيع التوابع المؤمنة خلال الفترة الـ L ولكنه لا يخطط لشراء متغيرات لأنه لا يتوقع إنتاج في أي فترة زمنية بعد الفترة الـ L فدالة الإنتاج على فترات زمنية متعددة تربط مستويات المتغيرات والتوابع لجميع الفترات الزمنية ضمن خطة صاحب الوحدة الزمنية. فالمتغيرات المطبقة خلال كل فترة زمنية تضيف لإنتاج التوابع خلال جميع الفترات الزمنية ومن المستحيل أن ننسب تابعا معينا لمتغيرات طبقت خلال فترة زمنية معينة ولكن من المحتمل التثبت من تأثيرات التغيرات الحدية وحساب الإنتاج الحدي لكل تابع أو من خلال كل فترة زمنية.

سابعا : دوال فرص الاستثمار

يستطيع المنتج تحقيق الحد الأعلى من ربحه من إنتاج الفترات الزمنية المتعددة تحت شرط (19)، فنحتاج فقط لاستخدام القيم الحالية للأسعار بدلا من الأسعار البسيطة ولتركيز الاهتمام على النواحي الزمنية للإنتاج نفترض هنا أن أسعار المستقبل والحاضر لها قيم معروفة وغير متغيرة ونعامل نفقات

المتغيرات وإيرادات التوابع في كل فترة زمنية كتغيرات مركبة والتي تكون مرتبطة بدالة فرص الاستثمار الضمنية.

$H(I_1,\ldots,I_L, R_2,\ldots,R_{L+1})=0$ ....(20)

حيث أن: $I_t = \sum_{i=1}^{n} r_{it}x_{it}$ and $R_t = \sum_{j=1}^{s} p_{jt}q_{jt}$

تكون سلع مركبة ممثلة الاستثمار I_t والإيرادات R_r ولقد اشتقت الدالة (20) من (19) بحيث أن الافتراض بأن الشروط الحدية المناسبة قد تحقق لجميع أزواج المتغيرات والتوابع المتغيرة والموافقة لنفس الفترة الزمنية. فلو أعطينا جميع الإيرادات وجميع نفقات الاستثمار ماعدا واحدة منها فإن (20) سوف تعطي القيمة الأدنى لما تبقى من نفقات الاستثمار. وبالمثل لو أعطينا كذلك جميع نفقات الاستثمار، فإن (20) سوف تعطي القيمة العظمى لما تبقى من الإيرادات.

يمتلك صاحب الوحدة الإنتاجية فرص استثمار داخلية وخارجية فهو يستطيع شراء سندات ويستثمر في وحدة الإنتاج الخاصة به. فمعدلات العائدات الخارجية تكون هي نفسها للمستهلكين، كما هو معطى بالمعادلة (01) ففي الحالة العامة لا يمكن تعريف متوسط معدلات عائدات السوق بطريقة موازية لمتوسط معدلات عائدات السوق لأنه من غير الممكن أن نعزي كامل الإيرادات في فترة السوق الزمنية الـ r للاستثمارات، في أي فترة من فترات السوق الزمنية. فكل دخل يعتمد على جميع نفقات الاستثمار ولكن يمكن تعريف معدلات العائدات الداخلية الحدية لأي زوج إيرادات واستثمار. وبافتراض أن الاستثمارات الأخرى تظل بدون تغيير لقيم معدل العائد الداخلي الحدي من الاستثمار في فترة السوق الزمنية الـ t بالنسبة للإيرادات في الفترة الـ r نرمز له بالرمز p_{tr}:

$$p_{tr} = \frac{\partial R_r}{\partial I_t} - 1 = -\frac{\partial H/\partial I_t}{\partial H/\partial R_t} - 1 \qquad t = 1,\ldots,L \quad \text{..........(21)}$$

$R=2,\ldots,L+1$

تعتمد كل واحدة من هذه المعدلات على مستويات جميع نفقات الاستثمار والإيرادات المخطط لها. فدوال معدل العائد الداخل الحدي المعطاة بالمعادلة (21) تكون مستقلة عن معدلات فائدة السوق وفرص الإقراض والإقتراض الخاصة بمالك الوحدة الإنتاجية وتعطي (21) لأسعار المتغيرات والتوابع المعطاة وصفا ضمن الشكل الحدي للإطار التقني الموضوعي الذي يعمل صاحب الوحدة من خلاله فقد تكون p_{tr} سالبة لبعض مجموعات الإيرادات والاستثمار.

1- خطة الاستثمار:

يرغب صاحب الوحدات الإنتاجية في اختيار أحد مجموعات الإيرادات والاستثمارات الحالية التي تحقق (20) والتي تحقق له القيمة الحالية العظمى لأرباحه الجارية تكون الدالة:

$$\pi^* = \sum_{t=2}^{L+1} R_t(1+\xi_{1t}) - \sum_{t=1}^{L} I_t(1+\xi_{1t}) + \mu H(I,\dots,R_{L+1})$$

بوضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية لصفر، نحصل على:

$$\frac{\partial\pi^*}{\partial R_t} = (1+\xi_{1t})^{-1} + \mu\frac{\partial H}{\partial R_t} = 0 \qquad t = 2,\dots,L+1$$

$$\frac{\partial\pi^*}{\partial I_t} = (1+\xi_{1t})^{-1} + \mu\frac{\partial H}{\partial I_t} = 0 \qquad t = 1,\dots,L$$

$$\frac{\partial\pi^*}{\partial\mu} = H(I_1,\dots,R_{L+1})$$

حيث أن $\mu<0$ وبالتعويض في (21) نجد أن شروط الدرجة الأولى تتطلب بأن:

$$P_{tr} = \xi_{tr} \qquad t=1,\dots,L$$

$$R=2,\dots, L+1 \qquad \dots\dots\dots(22)$$

تتطلب شروط الدرجة الأولى أن: $\partial H / \partial R_t$ وأن $\partial H / \partial I_t$ يكونا بإشارتين مختلفتين، ونفترض بأن تكون دالة فرص الاستثمار بحيث أن:

$0 > \partial H / \partial I_t$ وذلك لحظة الإنتاج المثلى، فلو تحصلنا على حل يعكس الإشارة فإنه من الضروري فقط أن نعيد تعريف (20) على أنها H– وذلك للحصول على النمط المطلوب. فصاحب الوحدة يجب أن يساوي كل واحد من معدلات العائد الداخلية الحدية بمعدل عائد السوق المقابل. وتتطلب شروط الدرجة الثانية بأن:

$$\begin{vmatrix} H_{11} & H_{12} & H_1 \\ H_{21} & H_{22} & H_2 \\ H_1 & H_2 & 0 \end{vmatrix} < 0, \quad \begin{vmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_1 \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_2 \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_3 \\ H_1 & H_2 & H_3 & 0 \end{vmatrix} < 0 \qquad ....(23)$$

تتطلب شروط الدرجة الثانية بأن تكون الحدود الرئيسية الصغرى في محددة هيسيان المكونة من اشتقاقات الدرجة الثانية لـ π^* محددة باشتقاقات الدرجة الأولى لـ $H(I_1,....,R_{t+1})$ متبادلة في الإشارات بحيث تكون موجبة وسالبة وهكذا ونحصل على شروط (23) بأخذ $\mu<0$ كعامل مشترك بحيث أن $\mu<0$. حيث أن Hj هي الاشتقاق الجزئي من الدرجة الأولى للدالة الضمنية (20) بالنسبة للمتغير الـ j وأن H_{jk} هي الاشتقاق الجزئي من الدرجة الثانية بالنسبة للمتغيرين الـ j والـ k فجميع المحددات السابقة يجب أن تكون سالبة، فهذه الشروط يجب أن تتحقق بغض النظر عن الترتيب الذي ذكرت به الإيرادات والاستثمارات 2L. وبفك المحددة الأولى من المعادلة (23) نجد:

$$2H_1H_2H_{12}-H_{22}H_1^2-H_{11}H_2^2<0 \qquad ....(24)$$

فمعدل تغير معدل العائد الداخلي الحدي للاستثمار في فترة السوق الزمنية الـ t بالنسبة للإيراد في الفترة الـ r يكون:

$$\frac{\partial P_{tr}}{\partial I_1} = \frac{\partial^2 R_r}{\partial i_1^2} = -\frac{1}{H_2^3}(H_{11}H_2^2 - 2H_{12}H_1H_2 + H_{22}H_1^2)$$

حيث أن: $H_1 = \partial H / \partial I_1$ وأن $H_2 = \partial H / \partial R_r$ وبما أن (24) يجب أن تتحقق للمتغيرات المدونة بهذا الترتيب ولأن $H_2>0$ فإن (24) تتطلب بأن:

$\frac{\partial P_{tr}}{\partial I_1} < 0$ t=1,…..,L

R=2,…., L+1 ....(25)

ولهذا فإن شروط الدرجة الثانية تتطلب بأن يكون جميع معدلات العائد الداخلية الحدية في تناقص. فلو لم يتحقق شرطي (22) و(25) فإن صاحب الوحدة يستطيع زيادة القيمة الحالية لربحه إما عن طريق بيع السندات والتوسع في استثماراته الداخلية أو عن طريق شراء السندات وتقليص استثماراته الداخلية.

2- متغير وتابع في وقت محدد تماما:

في أبسط الحالات يقوم صاحب الوحدة بالاستثمار في أحد فترات السوق الزمنية ويستلم الإيراد الحاصل في الفترة اللاحقة. فقد يعيد العملية الإنتاجية عبر الزمن ولكن إنتاجه في فترة السوق الزمنية الأولى سوف تؤثر فقط على إيراداته في الفترة الثانية ويتضمن أفقه الزمني المخطط الفعال على فترة زمنية واحدة كاملة وفترتين من فترات السوق الزمنية. من الممكن وضع إيرادات صاحب الوحدة كدالة موضحة بالنسبة لنفقات استثماراته:

$R_2=h(I_1)$ ....(26)

ففي هذه الحالة الخاصة تكون جميع الإيرادات في فترة السوق الزمنية الثانية منسوبة إلى الاستثمارات المتخذة في الفترة الأولى وأنه من الممكن تعريف متوسط معدل العائد الداخلي:

$$\frac{R_2-I_1}{I_1} = \frac{h(I_1)}{I_1}-1$$

ويمكن مقارنة متوسط معدل العائد الداخلي بمعدل عائد السوق i_1 المقابل. فصاحب الوحدة يرغب في تحقيق الحد الأعلى من القيمة الحالية لأرباحه من العملية الإنتاجية:

$$\pi=R_2(1+i_1)^{-1}-I_1$$

وبالتعويض في (26) فإنه يمكن أن تنص على π بدلالة I_1 فقط:

$$\pi=h(I_1)(1+i_1)^{-1}-I_1$$

وباستخدام التفاضل:

$$\frac{d\pi}{dI_1}=h'(I_1)(1+i_1)^{-1}-1=0 \quad ....(27)$$

وبإعادة ترتيب الحدود، وبالتعويض من (02) و(21) يصبح شرط الدرجة الأولى:

$$P_{12}=i_1=\xi_{12}$$

فصاحب الوحدة يساوي معدل العائد الداخل الحدي بمعدل عائد السوق المقابل والذي هو معدل فائدة السوق في هذه الحالة. ويتطلب شرط الدرجة الثانية بأن:

$$\frac{d^2\pi}{dI_1^2}=h''(I_1)(1+i_1)^{-1}<0$$

فإذا كانت $i_1>1$ فإن:

$$h''(I_1)<0 \quad ....(28)$$

وهذا ينص على أن معدل العائد الداخلي الحدي يكون في تناقص.

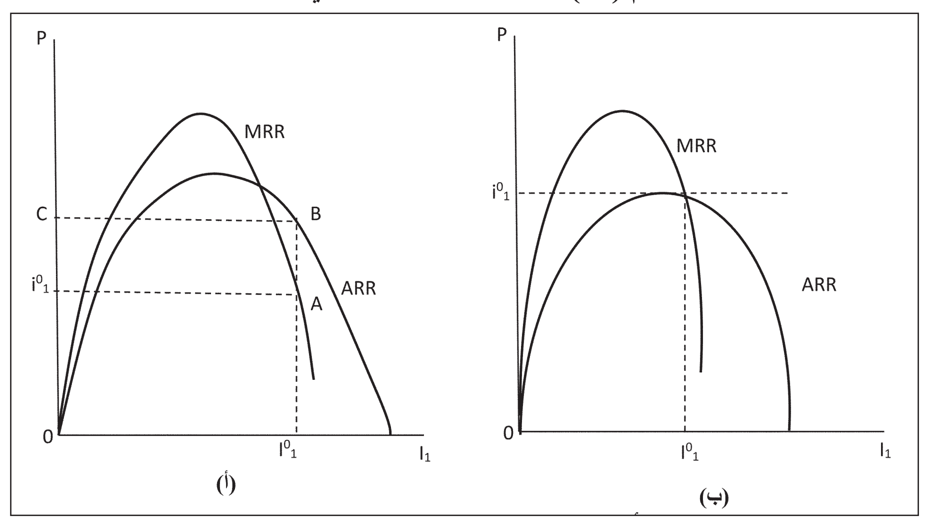
إذا تحققت (28) ولكن $p_{12}>\xi_{12}$، فإن العائد الحدي من اقتراض الأرصدة للاستخدام الداخلي سوف يفوق تكلفة أرباحها، ويستطيع صاحب الوحدة عندئذ من زيادة ربحه بالتوسع في استثماراته. وبالعكس لو أن $p_{12}<\xi_{12}$ فإنه سوف يكسب أقل على كل ون حدي لاستثماراته الداخلية مما يجب عليه أن يدفع من أجلها ويستطيع أن يزيد من ربحه بتقليص استثماراته لشراء السندات. وبتفاضل (27) تفاضلا تاما:

$$h''(I_1)dI_1=di_1$$

$$\frac{dI_1}{di_1}=\frac{1}{h''(I_1)}<0 \quad ....(29)$$

فلو تحقق شرط الدرجة الثانية فإن (29) سوف تكون سالبة أي زيادة في معدل الفائدة سوف يجعل صاحب الوحدة مضطرا لتخفيض نفقات استهلاكه.

الشكل رقم (04): المعدل المتوسط والحدي والمنافسة



يوضح لنا الشكل(04أ) بعض صور دالتي متوسط العائد الداخلي ARR والعائد الداخلي الحدي المحتملة MRR. فكلا المعدلين (المعدل المتوسط والمعدل الحدي) سوف يزداد ثم يبلغا القمة ثم يعودا للانخفاض كلما ازدادت الاستثمارات فلو كان معدل الفائدة هو i_1^0 فإن صاحب الوحدة سوف يستثمر مبلغ I_1^0 من الوحدات النقدية. فمن أجل هذا المستوى من الاستثمارات يكون معدل عائد السوق مساوي لمعدل العائد الداخلي الحدي وهذا شرط الدرجة الأولى، ويكون المعدل الداخلي الحدي في تناقص وهذا شرط الدرجة الثانية. وتكون كامل تكلفة الربح معطاة بالمساحة $OI_1^0Ai_1^0$ ويكون كامل عوائده معطاة بالمساحة OI_1^0BC ويكون صافي عوائده معطاة بالمساحة i_1^0ABC.

فتحت نظام المنافسة الكاملة سوف تساق صافي عوائد ممثل الوحدات لكل صناعة إلى أسفل حتى تصبح صفرا وذلك بسبب دخول أو خروج وحدات أخرى ويصور الشكل (04 ب) توازن المنافسة في المدى الطويل ويكون استثمارات، ممثل الوحدات المثلى هي I_1^0 ويكون معدلي متوسط وحدي العائد

الداخلي متساويين ويكون متوسط معدل العائد الداخلي مساويا الآن لمعدل الفائدة.

3 – تحديد معدل الفائدة:

من الممكن الاستفادة من طرق تحليل التوازن الجزئي والتوازن العام في أسواق السندات وأن من الممكن إدخال تحديد معدل الفائدة ضمن عملية التسعير العامة ويمكن الحصول على قياس قريب جدا من التحاليل المبكرة لتوازن السوق إذا استخدمنا أرصدة الإقراض بدلا من السندات كسلعة معروضة للبيع. فالطلب على السندات أو عرضها يكون مطابقا لعرض أرصدة الإقراض أو الطلب. فمعدل الفائدة هو سعر استخدام أرصدة الإقراض في فترة زمنية معينة. ونعبر بالطريقة التقليدية عن معدلات الفائدة كنسب للمبالغ المقترضة ولكن يمكن التعبير عنها في حدود النقود الحسابية مثل باقي الأسعار الأخرى.

عند تحليل التوازن الجزئي لسوق أرصدة الإقراض فمن شروط توازن الفرد المشتقة يمكن التعبير عن فائض الطلب الحالي لأرصدة الإقراض من قبل كل مستهلك ومالك بدلالة معدلات الفائدة الجارية والمتوقعة لأنه من الأسهل استخدام دوال فائض الطلب بدلا من دوال العرض والطلب لأن المستهلكين وأصحاب الوحدات قد يطلبوا أرصدة إقراض عند معدل الفائدة ويعرضوها عند معدل فائدة آخر.

يتم صياغة توقعات معدل الفائدة قبل أن تحدد توازن السوق، فأحد الاحتمالات هو افتراض أن الأفراد يتوقعون أن تكون معدلات الفائدة في المستقبل ثابتة عند مستوى معين ثابتا بغض النظر عن المعدلات الجارية، فتدخل معدلات الفائدة المستقبلية عندئذ في دوال فائض الطلب الجاري كثوابت بدلا من متغيرات. هناك احتمال آخر هو أن تكون معدلات الفائدة في المستقبل مساوية لمعدلات الفائدة الحالية $i_1=i_2=i_3....$ وهناك أيضا احتمالا آخر هو أن التوقع بأن التغير المطلق الجاري لمعدل الفائدة سوف يتحقق في

المستقبل: $i_1-i_0+i_2-i_1+i_3-i_2=....$ أو على وجه العموم $i_1=i_0+t(i_1-i_0)$ فكل واحد من هذه الافتراضات يسمح لفائض طلبات الأفراد بأن يكون بدلالة معدل الفائدة الجاري فقط ونبني دالة فائض الطلب الإجمالي بالحصول على حاصل جمع دوال الأفراد وبما أن فائض طلبات الأفراد قد حولت إلى دوال خاصة بمعدل الفائدة الجاري قبل القيام بعملية الإجمال، فإنه ليس من الضروري أن يخطط الأفراد لآفاق زمنية بأطوال متساوية فيكون معدل الفائدة الجاري التوازني هو ذلك المعدل الذي يكون عنده فائض الطلب لأرصدة الإقراض الجارية تساوي صفر فهو يعكس التفضيل الزمني وإنتاجية الاستثمار ففي حالة التوازن يكون معدل التفضيل الزمني لكل مستهلك ومعدل العائد الداخلي الحدي لكل منتج مساويان لمعدل الفائدة.

ويمكن توسيع نظرية التوازن العام لتحتوي على معدل الفائدة وتوقعات الفترات المتعددة فيجب تقديم نظريات الأسعار وتوقعات معدل الفائدة لكي نسمح لفائض طلبات الأفراد لكل سلعة وكذلك أرصدة الإقراض بأن تكون بدلالة الأسعار الحالية ومعدل الفائدة الجاري فقط. ومن ثم نقرر بأن يكون فائض الطلب لكل سلعة ولكل أرصدة الإقراض مساويا لصفر في نفس الوقت.

ثامنا : نظرية الاستثمار والزمن المستمر

تتميز نظرية الاستثمار بالحقيقة التي تنص على أنه لا بد من مضي وقت بين استعمال المتغيرات وبين الحصول على الحصيلة المرغوبة من التوابع. فطريقة الفترات المتعددة تميل إلى حجب بعض مفاهيم وقت الإنتاج وزمنه، فالمتغيرات سوف تحدد بوقت زمني معين ولكن تغيرات الإيرادات والاستثمارات قد حددت بوحدات زمنية متكاملة. فالتعريف المنفصل أو المتميز للزمن سوف يجعل من الصعوبة التعامل مع المسائل التي يكون فيها مضي الوقت الذي يتم فيه استثمارات المتغيرات مهم جدا. فالأدوات الضرورية للمعالجة المتواصلة للزمن قد طورت، فالتطبيقات والاستعمالات تعطينا أمثلة لحالات المتغيرات و التوابع في وقت محدد تماما وحالات المتغيرات المتصلة و التوابع في وقت

محدد تماما وحالات المتغيرات في وقت محدد تماما والتوابع المتصلة.

1- التخفيض والتركيب المستمر:

نفترض هنا أن الزمن يكون متصلا وأن الصفقات قد تتم عند أي نقطة من الزمن، فالفترة الزمنية مثل السنة الواحدة تكون ضرورية لتعطي وحدة نستطيع أن نقيس بها الزمن أو الوقت ولكن ليس لها أي أهمية أخرى. وبما أن مضي الوقت يكون الآن بصفة متغيرة من المتغيرات فإننا نضع $t=0$ تمثل الزمن الحاضر وتكون القيمة $t=r$ تمثل نقطة ما في فترة من فترات الزمن r عندئذ حيث أن r لا تحتاج لأن تكون عدد صحيحا.

فالإجراءات السابقة لا تسمح بتحديد القيم الحالية والمركبة لمجموعات مستحقة في الفترات التي لا تكون فيها t عددا صحيحا، ولأننا افترضنا أن الزمن يكون متغيرا متصلا فإن الفائدة سوف يفترض أن تكون مركبة باستمرار. فلو كانت الفائدة فائدة مركبة مرة واحدة في السنة فإن أي مبلغا أوليا w سوف يزداد إلى $w(1-i)^t$ في عدد t من السنوات، فلو كانت الفائدة مركبة مرتين في العام فإن نصف معدل الفائدة السنوي سوف يستعمل لكل ستة أشهر وسوف تزداد w إلى $w(1+i/2)^{2t}$ في عدد t من السنوات.

وعموما إذا كانت الفائدة مركبة عدد n في العام، فإن w سوف تزداد إلى $w(1+i/n)^{nt}$ في عدد t من السنوات. ونحصل على أثر التركيب المتصل يجعل n تقترب من . لتكن $z=(1+i/n)^{nt}$ فبدلا من إيجاد $\lim(z)\ n\to\infty$ فإنه من الأفضل أن نأخذ اللوغاريتم الطبيعي ثم نجد $\lim[In(z)]\ n\to\infty$ فيمكن كتابة اللوغاريتم الطبيعي كخارج قسمة دالتين بدلالة n:

$$In(z) = nt\ In(1+i/n) = \frac{In(1+i/n)}{i/nt} = \frac{h(n)}{g(n)} \quad ....(30)$$

فنجد أن كلا من المقام والبسط في (30) يقترب من صفر كلما اقتربت n من ∞. وسوف نوظف قاعدة L’Hôpital لإيجاد النهاية:

$$\lim_{n\to\infty}[In(z)] = \lim_{n\to\infty}\frac{h^{'}(n)}{g^{'}(n)} = \lim_{n\to\infty}\frac{-(i/n^2)(1+i/n)}{-(i/n^2t)} = \lim_{n\to\infty}\frac{it}{1+i/n} = it$$

وحيث أن اللوغاريتم الطبيعي يمثل دالة متصلة.

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nt} = e^{it}$$

حيث أن العدد الأصم (غير الجذري) $e \approx 2.71828$ يكون القاعدة لنظام اللوغريتمات الطبيعية.

فلو كانت الفائدة مركبة باتصال، فإن قيمة المبلغ الرئيسي والربح المركب بعد t من السنين للاستثمار الحالي w هو we^{it} حيث أن i هي معدل الفائدة في السنة والذي افترض فيه عدم التغير، وحيث أن t قد تأخذ أي قيمة غير سالبة، فالقيمة الحالية للمبلغ u مدفوعا عند حلول الوقت t يكون ue^{-it} لأن أي استثمار حالي بمبلغ ue^{-it} في السندات سوف تكون له قيمة مساوية لـ u عند حلول الوقت t.

2 - القيم المتوقفة والقيم عند نقطة ما في الزمن:

لقد افترضنا أن الإنتاج والاستهلاك يحدثان باستمرار واتصال عبر الزمن وذلك ضمن إطار الفترات المتعددة. ولكن تشتري المتغيرات وتتحمل التكاليف وتباع التوابع وتتحقق الإيرادات وذلك فقط في فترات السوق المنفصلة أو المميزة. فهذه القيم عند نقطة ما في الزمن يمكن تعميمها وبسهولة لتغطي الإطار المتصل، فالصفقات قد تحدث في أي نقطة من الزمن، وقد تكون قيمها بدلالة الوقت الذي حدثت عنده. وللتوضيح نضع R_T الإيرادات المحققة في الوقت T ونضع R_T معطاة بالدالة المتصلة R(T) فتكون القيمة الحالية للإيرادات هي $R(T)e^{-iT}$ ويكون اشتقاقها الزمني هو:

$$\frac{d\left[R(T)e^{-it}\right]}{dT} = \left[R^{'}(T)-iR(T)\right]e^{-iT}$$

هذا الاشتقاق الزمني هو الإيراد الحدي المخفض بالنسبة للزمن.

من الممكن أيضا تحقيق المتغيرات والتوابع والتكاليف والإيرادات ككميات متدفقة في وقت ما وذلك في التحاليل المتصلة. فالكميات المتدفقة قد تحدث بمعدلات ثابتة عبر الزمن، أو قد تكون بدلالة الزمن، لنعتبر إيرادات متصلة متغيرة متفقة، حيث $R=R(t)$ تكون معدل التدفق عند اللحظة t وتقاس بالوحدات النقدية كل سنة. ولكن لا يمكن تحقيق إيرادات في لحظة واحدة. إنما يمكن تحقيق إيرادات محددة وذلك عبر فترة زمنية محددة. فالقيمة الحالية للإيرادات الجارية $R(t)$ من $t=0$ إلى $t=T$ والتي نرمز لها بالرمز R_{0T} تكون معطاة بالتكامل المحدد:

$$R_{0T} = \int_0^T R(t)e^{-it}dt$$

ويكون الاشتقاق الزمني للإيراد المخفض الجاري:

$$\frac{dR_{0T}}{dT} = R(T)e^{-iT}$$

حيث أنه يمثل القيمة الحالية لمعدل التدفق عند $t=T$. فالرمز $R(T)$ استخدم ليدل على القيمة عند نقطة ما من الزمن وكذلك معدل التدفق عند نقطة ما عبر الزمن. فالتمييز بينهما يجب أن يكون واضحا من المحتوى الذي يستخدم فيه الرمز. لنعتبر الدخل الجاري $R(t)$ من صفر إلى T واعتبر أيضا القيمة عند نقطة ما عبر الزمن T بقيمة حالة متساوية:

$$\int_0^T R(t)e^{-it}dt = R_T e^{-iT}$$

وبالحل لقيمة R_T:

$$R_T = \int_0^T R(t)e^{-i(T-t)}dt \qquad \text{................(31)}$$

والتي تمدنا بالسبل لتمويل الكمية المتدفقة إلى ما يعادلها من قيمة عند نقطة ما عبر الزمن. ونعتبر الآن تدفق دخل ثابت a بقيمة حالية مساوية لتلك الخاصة بقيمة عند نقطة ما لفترات زمنية T عندئذ:

$$R_T e^{-iT} = \int_0^T a e^{-it} dt = a \int_0^T e^{-it} dt = a\delta$$

حيث أن:

$$\delta = \frac{1-e^{-iT}}{i} = \int_0^T e^{-it} dt \quad ....(32)$$

تمثل القيمة الحالية لدخل جاري بما قيمته ريالا واحدا لعدد T من السنين وأخيرا، بالحل لقيمة a:

$$a = \frac{i}{(e^{-iT}-1)} R_T$$

والتي تمدنا بالسبل لتحويل قيمة نقطة عند زمن ما إلى ما يعادلها من تدفق ثابت.

3 - متغير في وقت محدد وتابع في وقت محدد:

إن أبسط مسائل الاستثمار التي يكون فيها عامل الزمن متغيرا هي تلك التي تحدث إذا استخدمت جميع المتغيرات عند نقطة واحدة في وقت محدد وأن جميع التوابع قد بيعت عند نقطة متأخرة في وقت محدد أيضا. لنعتبر مالك وحدة ما مندمجا في عملية التخليل(الحصول على الخل) فهو يقوم بشراء برميلا من عصير العنب مقابل I0 من الوحدات النقدية وينتظر خلال عملية التخمر. ونفترض أن عملية التخمر لا تكلف شيئا بحيث أن تكاليفه الأخرى تكون هي الفائدة الضائعة فقط على استثماره المبدئي. ونفترض كذلك أن قيم بيع الخل قيمة عند نقطة ما عبر الزمن تكون بدلالة طول وقت تخمرها R(T).

فمسألة تحقيق الحد الأمثل لصاحب الخل هي أن يختار فترة زمنية للتخمر أي أن عليه أن يختار قيمة لـ T تحقق له الحد الأعلى من القيمة الحالية لربحه:

$$\pi = R(T)e^{-iT} - I_0$$

وبوضع اشتقاق π بالنسبة لـ T مساويا لصفر:

$$\frac{d\pi}{dT} = \left[R'(T) - iR(T)\right] e^{-iT} = 0$$

وبالقسمة على $e^{-iT}\neq 0$ ثم إعادة ترتيب الحدود، نحصل على:

$$\frac{R'(T)}{R(T)} = i \qquad ....(33)$$

فصاحب المشروع يجب أن يساوي معدل العائد الحدي النسبي له بالنسبة للوقت $[R'(T)/R(T)]$ بمعدل التكلفة الحدية النسبية بالنسبة للزمن (i).
ويتطلب شرط الدرجة الثانية أن:

$$\frac{d^2\pi}{dT^2} = [R''(T)\text{-}2iR'(T) + i^2R(T)]e^{-iT} < 0$$

وبالتعويض في (33) لـ i وبالضرب بـ: $e^{iT}/R(T)>0$

$$\frac{R''(T)R(T)\text{-}[R'(T)]^2}{[R(T)]^2} < 0 \qquad ....(34)$$

و هي اشتقاق R'(T)/R(T) فمعدل العائد الحدي النسبي بالنسبة للزمن يجب أن يكون في تناقص، أي أن اشتقاقه يجب أن يكون سالبا. فلو تحققت كلا من (33) و(34) عند $T=T^0$ فإن المكتسبات الحدية لصاحب الخل من الخل سوف تفوق مكتسباته من استثمار R(T) في سوق السندات هذا إذا كانت فترة استثماره أصغر بقليل من T^0 وسوف تكون مكتسبات أقل مكتسباته من السندات هذا إذا كانت فترة الاستثمار أكبر بقليل من T^0، فمن الممكن تحديد أثر تغير معدل الفائدة على فترة التخمر بتفاضل (32) تفاضلا تاما:

$$R''(T)dT\text{-}iR'(T)dT\text{-}R(T)di=0$$

وأنه كذلك:

$$\frac{dT}{di} = \frac{R(T)}{R''(T)\text{-}iR'(T)} < 0 \qquad ....(35)$$

فبسط (35) يكون موجبا. وتتطلب (34) مع (33) أن مقام (35) يكون سالبا. فأي زيادة في معدل الفائدة سوف يقود صاحب الخل إلى تقصير فترات التخليل، وأن أي نقص في معدل الفائدة سوف يقوده إلى تطويل فترات التخليل.

4- متغيرات متصلة وتابع عند وقت محدد:

لنعتبر العملية الاستثمارية التي نتحصل من خلالها على تكلفة متدفقة عبر الزمن مثال ذلك الشخص الذي يقوم بزرع الأشجار. فهو يقوم بشراء النباتات الصغيرة بمبلغ I_0 من الوحدات النقدية عند النقطة t=0 من الزمن ويتحمل نفقات الزراعة المتدفقة والتي تساوي G(t) من الوحدات النقدية في كل سنة وذلك بينما تأخذ النباتات الصغيرة في النمو، ثم يقوم ببيع النخلة بمبلغ R(T) من الوحدات النقدية عند النقطة t=T من الزمن. فتكون القيمة الحالية لربحه هي:

$$\pi = R(T)e^{-iT} - I_0 - \int_0^T G(t)e^{-it}dt$$

وباشتقاق π بالنسبة لـ T:

$$\frac{d\pi}{dT} = \left[R'(T) - iR(T) - G(T)\right]e^{-iT} = 0$$

وبالضرب في e^{iT} ثم بإعادة ترتيب الحدود:

$$\frac{R'(T) - G(T)}{R(T)} = i$$

فصاحب المزرعة سوف يبيع النخلة عندما يكون معدل عائده الحدي النسبي بالنسبة للوقت غير متضمنا تكاليف الفلاحة والزراعة مساويا لمعدل الفائدة. ويتطلب شرط الدرجة الثانية بأن يكون معدل عائده الحدي الصافي النسبي في تناقص بالنسبة للزمن. فأي زيادة في معدل الفائدة سوف يقصر من فترة النمو.

5 - مدخلات في وقت محدد ومخرجات متصلة:

لنعتبر الآن الحالة التي يحقق فيها استثمارا واحدا وليكن في الأجهزة المتينة إيراد جاريا عبر الزمن. ونفترض للتبسيط أن الأجهزة تكسب إيرادا بمعدل ثابت من الوحدات النقدية في السنة خلال حياتها مساويا لـ R وافترض

أيضا أن تكلفة الاستثمار في هذه الأجهزة تكون دالة متصلة بالنسبة لعمر الأجهزة: $I_0=I(T)$ حيث أن $I'(T)>0$ وتكون القيمة الحالية للربح من تشغيل الأجهزة هي:

$$\pi = \int_0^T Re^{-it}dt - I(T)$$

يمكن الآن فصل مسألة تحقيق الأمثلية لصاحب الآلة إلى جزئين:

- تحديد مستويات المدخلات والمخرجات المثلى لكل نقطة زمنية وكذلك خلال الفترة التي تكون فيها الآلة مستخدمة.
- تحديد عمر آلة واحدة أو أكثر.

وتعتبر أولا عملية تحديد مستويات المدخلات والمخرجات المثلى. ثم تحدد بعد ذلك المقياس أو المعيار لتحديد العمر الأمثل لآلة واحدة ثم لسلسلة غير منتهية من الآلات.

6 - دالة شبه الريع (الإيجار):

لنفترض أن صاحب الآلة قد قرر استعمالها من $t=0$ إلى $t=T$، فإذا أعطينا هذا الإقرار فإنه من الممكن إهمال التكلفة المبدئية وقيمة الخردة للآلة وتكون مشكلة صاحب الآلة هي تحقيق الحد الأعلى من القيمة الحالية لتدفق شبه الريع من تشغيل الآلة، أي الفرق بين القيمة الحالية لتدفق إيرادات البيع والقيمة الحالية لتدفق التكلفة المتغيرة وبما أن الإيرادات والتكاليف عند نقاط زمنية مختلفة تكون مستقلة في الحالات المعتبرة هنا، فإن صاحب الآلة يستطيع تحقيق الحد الأعلى من القيمة الحالية لتدفق شبه الريع الخاص به خلال عمر الآلة وذلك بتحقيق الحد الأعلى لمعدل تخفيض تدفق شبه الريع عند كل نقطة زمنية وزيادة على ذلك وبما أن عامل التخفيض e^{-it} يكون ثابتا لأي قيمة ثابتة لـ t فإن صاحب الآلة يستطيع الوصول إلى النتيجة المطلوبة بتحقيق الحد الأعلى من معدل تدفق شبه الريع عند كل نقطة زمنية بدون تخفيض. فيكون معدل تدفق شبه الريع عند اللحظة t هو Zt:

$Z_t = pq_t - C(q_t) - M(q_t, t)$.........(36)

وبوضع اشتقاق Zt بالنسبة لـ qt مساويا لصفر:

$$\frac{\partial Z_t}{\partial q_t} = p - \frac{dC_t}{dq_t} - \frac{\partial M_t}{\partial q_t} = 0$$

$$p = \frac{dC_t}{dq_t} + \frac{\partial M_t}{\partial q_t} \quad ....(37)$$

فصاحب الآلة يساوي معدل تدفق تكلفته الحدية، والتي تكون في هذه الحالة حاصل جمع تكاليف المتغيرات والمحافظة على الآلة، بالمعدل الثابت لتدفق الإيراد الحدي، p ويمكن التحقق من أن شرط الدرجة الثانية يتطلب بأن يكون حاصل جمع التكاليف الحدية في ازدياد مع الخارج. وبوضع اشتقاق π بالنسبة لـ T مساويا لصفر.

$$\frac{d\pi}{dT} = Re^{-iT} - I'(T) = 0$$

$$Re^{-iT} = I'(T) \quad ....(38)$$

وتحدث الحياة المثلى للأجهزة عند النقطة التي تكون عندها القيمة الحالية للإيرادات الإضافية من زيادة المتانة مساوية للتكلفة الحدية للمتانة. ويتطلب شرط الدرجة الثانية لتحقيق الحد الأعلى بأن يكون:

$$\frac{d^2\pi}{dT^2} = -iRe^{-iT} - I''(T) < 0 \quad ....(39)$$

وسوف يكون من الضروري تحقيقه إذا كانت التكلفة الحدية للمتانة في تزايد أي أنه إذا كانت $I''(T)>0$ وبتفاضل (38) تفاضلا تماما تم حلها لـ dT/di:

$$\frac{d\pi}{dT} = \frac{TRe^{-iT}}{-iRe^{-iT} - I''(T)} < 0$$

لأن المقام يكون سالبا بـ (39) فأي زيادة في معدل الفائدة سوف يخفض من المتانة، وأن أي تخفيض سوف يزيد من المتانة.

تاسعا : إهتلاك وإستبدال الأجهزة المتينة

إن اتخاذ اعتبارات أخرى للأجهزة المتينة المبنية على مجموعة افتراضات أخرى تعطي أمثلة المتغيرات المتصلة والتوابع المتصلة.

1 - افتراضات:

لنعتبر آلة تستخدم لإنتاج ناتج واحد هو Q يباع بسعر تنافسي p غير قابل للتغير عبر الزمن. لتكن qt تشير إلى تدفق التابع عند اللحظة t من الزمن فيكون الإيراد المقابل المتدفق هو pq_t فهذه الآلة قد تم شراؤها عند t=0 بالتكلفة الثابتة I_0 فالتكلفة المتدفقة للمتغير C_t تكون بدلالة q_t وتكون التكلفة المتدفقة للمحافظة على الآلة هي M_t بدلالة كلا من تدفق التابع وعمر الآلة:

$C_t= C(q_t) \quad M_t=M(q_t,t)$

ومن الممكن بيع الآلة كخردة وذلك عندما يرغب صاحبها في عدم استعمالها للإنتاج، فتكون قيمة الخردة للآلة عبر الزمن T, S_T دالة متناقصة بالنسبة لعمر الآلة: $S_T= S(T)$ بحيث أن $S'(T)<0$ فالاشتقاق $S'(T)$ يعطي معدل الخسارة لقيمة السوق بسبب استمرارية استعمال الآلة ويسمى «نقص القيمة». لنفترض أن (39) قد يمكن حلها للقيمة المثلى لـ q_t بدلالة t وبتعويض هذه الدالة في (38) فإنه يمكن التعبير عن القيمة المثلى لشبه الريع الجاري بدلالة:

$Z_t= Z(t)$

فدالة شبه الريع تعطي شبه الريع الأمثل الذي يمكن الحصول عليه عند كل نقطة من الزمن من تشغيل الآلة. وهذه الدالة مبنية على الأسس التي ارتكز عليها الخليط الأمثل للمتغيرات والتوابع وتتحقق دالة شبه الريع لجميع قيم t وسوف لا يتأثر شكلها العام باختيار قيمة معينة لعمر الآلة ولهذا فإن دالة شبه الريع قد تستعمل لتحليل عمر الآلة بدون تقديم واضح للتوابع والإيرادات والتكاليف.

2 - إهتلاك آلة بمفردها:

لنعتبر أن أحد أصحاب الوحدات الإنتاجية يرغب في شراء آلة واحدة، ويرغب في استثمار شبه الريع الجاري له في سوق السندات بمعدل الفائدة الجاري ويرغب في استثمار قيمة الآلة الخردة في سوق السندات عند نهاية عمر الآلة ثم يرغب بعد ذلك في أن يتقاعد. فالقيمة الحالية لربحه من تشغيل الآلة هو القيمة الحالية لشبه ريعه الجاري، ناقصا تكلفة الآلة، زائدا القيمة الحالية لما يستلمه مقابل الآلة الخردة:

$$\pi_1 = \int_0^T Z(t)e^{-it}dt - I_0 + S(T)e^{-it} \qquad ....(40)$$

وبالقيام بعملية التفاضل:

$$\frac{d\pi_1}{dT} = [Z(T) - iS(T) + S''(T)]e^{-it} = 0$$

$$Z(T)+S(T)=iS(T) \qquad ....(41)$$

فصاحب الآلة سوف يستغني عنها عندما تكون شبه الريع الحدي ناقصا تدفق نقص القيمة مساويا لعائد الفائدة من استثمار قيمة الآلة كخردة في سوق السندات. ويمكن التحقق بان شرط الدرجة الثانية يتطلب بأن يتناقص شبه الريع ناقصا تزايد نقص القيمة بسرعة أكبر من عائد سوق السندات البديل ويتطلب أيضا بأن أي زيادة في معدل الفائدة سوف يعجل من إهتلاك الآلة.

3 - إستبدال سلسلة من الآلات:

لنعتبر صاحب الوحدة الإنتاجية الذي يخطط لأفق زمني لا نهائي ولسلسلة من الآلات تحل كل واحدة مكان واحدة أخرى. ونفترض أن دالة شبه ريعه، وتكلفته المبدئية ودالة قيمة الآلة كخردة تكون هي نفسها لكل آلة ماعدا التواريخ. ونفترض أيضا أن عمر الآلات المخطط يكون متطابقا فتكون القيمة الحالية للربح من تشغيل الآلة الأولى معطى بـ: (40) وتكون القيم الحالية للأرباح من تشغيل الآلات الثانية والثالثة هما:

$$\pi_2 = \int_{T}^{2T} Z(t\text{-}T)e^{\text{-}it}dt\text{-}I_0e^{\text{-}iT} + S(T)e^{\text{-}i2T} = \pi_1e^{\text{-}iT}$$

$$\pi_3 = \int_{2T}^{3T} Z(t\text{-}2T)e^{\text{-}it}dt\text{-}I_0e^{\text{-}i2T} + S(T)e^{\text{-}i3T} = \pi_1e^{\text{-}i2T}$$

وتكون عامة:

$$\pi_2 = \left[\int_0^T Z(t)e^{\text{-}it}dt\text{-}I_0 + S(T)e^{\text{-}iT}\right]e^{\text{-}i(k\text{-}1)T}$$

فتكون القيم الحالية للأرباح من آلات المتتالية متطابقة ماعدا لقيمة عوامل التخفيض التي تعكس الوقت الذي اكتسب خلاله أرباح هذه الآلات.
فتكون القيمة الحالية لإجمالي الربح من سلسلة لا نهاية من الآلات هي:

$$\pi = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k \frac{\int_0^T Z(t)e^{\text{-}it}dt\text{-}I_0 + S(T)e^{\text{-}iT}}{e^{\text{-}iT}}$$

حيث أن $1/(1\text{-}e^{\text{-}iT})$ هو حاصل الجمع اللانهائي للمتوالية الهندسية $(1 + e^{\text{-}iT} + e^{\text{-}i2T} + e^{\text{-}i3T} + \cdots)$ وبوضع اشتقاق π بالنسبة لـ T مساويا لصفر،

$$\frac{d\pi}{dT} = \frac{[Z(T)\text{-}iS(T) + S''(T)]e^{\text{-}iT}(1\text{-}e^{\text{-}iT})\text{-}e^{\text{-}iT}\left[\int_0^T Z(t)e^{\text{-}it}dt\text{-}I_0 + S(T)e^{\text{-}iT}\right]}{(1\text{-}e^{\text{-}iT})^2} = 0$$

وبالضرب في $e^{iT}(1\text{-}e^{\text{-}iT})$ ثم بإعادة ترتيب الحدود،

$$Z(T)\text{-}S'(T) = \frac{1}{\delta}\left[\int_0^T Z(t)e^{\text{-}it}dt\text{-}I_0 + S(T)\right] \qquad ....(42)$$

حيث أن δ كما عرفت بـ (32) هي القيمة الحالية لدخل جاري بما قيمته وحدة نقدية واحدة ولمدة T من السنين وسوف تستبدل الآلة عندما يكون المعدل الحدي لتدفق شبه الريع السنوي صافيا نقص القيمة مساويا للقيمة الحالية لمتوسط العائد السنوي للآلة الجديدة صافيا تكلفة استثمارها ناقصا قيمة الآلة كخردة للآلة القديمة ويعطي الحد بين قوسين على الجانب الأيمن

لـ (42) العائد لعدد T من السنين وبالقسمة على δ فذلك يحولها إلى الأساس السنوي. فشرط الدرجة الثانية يتطلب بأن يكون العائد الحدي للآلة القديمة في تناقص بسرعة أكبر من متوسط العائد للآلة الجديدة.

إن شرط الدرجة الأولى لحالة العدد اللانهائي للآلات في (42) يكون مختلفا تماما من شرط الدرجة الأولى لحالة الآلة الواحدة في (40) ويعكس الفرق بينهما الفرق بين الخيارات المتوفرة لصاحب الآلات. ففي حالة الآلة الواحدة يكون له حق الاختيار بين استمرار تشغيل الآلة أو استثمار قيمتها كخردة في سوق السندات. أما في حالة العدد اللانهائي للآلات فإن له الحق في الاختيار بين تشغيل آلة قائمة وتشغيل آلة جديدة.

4 - الموارد القابلة للنفاذ:

لنعتبر صاحب الوحدة الإنتاجية الذي يقوم باستخلاص تابع من مورد قابل للنفاذ مثل منجم فحم أو بئر من آبار الزيت، ولنعتبر أيضا أن أفقه الزمني يمتد عبر n فترة زمنية منفصلة فكلمة «قابل للنفاذ» في المضمون الحالي تعني أن عملية الاستخلاص تكون محددة بإجمالي ثابت ومحدد فصاحب المورد يفترض فيه أنه على علم بأسعار خارجه الحالية والمستقبلية وأن يكون له اتصال بسوق السندات تنافس بمعدل فائدة غير متغير. وللتبسيط نفترض أن تكلفة الاستخلاص (الاستخراج) لكل فترة زمنية يعتمد على الكمية المستخلصة خلال تلك الفترة حسب دالة التكلفة $C=C(q_t)$ حيث أن $C''(q_t)>0$. فالنتائج المهمة التي توصلنا إليها فيما يلي سوف تتحقق لدوال تكلفة أكثر تعقيدا. فصاحب المورد يرغب في صيغة خطة تمكنه من تحقيق الحد الأعلى للقيمة الحالية لربحه من الاستخلاص ولذا فإنه يكون الدالة:

$$Z=\sum_{t=1}^{n}[p_t q_t - C(q_t)]\,(1+i)^{-t}+\lambda\left(q^0-\sum_{t=1}^{n}q_t\right)$$

حيث أن q^0 تمثل الكمية المستخلصة الإجمالية وبوضع الاشتقاقات الجزئية مساوية لصفر،

$$\frac{\partial V}{\partial q_t} = [p_t\text{-}C'(q_t)](1+i)^{-t} = \lambda \quad (t = 1, \dots, n) \qquad (43)$$

تتحقق شروط الدرجة الثانية نتيجة لافتراض تزايد التكلفة الحدية MC وتتطلب شروط الدرجة الأولى (43) بأن تكون القيمة الحالية للفرق بين السعر وMC هي نفسها لكل فترة زمنية ويقدم مقدار المضاعف λ مقياسا لندرة هذا المورد. فلو كان السعر ثابتا عبر الزمن، فإن التابع سوف ينخفض عبر الزمن من أجل تحقيق (43)، لذا فإن صاحب المورد سوف يقوم بإنتاج التابع في الوقت الراهن بسبب فرصة في الاستثمار في سوق السندات. فمن أجل الحفاظ على تابع مساو للأجيال الصاعدة، أي أن $q_t=q$ $(t=1,\dots,n)$، فإن السعر يجب أن يزداد عبر الزمن بمعدل بدرجة كافية لكي يسمح للهوة بين السعر والتكلفة الحدية بالازدياد عند معدل الفائدة وبالتحديد$p_{t+1}=p_t(1+i)-iC'(q)$، فمعدل الزيادة في السعر يقترب من معدل الفائدة وذلك كلما ازدادت t، فالسعر يجب أن يزداد بسرعة أكبر لو أن التابع ليزداد عبر الزمن.

عاشرا : رأس المال الإنساني (البشري)

ليس من الضروري بأن تكون متغيرات العمل باتساق وعدم تغير طاقة إنتاجية. ففي معظم الحالات يكون من الممكن الاستثمار في رأس المال البشري، والمادي ويشتق عائد مثل هذه الاستثمارات من قيمة إنتاج العمل المتزايد فتكلفة الاستثمار في رأس المال البشري تكون من نوعين:

- التكاليف المباشرة مثل رواتب (أجور) المهندسين والكتب الدراسية.
- تكلفة الأرصدة البديلة للمكتسبات الضائعة، فلو لم يكن الطالب في الجامعة للدراسة أو للتدريب فإنه قد يقدر على إنتاج تابع وكسب دخل. ويتم توضيح تحليل الاستثمار في رأس المال البشري بثلاثة مسائل. فالمسألة الأولى تتطلب الإجابة بنعم أو بلا لما إذا كان يجب للفرد أن يواصل تعليمه

أو يدخل القوة العمالية على أساس تفرغ وقتي كلي، وسوف نقدم حسابات معدلات العائد للاستثمار في رأس المال البشري في هذا المضمون. أما المسألة الثانية، فإنها تناقش وتحسب تكاليف تدريب العمال لمقابلة متطلبات أعمال معينة والمسألة الثالثة، عبارة عن تطوير نموذج يسمح بتحديد الاستثمار الأمثل في رأس المال البشري خلال كامل الدورة التي يكسب خلالها الفرد.

1 - الاستثمار في التعليم:

لنفترض أنه على شخص ما أن يقرر ما إذا كان عليه أن يدخل قوة العمل أو أن عليه أن يواصل تعليمه فهو في الحقيقة يختار بين دخلين جاريين، فالشكل (05) يعطي مثالا افتراضيا. فالقرار يجب أن يتخذ حالما يتخرج هذا الشخص من المدرسة الثانوية في الوقت $t=0$. فالدخل الجاري سوف ينتهي بتقاعده عند $t=T$، فلو دخل هذا الشخص القوة العمالية حالا، فإن دخله الجاري يكون $g(t)$ ولكنه إذا دخل الجامعة فإن دخله الجاري يكون $f(t)$، لذا فإن الجامعة تستدعي وتتطلب الاستثمار في رأس المال البشري، ففرق الدخل:

$$\int_0^T [g(t)-f(t)]dt$$

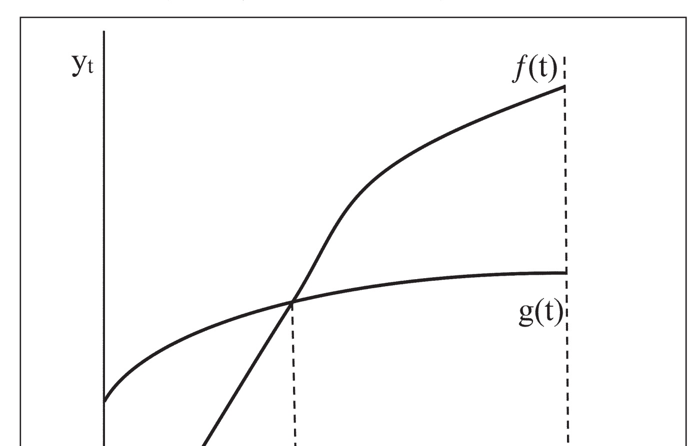
يكون هو تكلفته ويكون الفرق:

$$\int_t^T [f(t)-g(t)]dt$$

هو عائده فتكلفة الاستثمار تستلزم كلا من التكاليف المباشرة وتكاليف المكاسب الضائعة، ونحدد معدل عائد الاستثمار في التعليم الجامعي، المرموز له بالرمز r بمساواة القيم الحالية لتكاليفه وعوائده:

$$\int_0^T [f(t)-g(t)]e^{-it}dt = 0$$

الشكل رقم (05):الإستثمار في التعليم



فهذه المعادلة يمكن حلها لقيمة المتغير الوحيد فيها وهو r، فالقرار الأخير سوف يتخذ بمقارنة r بمعدل فائدة السوق i فلو كان r>i فإن الجامعة تكون استثمارا مرغوبا ولكن إذا كان r<i فإنها لا تكون استثمارا مرغوبا.

مثال: لنعتبر المثال البسيط التالي حيث أن T=50 و $f(t)=800e^{0.12t}$ و $g(t)= 2400e^{0.08t}$ وهو مختلف عن المثال المعطى في الشكل (05) فهنا r≈27.5 ولذا فإن المتكاملة السابقة تكون كالتالي:

$$\int_0^{50}[800e^{0.12t}\text{-}2400e^{0.08t}]e^{-rt}dt = 800\left[\frac{(e^{(6\text{-}50r)}\text{-}1)}{0.12\text{-}r}\text{-}\frac{3(e^{(4\text{-}50r)}\text{-}1)}{0.08\text{-}r}\right] = 0$$

والتي يكون حلها هو r≈0.088 فيكون التعليم الجامعي استثمارا مرغوبا فيه إذا كانت معدلات الفائدة أقل من 8.8%.

2- الاستثمار في التدريب:

لنعتبر وحدة إنتاج تنافسية توظف قوة عمالية متجانسة وتدفع أجرا مساويا لقيمة ناتجها الحدي ولتوضيح الاستثمار في التدريب، نفترض أن

الحكومة أو الدولة في الوحدة الإنتاجية توظف بعض أعضاء مجموعة من المجاميع المعدمة والتي تكون قيم ناتجها الحدي المبدئي أدنى بكثير جدا من معدل الأجر فبالتحديد، ليكن سعر الخارج يساوي الوحدة (ون واحدة فقط) ونفترض أن MP لفرد من أفراد المجموعة المعدمة هو $MP= f(t)$ حيث أن $f(t)<w$ عندما تكون $t<T$ وأن $f(t)=w$ عندما تكون $t\geq T$ فتكلفة التدريب V تكون هي القيمة الحالية للفرق بين معدل الأجر و$f(t)$:

$$V = \int_0^r [w-f(t)]e^{-it}dt........(44)$$

فتوزيع هذه التكاليف بين الوحدة الإنتاجية، والفئة المعدمة والدولة سوف يعتمد على الوضع القانوني. فكامل التكلفة سوف تتحمله الفئة المعدمة في المجتمع التنافسي بدون أي تدخل من الحكومة. فالوحدة الإنتاجية على سواء بين توظيف عامل مدرب (يد عاملة ماهرة) بأجر w، وعامل من الفئة المعدمة بأجر $f(t)$. هناك احتمال آخر هو أن الدولة تقوم بدفع تكاليف التدريب للوحدة الإنتاجية ومن ثم الوحدة الإنتاجية تقوم بدفع العامل من الفئة المعدمة الأجر w.

مثال: لنعتبر المثال الذي تكون فيه $f(t)=w(1-e-t)$ حيث أن t تقاس بالسنوات فمن الواضح أن $f(t)$ تقترب من w، $f(t)\to w$ كلما اقتربت t من $t\to\infty$ وفي الحقيقة فإن $f(t)$ سوف تكون تقاربية بدرجة أكبر $f(5)=0.99326w$ فالقيمة الحالية لتكلفة التدريب لفترة عشرين سنة توظف بمعدل فائدة يساوي 8 تكون:

$$\int_0^{20} [w-w(1-e^{-t})]e^{-it}dt = w\int_0^{20} e^{-it}dt = \frac{w(1-e^{-21.6})}{1.08} \approx 0.926w$$

فالقيمة الحالية لتكلفة التدريب تساوي أقل بقليل من أجر سنة واحدة.

3 - استثمار دورة الكسب:

إن رأس المال البشري، مثل رأس المال المادي، معرض لنقص في القيمة عبر الزمن فمعرفة الأمس قد تكون قيمتها أقل من معرفة اليوم. ففي الغالب

يمكن موازنة نقص القيمة وزيادة مخزون الفرد من رأس المال البشري وذلك من خلال الحصول على تعليم أعلى. فتحديد المعدلات المثلى للاستثمار في رأس المال البشري خلال دورة كسب الإنسان تقدم مسألة مهمة للتحاليل الاقتصادية. لنعتبر شخصا ما بحيث أن دورة كسبه تمتد من t=0 إلى t=T ونرمز لمخزونه من رأس المال البشري عند نقطة ما خلال دورة كسبه بالرمز K_t.

$K_t=k_{1t}+k_{2t}$ ....(45)

حيث أن الأرقام عند أسفل الحرف 1، 2 تشير إلى كميات رأس المال البشري التي استخدمت في توليد الدخل وفي توليد رأس مال بشري أكثر وذلك على التوالي. فيكون الدخل عند الزمن t هو:

$y_t= ak_{1t}$ ....(46)

حيث أن $\alpha>0$، فرأس المال البشري الجديد سوف ينتج من رأس المال البشري الحالي وذلك حسب دالة الإنتاج المقعرة تماما. حيث أن $\alpha>0$ و$0<\beta<1$ وتعطى المعادلة التفاضلية التالية معدل التغير في مخزون رأس المال البشري:

$\frac{dK_t}{dt} = q_t-\delta K_t$ ....(47)

حيث أن d هي معدل نقص قيمة رأس المال البشري. فتكلفة الاستثمار لإنتاج رأس المال البشري C_t هي المكتسبات الضائعة:

$C_t=aK_{2t}$ ....(48)

ونعرف برنامج الاستثمار الأمثل بأنه البرنامج الذي يسعى لتحقيق الحد الأعلى من القيمة الحالية لدخل الفرد الجاري:

$V = \int_0^r y_t e^{-it} dt$ ......(49)

تحت شرط (44) وحتى (47).

ويتطلب الحصول على حل متكامل لتحقيق الحد الأعلى لـ (49) أدوات رياضية فوق طاقة الاستفادة منها هنا. ولكن بعض أوجه هذا الحل الأمثل

يمكن استنتاجها وتحليلها. فالتكلفة الحدية لإنتاج وحدة من وحدات رأس المال البشري عند t يمكن الحصول عليها بتفاضل (47) تحت شرط (46):

$$\frac{dC_t}{dq_t} = \frac{a}{\alpha^{1/\beta}\beta} q_t^{(1-\beta)/\beta} \quad ....(50)$$

فبتفاضل أكثر لـ (50) نثبت أن MC يكون متزايدا بالنسبة q_t ولكن يكون ثابتا بالنسبة لـ t فإضافة وحدة واحدة من رأس المال البشري عند t سيولد دخلا جاريا مساويا a ناقصا منه نقص القيمة. وتكون القيمة الحالية للإيراد الحدي هذا هي:

$$\frac{dR_t}{dq_t} = a \int_t^T e^{-(i+\delta)r}\, d_r \frac{a}{(i+\delta)} (e^{-(i+\delta)t} - e^{-(i+\delta)T}) \quad ....(51)$$

بتفاضل (51) أكثر نستطيع أن نثبت أن MR هذا يكون ثابتا بالنسبة لـ q_t ولكن يكون في تناقص بالنسبة لـ t. تقترح التجربة والملاحظة أن تكون هناك مراحل للاستثمار في رأس المال البشري. فخلال السنوات المبكرة الأولى من الأفق الزمني يكون MR>MC لـ $k_{2t}= k_t$. فكامل مخزون رأس المال البشري قد يستخدم في إنتاج رأس مال بشري أكثر ولم يكن دخله سوى صفرا. أما خلال السنوات الوسطى من عمره وكلما تدنى MR فإن مخزون رأس المال البشري قد يستخدم لإنتاج رأس مال بشري أكثر ولتوليد الدخل ففي هذه المرحلة يكون MR=MC فمساواة (50) مع (51):

$$q_t = \left\{\frac{\alpha^{1/(1-\beta)}}{(i+\delta)} \left[(e^{-(i+\delta)t} - e^{-(i+\delta)r}\right]\right\}^{\beta/(1-\beta)} ....(52)$$

يمكن أن نثبت أن $dq_t/d_t<0$، وبتدنية إنتاج رأس المال البشري باستمرار بتدنية MR وذلك خلال المرحلة الثانية وفي النهاية نصل إلى نقطة ما تكون عندها الإضافات غير كافية لتعويض نقص القيمة أي أن: $q_t<\delta K_t$ وأن مخزون رأس المال البشري يتدنى أكثر.

الفصل الثالث: نظرية المؤسسة:

الانتاج والتكاليف

إن أساسيات نظرية المؤسسة غالبا ما تكون أكثر من نظرية المستهلك فقد توسعت وطبقت على مسائل واسعة النطاق. وبعض هذه التوسعات والتطبيقات تتمثل في خواص دوال الإنتاج المتجانسة وخواص مرونة التعويض الثابت لدوال الإنتاج من خلال تحليل شروط كوهن-تكر لنوعين مختلفين من عدم اتصال الإنتاج، ثم الازدواجية بين دوال الإنتاج والتكلفة بالإضافة إلى بديهية Shephard.

ثم نتوسع في نظرية المؤسسة لنغطي حالات عدم التأكد بالنسبة للأسعار والمنتجات وذلك بإدخال الربح عنصرا من عناصر دالة المنفعة للمستهلك. ثم نوضح دوال الإنتاج الخطية، و المفاهيم العامة لموضوع البرمجة الخطية بالإضافة إلى بعض الأمثلة المأخوذة من نظرية الإنتاج الخطية. مع تحقيق نوعا آخر مختلفا من الازدواجية لأزواج من مجموعات البرمجة الخطية. ثم نتطرق إلى فائض المنتج لنعرج أخيرا إلى الفكر الحديث في تكاليف الإنتاج بمدييها القصير والطويل.

أولا: دوال الإنتاج المتجانسة

يعرف غلة الحجم بأنه استجابة الناتج للزيادة المتناسبة لجميع المتغيرات، فإذا كانت زيادات الناتج بنفس النسبة فإن حجم الغلة يكون ثابتا في مجال مجاميع المتغيرات المعتبرة، وهي حالة ثبات الغلة بالنسبة لحجم العملية الإنتاجية، وحجم الغلة سوف يزداد إذا ازداد الناتج بنسبة أكبر وسوف يقل إذا نقص الناتج بنسبة أقل. وقد تظهر دالة واحدة لجميع أنواع حجم الغلة. ويفترض بعض الاقتصاديون أن دوال الإنتاج تظهر ظاهرة تزايد الغلة لكميات صغيرة من المتغيرات، ثم تمر خلال مرحلة حالة ثبات الغلة وأخيرا تمر خلال حالة تناقص الغلة كلما أصبحت كميات المتغيرات أكبر فأكبر.

1 - خواص حجم الغلة:

يمكن تعريف حجم الغلة بسهولة لدوال الإنتاج المتجانسة فتكون دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة k إذا كان:

$f(tx_1,tx_2)=tkf(x_1,x_2)$ ....(01)

حيث أن k ثابتا من الثوابت، وt أي رقم حقيقي موجب، فإذا ازداد كلا الدخلين بمقدار العامل t فإن الناتج سوف يزداد بمقدار العامل t^k ويكون حجم الغلة في حالة تزايد إذا كانت $k>1$ وثابتا إذا كانت $k=1$ ومتناقصا إذا كانت $0<k<1$ ومن العادة افتراض تجانس دوال الإنتاج من الدرجة الأولى. ومنه فإن الاشتقاقات الجزئية لدالة متجانسة من الدرجة k تكون متجانسة من الدرجة$k-1$، ونخص هنا التجانس من الدرجة الأولى. فإذا كانت دالة متجانسة من الدرجة الأولى فإن الإنتاج الحدي للدخلين X_1 وX_2 يكون متجانس من الدرجة صفر، بمعنى أنهما سوف يبقى بدون تغير للتغيرات النسبية لكلا الدخلين وبالتحديد فإن:

$$f_1(x_1,x_2)=f_1\left(\frac{x_1}{x_2},1\right)$$

$$f_2(x_1,x_2)=f_2\left(\frac{x_1}{x_2},1\right)$$

حيث أن $t=1/x_2$ وسوف يعتمد الناتج الحدي على النسبة التي استخدم فيها x_1 وx_2.

إن منحنيات الناتج المتساوي لدالة الإنتاج المتجانسة تكون لها نفس خواص منحنيات السواء لدالة المنفعة المتجانسة، ويعتمد RTS على النسبة التي استخدم بها الدخل وليس الكميات المطلقة لها. وسوف يصل الخط المستقيم النابع من نقطة الأصل في الربع الموجب نقط الدخل التي يتساوى عندها RTS ونتيجة لهذا فإن مجرى التوسع، وهو المحل الهندسي للنقاط التي عندها RTS يساوي نسبة سعر الدخل الثابتة، يكون خطا مستقيما إذا كانت دالة الإنتاج متجانسة من أي درجة وأن أي دالة إنتاج والتي يمكن التعبير عنها كدالة

متزايدة مطردة لدالة متجانسة تسمى دالة متآلفة ويكون لها نفس منحنيات الناتج المتساوي للدالة المتجانسة المشار إليها بالرغم من أن الكميات المقابلة لكل منحنى تكون عادة مختلفة.

إن أحد أشهر دوال الإنتاج المتجانسة الواسعة الاستعمال هي دالة كوب-دوغلاس:

$Q=Ax_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$

حيث أن $0<\alpha<1$ وأن زيادة مستويات الدخل بنسبة المعامل t سوف ينتج عنه الآتي:

$f(tx_1,tx_2)=A(tx_1)^{\alpha}(tx_2)^{1-\alpha}=tAx_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$

وعلى هذا فإن دالة كوب-دوغلاس تكون دالة متجانسة من الدرجة الأولى، وأن MPs لكلا الدخلين يكونان متجانسين من الدرجة صفر على النحو التالي:

$f_1(x_1, x_2)=\alpha Ax_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}$

$f_2(x_1, x_2)=(1-\alpha)Ax_1^{\alpha}x_2^{-\alpha}$

$f_1(tx_1,tx_2)=\alpha At^{\alpha-1}x_1^{\alpha-1}t^{1-\alpha}x_2^{1-\alpha}=\alpha At^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}$

$f_2(tx_1,tx_2)=(1-\alpha)At^{\alpha}x_1^{\alpha}t^{-\alpha}x_2^{-\alpha}=(1-\alpha)Ax_1^{\alpha}x_2^{-\alpha}$

نعلم أن دالة الإنتاج هذه تكون ذات قيمة موجبة، وأنها متزايدة وأنها شبه مقعرة تماما ضمن المجال $x_1, x_2>0$. حيث أن مجرى التوسع الذي ولته دالة كوب-دوغلاس يكون خطيا. وتتطلب شروط الدرجة الأولى للحصول على الحد الأمثل المقيد، كما يلي:

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{f_1}{f_2}=\frac{\alpha Ax_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}}{(1-\alpha)Ax_1^{\alpha}x_2^{-\alpha}}=\frac{\alpha x_2}{(1-\alpha)x_1}$$

وعلى هذا فإن مجرى التوسع يكون معطى بالدالة الضمنية التالية:

$(1-\alpha)=r_1x_1=\alpha r_2x_2=0$ .... (02)

والتي تصف الخط المستقيم النابع من نقطة الأصل في مسطح تساوي الكميات.

2 - نظرية أويلر والتوزيع:

تنص نظرية أويلر على أن الشروط التالية تتحقق بأي دالة متجانسة، وذلك بمفاضلة المعادلة (01) جزئيا بالنسبة للمعامل t مستخدمين قاعدة الدالة المركبة بالنسبة للطرف الأيسر لنحصل على:

$$X_1 f_1(tx_1,tx_2)+x_2 f_2(tx_1,tx_2)=kt^{k-1}f(x_1,x_2)$$

و بتعويض t=1 نحصل على:

$$X_1 f_1+x_2 f_2=kf(x_1,x_2) \quad ....(03)$$

وتعطي هذه النظرية عددا من النتائج ذات قيمة للاقتصاد، فعلى سبيل المثال إذا قسمنا المعادلة (03) على q نحصل على: $\omega_1+\omega_2=k$

والتي تنص على أن مجموع مرونتي المنتجين للدخلين x_1 وx_2 تساويان درجة التجانس.

لنفترض أن دالة الإنتاج تكون متجانسة من الدرجة الأولى، وبتعويض $q=f(x_1,x_2)$ نحصل على:

$$X_1 f_1+x_2 f_2=q \quad ....(04)$$

وهي تنص على أن إجمالي الناتج q يساوي MP للدخل x_1 مضروبا في كمية x_1 زائدا MP للدخل x_2 مضروبا في كمية x_2. فإذا كانت المؤسسة تدفع لموردي كل متغير من المتغيرات ناتجه المادي الحدي فإن إجمالي الناتج سوف يستنفد كاملا. وسوف تفوق من الدفعات الناتج إذا كانت درجة التجانس أكبر من واحد وسوف تكون أقل من الناتج إذا كانت درجة التجانس أقل من واحد.

تلعب نظرية أويلر دورا هاما في تطوير نظرية الإنتاج الحدية للتوزيع وتتكون المفاهيم الرئيسية لهذه النظرية من:

- أن كل متغير سوف يدفع له قيمة إنتاجه الحدي.
- أن إجمالي الناتج سوف يستنفد كاملا وبما أن هذه الشروط تتحقق بدوال الإنتاج من الدرجة الأولى فإنه كان من الخطأ الافتراض بأن جميع دوال الإنتاج يجب أن تكون من هذا النوع.

لقد استفيد من دالة كوب-دوغلاس في المحاولة للتحقق من نظرية الإنتاج الحدية للتوزيع. ويمثل المتغير q إجمالي الناتج x2, x1 ويمثلان إجمالي المتغيرين وهما العمل ورأس المال على الترتيب. وتكون نظرية أويلر محققة إذا كان:

$$q= \alpha A x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}+ (1-\alpha)Axt_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha} = x_1(\alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} t^{1-\alpha})+x_2[(1-\alpha)Axt_1^{\alpha} x_2^{-\alpha}]$$

بالتعويض في المعادلة (02) نحصل على:

$$q=\alpha q+(1-\alpha)q$$

فإذا دفعنا لكل عامل إنتاجه الحدي فإن إجمالي الناتج سوف يوزع بين العمل ورأس المال بالنسبة التالية α و$(1-\alpha)$ على الترتيب. ولقد قدر Paul Douglas قيمة α من إجمالي الحقائق العلمية للسلاسل الزمنية ثم قارن تقديراته مع حصة العمل من إجمالي الناتج ويكون شرط استنفاذ الإنتاج مكافئا لشرط الربح الأقصى في المدى الطويل والذي يساوي صفرا. وبضرب المعادلة (04) بسعر الإنتاج نحصل على:

$$x_1(pf_1)+x_2(pf_2)=pq$$

وبتعويض $r_1=pf_1$ و$r_2=pf_2$ من شروط الدرجة الأولى لتحقيق الربح الأقصى نحصل على:

$$r_1x_1+r_2x_2=pq..........(05)$$

والتي تنص على أن إجمالي النفقات الأولية للمدى الطويل يساوي إجمالي الإيرادات للمدى الطويل. وبإتباع افتراضات نظرية الإنتاج الحدية فإن المعادلة (05) تقود إلى نتيجة مذهلة بأن الربح على المدى الطويل يساوي صفرا بغض النظر عن مستوى سعر الإنتاج.

إن تحليل نظرية الإنتاج الحدية للتوزيع تكون مضللة، وهذا إذا لم تكن مغلطة، وسوف تنهار التحاليل التقليدية والمتعارف عليها للحصول على الحد الأقصى من الربح إذا كان صاحب المؤسسة يبيع إنتاجه بسعر ثابت وعنده دالة إنتاج متجانسة من الدرجة الأولى. ونستطيع التحقق بأنه في هذه الحالة سوف تكون دالة الربح، أيضا متجانسة من الدرجة الأولى:

$t\pi = pf(tx_1,tx_2)-r_1tx_1-r_2tx_2$

هناك ثلاثة نتائج محتملة، فإذا كانت الأسعار بحيث أن بعض مجاميع العوامل تعطي ربحا موجبا فإنه يمكن زيادة الربح إلى حد باختيار قيمة كبيرة كافية للمعامل t، ففي هذه الحالة لا يكون لدالة الربح حدا أو أقصى محددا. أما إذا كانت الأسعار بحيث أن كل مجموعة عوامل تعطي خسارة، فإن صاحب المؤسسة سوف يتوقف عن العمل. أما الاحتمال الثالث والذي يحد من تحاليل النظريين في الإنتاج الحدي، فإنه يكون أكثرهم متعة. ففي هذه الحالة لا يوجد أي مجموعة عوامل تؤدي إلى ربح موجب، ولكن المجموعة (x_1^0,x_2^0) تؤدي إلى ربح يساوي صفر. وينبع من تجانس دالة الربح أن مجموعة العوامل (tx_1^0,tx_2^0) سوف تؤدي إلى ربح يساوي صفر. وسوف يكون الحد الأقصى للربح في المدى الطويل مساويا لصفر ولكن حجم المؤسسة سيكون غير محدد فإذا كان صاحب المصنع يتحصل على ربح يساوي صفر لمجموعة معينة من العوامل، فإن ربحه سوف يبقى بدون تغيير إذا ضاعف أو نصف حجم عملياته الإنتاجية. فإذاكان حجم إنتاجي معين فرض على صاحب المؤسسة، فإن نظرية أويلر تتحقق، وأن إنتاجه سوف يستنفذ كاملا.

إنه ليس من الضروري افتراض أن دالة الإنتاج تكون متجانسة لتحقيق معطيات نظرية الإنتاج الحدية وسوف تتحقق المعطيات إذا كانت:

- دالة الإنتاج غير متجانسة؛
- تحققت شروط الدرجة الأولى والثانية للحصول على الحد الأقصى من الربح؛
- أن الربح الأقصى لصاحب المؤسسة يكون مساويا للصفر.

لقد تم افتراض الشرطين الأول والثاني خلال مناقشات وتطوير نظرية المؤسسة، ويظهر أن الدخول الحر والخروج للمؤسسات المتنافسة سوف ينتج عنه تحقيق الشرط الثالث السابق. وهذا الشرط يتطلب أن يكون :

$\pi = pq-r_1x_1-r_2x_2=0$

وبتعويض $r_1=pf_1$ و$r_2=pf_2$ (وهما شرطي الدرجة الأولى) وبالحل لقيمة q نحصل على:

$Q=x_1f_1+x_2f_2$

وهنا نجد أن نتيجة المعادلة (04) قد توصلنا إليها بدون استخدام نظرية أويلر. وبما أن دالة الإنتاج غير متجانسة، فإن مجموعة العوامل المثلى لصاحب المؤسسة تكون، عامة محددة. ويمكن النظر في مسألة التوسط بالنسبة لعدم مقدرة صاحب المؤسسة من تحقيق شروط الدرجة الثانية للحصول على الحد الأقصى من الربح وبتفاضل المعادلة (04) تفاضلا تاما نحصل على:

$(f_1+x_1f_{11}+x_2f_{21})dx_1+(f_2+x_1f_{12}+x_2f_{22})dx_2=dq$

وكبديل لهذا نفترض أن $dx_2=0$ ثم نقسم على dx_1 ونضع $dx_1=0$ ثم نقسم على dx_2:

$$f_1 + x_1f_{11} + x_2f_{21} = \frac{\partial q}{\partial x_1} = f_1$$

$$f_2 + x_2f_{12} + x_2f_{22} = \frac{\partial q}{\partial x_2} = f_2$$

فإذا طرحنا f_1 من طرفي المعادلة الأولى وأوجدنا الحل لقيمة f_{11} ثم طرحنا f_2 من طرفي المعادلة الثانية وأوجدنا الحل لقيمة f_{22} نحصل على:

$$f_{11} = \frac{x_2}{x_1}f_{21} \qquad f_{22} = \frac{x_1}{x_2}f_{12} \quad ....(06)$$

وعليه فإن $f_{12}=f_{21}$ تكون موجبة إذا كانت f_{11} وf_{22} موجبتين كما افترضنا. وبتقييم محددة هيسيان لدالة الإنتاج مستخدمين المعادلة (06) نحصل على:

$$f_{11}f_{22}\text{-}f_{12}^2 = \left(-\frac{x_2}{x_1}f_{12}\right)\text{-}\left(-\frac{x_1}{x_2}f_{12}\right)\text{-}f_{12}^2 = 0$$

وعليه فإن أي دالة إنتاج متجانسة من الدرجة الأولى تكون مقعرة، ولكن لها بعض المناطق الخطية التي لا تكون فيها مقعرة تماما. ولقد استخدمت دوال الإنتاج المتجانسة بكثرة وعن فهم في علم الاقتصاد بالرغم من مسائل التوسط للمؤسسة الواحدة ولذا فقد وضعت بعض الاقتراحات للتعامل مع هذه المسائل منها الافتراضين:

- أن حجم المؤسسة وأعداد المؤسسة يقرر آليا خاضعا لشرط أن الإنتاج الصناعي يحقق الطلب الصناعي.
- أن يكون للصناعة دالة إنتاج متجانسة من الدرجة الأولى حتى ولو لم يكن للمؤسسة الواحدة (المكونة منها الصناعة) داخل الصناعة مثل هذه الدوال الإنتاجية. كما أن حجم المؤسسة (أو الوحدة الصناعية) قد يمكن تقريره هذا إذا كانت الوحدات الصناعية تعمل تحت شروط المنافسة غير الكاملة.

ثانيا: دوال الإنتاج ذات مرونة التعويض الثابتة CES

إن دالة الإنتاج التي تنتمي إلى هذا النوع من الدوال يكون لها الميزتان التاليتان:

- تكون متجانسة من الدرجة الأولى.
- تكون لها مرونة تعويض ثابتة.

نعلم أن دوال الإنتاج $q=Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$ يكون لها مرونات تعويض ذات وحدة ثابتة وعلى هذا فإن جميع دوال الإنتاج من هذا النوع سوف تحقق الميزة الثانية السابقة. ولكن الميزة الأولى تتحقق فقط إذا كانت $\alpha+\beta=1$ بمعنى أنها تتحقق لدالة كوب- دوغلاس.

مثال: إن دالة الإنتاج $q=Ax_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha+}x_1$ تكون متجانسة من الدرجة الأولى، ولكن ليس لها مرونة تعويض ثابتة ولا تنتمي إليها.

1 - خواصها:

لقد أثبت باستخدام طرق متقدمة في الإثبات أن CES من دوال الإنتاج يمكن وضعها على النمط التالي:

$$q=A[\alpha x_1^{-p}+(1-\alpha)x_2^{-p}]^{-1/p} \quad ....(07)$$

بحيث أن: $A>0$ و$0<\alpha<1$ وأنه من السهل التحقق أن المعادلة (07) تكون متجانسة من الدرجة الأولى:

$q=A[\alpha(tx_1)^{-p}+(1-\alpha)(tx_2)^{-p}]^{-1/p}= tA[\alpha x_1^{-p}+(1-\alpha)x_2^{-p}]^{-1/p}$

وبهذا يكون الإنتاج الحدي للدخول على النحو التالي:

$$\frac{\partial q}{\partial x_1}=\frac{\alpha}{A^p}\left(\frac{q}{x_1}\right)^{p+1} \qquad \frac{\partial q}{\partial x_2}=\frac{1\text{-}\alpha}{A^p}\left(\frac{q}{x_2}\right)^{p+1} \text{..........(08)}$$

والتي تكون متزايدة وتكون منحنيات الناتج المتساوي محدبة إذا كانت $p>-1$، وهذه أيضا توضح أن دالة إنتاج CES تكون شبه مقعرة تماما في المجال $x_1, x_2>0$. ويمكن الحصول على تعبير لمرونة التعويض لدوال الإنتاج المتجانسة من الدرجة الأولى من (06) كالتالي:

$$\sigma=\frac{f_1f_2(x_1f_1+x_2f_2)}{f_{12}(x_1f_1+x_2f_2)}$$

ثم الاستعانة بنظرية أويلر في المعادلة (03):

$$\sigma=\frac{f_1f_2}{f_{12}q} \qquad \text{..........(09)}$$

بحيث أن من (08):

$$f_{12}=\frac{(1+p)\alpha(1\text{-}\alpha)q^{1+2p}}{A^{2p}(x_1x_2)^{1+p}}$$

وبتقييم (09) لـ(07):

$$\sigma=\frac{1}{1+p} \qquad \sigma=\frac{1\text{-}\sigma}{\sigma} \qquad \text{..........(10)}$$

وعلى هذا فإن p تكون لها علاقة وثيقة بمرونة التعويض الثابتة بحيث أن المتراجحة $p>-1$ تكون متكافئة لـ $\sigma>0$.

2- منحنيات الناتج المتساوي:

إن الشكل الخاص لمنحنيات الناتج المتساوي المحدبة والتي تولدت عن دالة CES تعتمد على قيمة σ ويوجد خمسة حالات، منها اثنان داخلان ضمن إطار النهايات والثلاثة الباقيات حالات عادية وكل هذه الحالات تصف الأشكال المحتملة لمنحنيات تساوي الكمية.

2-1- الحالة الأولى: إذا كانت $\sigma\rightarrow 0$ فإن $p\rightarrow+\infty$. ويقترب RTS والمعطى بالمعادلة (08) من الصفر إذا كانت $x_1>x_2$، أو أن RTS يقترب من $+\infty$

إذا كانت $x_1<x_2$. وفي حالة النهاية فإن التعويض يكون مستحيلا. وعلى هذا فسوف يكون شكل المنحنى مقتربا من الزاوية القائمة.

2-2- الحالة الثانية: إذا كانت $0<\sigma<1$ فإن $p<0$. ويمكن كتابة منحنيات المعادلة (07) على النحو التالي:

$$\alpha x_1^{-p} + (1-\alpha) x_2^{-p} = \left(\frac{q}{A}\right)^{-p} = k \qquad ....(11)$$

حيث أن k ثابت موجب لأي قيمة مختارة من q لأنه لا يمكن لأي حد من الحدود الموجودة في الطرف من أن تكون سالبة أو على هذا فلا يمكن لأي حد أن يفوق قيمة k وكلما $x_1 \to 0$ فإن $\alpha x_1^{-p} \to +\infty$ وبما أنه يوجد حد أعلى k لقيمة αx_1^{-p} فإن x1 لا يمكن أن تساوي صفر. وبنفس الأسباب، لا يمكن أن تساوي صفر. وعلى هذا فإن المنحنى سوف لا يقطع ولا يقترب من المحاور ولكنه سوف يكون في اقتراب متواصل بالنسبة للخط $x_1=(k/\alpha)^{-1/p}$ وكذلك بالنسبة للخط $x_2=[(k(1-\alpha)]^{-1/p}$.

3-2- الحالة الثالثة: إذا كانت $\sigma=1$ فإن $p=0$ ولقد لوحظ أنه في حالة $\sigma=1$ فإن دالة الإنتاج CES تصبح دالة كوب-دوغلاس. ولا يمكن شرح هذه الحالة من المعادلة (07) لأن هذه الحالة غير واضحة من هذه المعادلة. فعندما تكون $p=0$ فإن المعادلة (11) تصبح معادلة متطابقة ولا تساعد في التوصل إلى مميزات لهذه الحالة. ويمكن فحص بعض هذه المميزات عن طريق استخدام قاعدة L'Hôpital. والتي تنص على أنه إذا كان:

$$\lim_{z\to b} h(z) = 0 \text{ وأن } \lim_{z\to b} g(z) = 0$$

وأنه إذا كان كذلك:

$$\lim_{1\to z} \frac{h'(z)}{g'(z)} = \alpha$$

$$\lim_{1\to z} \frac{h(z)}{g(z)} = \alpha$$

فإذا كتبنا اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة (07) كخارج قسمة دالتين لـ P نحصل على:

$$In\ q\text{-}In\ A = \frac{\text{-}In\left[\alpha x_1^{\text{-}p} + (1\text{-}\alpha)x_2^{\text{-}p}\right]}{p} = \frac{h(p)}{g(p)}$$

بحيث أن $h(p)\to 0$ وأن $g(p)\to 0$ كلما $p\to 0$ ويأخذ اشتقاق المقام:

$$h'(p) = \frac{\alpha x_1^{\text{-}p} Inx_1 + (1\text{-}\alpha)x_2^{\text{-}p} Inx_2}{\alpha x_1^{\text{-}p} + (1\text{-}\alpha)x_2^{\text{-}p}}$$

وهذا الاشتقاق سوف يقترب من $\alpha\ In\ x_1+(1-\alpha)\ In\ x_2$ كلما $p\to 0$ وأخيرا، فإن $g'(p)=1$ وباستخدام قاعدة لوبينال تصبح هذه الحالة على النحو التالي:

$In\ q\text{-}In\ A= \alpha\ In\ x1+(1\text{-}\alpha)\ In\ x2$

وبهذا تكون $q=Ax_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$ هي دالة كوب-دوغلاس.

2-4- الحالة الرابعة: إذا كانت $\sigma>1$ فإن $-1<p<0$ أن قوى حدود الطرف الأيسر للمعادلة (11) تكون موجبة وسوف تتقابل المنحنيات مع المحورين. فإذا كانت $x_1=0$ فإن $x_2=[(K(1-\alpha)]^{-p}$ وإذا كانت $x_2=0$ فإن $x_1=(K/\alpha)^{-p}$.

2-5- الحالة الخامسة: إذا كانت $\sigma\to+\infty$ فإن $p\to-1$ ويأخذ النهاية للمعادلة (11) نجد أن الحدود على الجانب الأيسر منها تؤول إلى واحد، وأن المنحنيات تكون خطوط مستقيمة وتكون الدخول بدائل متكاملة في هذه الحالة.

3 - شروط التوازن:

إن دالة الإنتاج CES والمعطاة بالمعادلة (07) تكون مركبة وصعبة المعالجة ولكن RTS الخاص بها يكون سهلا للغاية، وهذا واحد من أسباب شهرته واستخداماته الواسعة. وبالتعويض لـ σ من المعادلة (10) ووضع RTS في المعادلة (08) يساوي نسبة أسعار الدخول، نحصل على:

$$\frac{\alpha}{1\text{-}\alpha}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1/\sigma} = \frac{r_1}{r_2} \qquad ....(12)$$

وكذلك نحصل على:

$$\frac{x_2}{x_1} = \alpha \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{\sigma}$$

بحيث أن: $\alpha=[(1-\alpha)/\alpha]^{\sigma}$ ويمكن التحقق من المعادلة (12) أن مرونة التعويض الثابتة تكون أيضا المرونة الثابتة لنسبة استخدام الدخل والمعطاة بالمعادلة (x_2/x_1) بالنسبة لنسبة أسعار المتغير.

تنص المعادلة (12) على نسبة استخدام المتغير تكون دالة أسية بسيط لنسبة أسعار المتغير وبما أن هذه الدالة خطية بالنسبة للوغاريتم المتغيرات، فإن المتغيرات ذو القيمة الثابتة α وσ قابلان لعملية التقدير عن طريق استخدام تحليل التطور العكسي الخطي من البيانات العلمية المعطاة للسلاسل الزمنية. فإذا كانت x_1 وx_2 تمثلان العمل ورأس المال على الترتيب فإن المعادلة (12) تبين كيف تتغير نسبة رأس المال للعمل لسلعة محددة مع التغيرات في نسبة إيجار الأجر العمالي إلى رأس المال.

4- دالة الإنتاج (CES) على وجه العموم:

لقد عرفنا دالة الإنتاج CES على أنها دالة متجانسة من الدرجة الأولى وهنا سوف نعممها لتغطي أي درجة من التجانس. لنعتبر دالة الإنتاج التالية:

$$Q=B[\alpha x_1^{-p}+(1-\alpha)x_2^{-p}]^{-k/p} \quad ....(13)$$

ضمن نطاق المجال $x_1,x_2>0$ بحيث أن k, α, B يكونوا جميعا موجبين، وهذه الدالة تكون متجانسة من الدرجة k بحيث أن:

$$B[\alpha(tx_1)^{-p}+(1-\alpha)(tx_2)^{-p}]^{-k/p} = t^k B[\alpha x_1^{-p}+(1-\alpha)x_2^{-p}]^{-k/p}$$

وأن إنتاجيتها الحدية MPs تكون:

$$\frac{\partial q}{\partial x_1} = \frac{k\alpha q^{(k+p)/k}}{B^{p/k}x_1^{(p+1)}} \qquad \frac{\partial q}{\partial x_1} = \frac{k(1\text{-}\alpha)q^{(k+p)/k}}{B^{p/k}x_2^{(p+1)}}$$

ويمكن التعبير عن الدالة في المعادلة (13) على أنها تحويلة مطردة موجبة للمعادلة (07)، وأن منحنيات الناتج المتساوي سوف لا تتغير أشكالها بمثل

هذه التحويلات، ونتيجة لهذا فإن RTS للمعادلة (13) يكون معطى بالمعادلة (08) وتكون مرونة التعويض معطاة بالمعادلة (10) ويكون شرط الدرجة الأولى للحصول على الحد الأدنى من التكلفة معطى بالمعادلة (13) فإذا كانت $k<1$ فإن المعادلة (13) تكون مقعرة تماما.

5- شروط كوهن-تكر:

إن شروط كوهن-تكر تكون مفيدة ومجدية للتحليل في مواضيع عديدة في نظرية الوحدة الإنتاجية، فالشروط الركنية مثل تلك الشروط الموضحة، قد تحدث للوحدة الإنتاجية مثلما تحدث للمستهلك. ونعطي هنا مثالين لاقتراح حالات أخرى قد تغطى بشروط كوهن-تكر. ففي المثال الأول، يكون لصاحب الوحدة الإنتاجية الحق في اختيار بين إنتاج أو شراء المتغيرات اللازمة له. أما في المثال الثاني، فإنه يجب عليه أن يقرر كمية العمل الإضافي إذا كان هناك أي عمل إضافي التي لا بد من شرائها.

5-1- حرية اختيار المتغيرات: لفترض أن صاحب الوحدة الإنتاجية يمتلك دالة إنتاج ذات متغيرين، بمعنى أنها تستخدم متغيرين في عملية الإنتاج، على النحو التالي:

$$Q=f(x_{11}+x_{12}.x_2)$$

بحيث أن x_{11} تمثل كمية x_1 والتي ينتجها صاحب الوحدة الإنتاجية، وأن x_{12} تمثل الكمية التي يشتريها من السوق بسعر ثابت للوحدة يساوي r_1 من الوحدات النقدية أما x_2 فإنها تمثل المتغير الثاني والذي اشتريت كامل كميته بسعر ثابت للوحدة يساوي r_2 من الوحدات النقدية. وعلى هذا فإن دالة الإنتاج لصاحب الوحدة الإنتاجية للمتغير تكون:

$$X_{11}=g(x_3)$$

حيث أن x_1 تمثل كمية المتغير الثالث المستخدم في إنتاج x_3 ويكون سعره الثابت هو r_2 ويفترض هنا أنه إذا كان $x_{11}=0$ فإن هذا يتطلب أن تكون $x_3=0$. إن دالة لاغرانج المناسبة للحصول على الحد الأعلى من الربح هي:

$Z=pf(x_{11}+x_{12},x_2)-r_1x_{12}-r_2x_2-r_3x_3+\lambda[g(x_3)-x_{11}]$

وبافتراض أن كلا الدالتين الإنتاجيتين تكونا محدبتين، فإن شروط كوهن-تكر للحصول على الحد الأعلى من الربح تكون كالتالي:

$$\frac{\partial Z}{\partial x_{11}} = pf_1\text{-} \quad \leq 0 \qquad x_{11}\frac{\partial Z}{\partial x_{11}} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x_{12}} = pf_1\text{-}r_1 \leq 0 \qquad x_{12}\frac{\partial Z}{\partial x_{12}} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x_2} = pf_2\text{-}r_2 \leq 0 \qquad x_2\frac{\partial Z}{\partial x_2} = 0 \text{.........(14)}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x_3} = \lambda g'\text{-}r_3 \leq 0 \qquad x_3\frac{\partial Z}{\partial x_3} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = g(x_3)\text{-}x_{11} \quad 0 \qquad \lambda\frac{\partial Z}{\partial} = 0$$

ومن المتطلبات، أيضا أن تكون المتغيرات الخمسة غير سالبة. وهناك ثلاثة نتائج عامة تكون محتملة الحدوث:

- يشترى المتغير ولا ينتج؛
- ينتج المتغير ولا يشترى؛
- يشترى المتغير وينتج معا.

الحالة السائدة هنا بمقارنة تكلفة الإنتاج الحدية للمتغير x1 بقيمة إنتاجها الحدي ومن المتراجحات الأولى والرابعة من المعادلة (14) نحصل على:

$$MC_{x1} = \frac{r_3}{g'(x_3)} \geq \lambda \geq pf_1$$

وسوف ينتج المتغير مادام $MCx_1 \leq r_1$ أما إذا اشترى المتغير ولم ينتج فإن $X_{11}=0$ وكذلك $x_{12}>0$ وتعطينا علاقات التوازن في المعادلة (14) العلاقة التالية:

$Pf_1=\lambda\leq.$

أما في حالة إنتاج وعدم شراء المتغير الداخل فإن $x_{11}>0$ وكذلك $x_{12}=0$ ونحصل على $pf_1=r_1\leq\lambda$. وأخيرا إذا كان المتغير الداخل ينتج ويشترى معا فإن تكلفة الإنتاج الحدية في حالة التوازن تساوي سعر السوق لهذا الداخل.

5-2- عقد العمل غير المستمر:

لقد افترضنا وحتى هذه النقطة أن صاحب الوحدة الإنتاجية يستطيع أن يشتري أي كمية من المتغير التي يرغبها بسعر ثابت ولكن الإنسان لا يحتاج إلى النظر بعيدا لإيجاد حالات تتضارب مع هذا الافتراض. لنفترض الآن أن صاحب الوحدة الإنتاجية قد وقع عقد عمل بمقتضاه يشتري صاحب الوحدة وحدات من العمل لا تزيد عن L حسب معدل الأجر الساري w ولكن يجب عليه أن يدفع مبلغا إضافيا لناتج وقت العمل لتأمين وحدات إضافية من العمل. فإذا افترضنا بالتحديد أنه بإمكان صاحب الوحدة أن يتحصل على وحدات إضافية من العمل بمقدار 0.2L بأجر قدره- 1.5w ونسمي هذا الوقت وقت نصف عمل ويتحصل على مقدار 0.2L وحدة بأجر قدره-2w ونسمي هذا ضعف وقت عمل. فإذا افترضنا أن $L_1.L_2$ وL_3 يمكن شراؤها بأجر عادي وبأجر ونصف وبأجرين عمل، بالترتيب فإن استخدام العمالة سوف يكون عرضة للمتراجحات الآتية:

$$L\geq L_1 \quad 0.2L\geq L_2 \quad 0.2L\geq L_3..........(15)$$

ويكون رأس المال الداخل الثاني الوحيد وتتحكم دالة الإنتاج المقعرة $Q=f(L_1+L_2+L_3,k)$ في الإنتاج.

وتكون دالة لاغرانج في هذه الحالة هي:

$$V=pf(L_1+L_2+L_3,K)-wL_1-1.5wL_2-2wL_3-rk+\mu_1(L-L_1)+\mu_2(0.2L-L_2)+\mu_3(0.2L-L_3).........(16)$$

بحيث أن p وr يمثلان على التوالي ناتج ثابت وأسعار رأس المال وتكون شروط كون-تكر على النحو التالي:

$$\frac{\partial V}{\partial L_1}=pf_L\text{-}w\text{-}\mu_1\leq 0 \qquad L_1\frac{\partial V}{\partial L_1}=0$$

$$\frac{\partial V}{\partial L_2} = pf_L\text{-}1.5w\text{-}\mu_2 \le 0 \qquad\qquad L_2\frac{\partial V}{\partial L_2} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial L_3} = pf_L\text{-}2w\text{-}\mu_3 \le 0 \qquad\qquad L_3\frac{\partial V}{\partial L_3} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial K} = pf_k\text{-}r \le 0 \qquad\qquad K\frac{\partial V}{\partial K} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mu_1} = L\text{-}L_1 \ge 0 \qquad\qquad \mu_1\frac{\partial V}{\partial \mu_1} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mu_2} = 0.2L\text{-}L_2 \ge 0 \qquad\qquad \mu_2\frac{\partial V}{\partial \mu_2} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mu_3} = 0.2L\text{-}L_3 \ge 0 \qquad\qquad \mu_3\frac{\partial V}{\partial \mu_3} = 0$$

وبالطبع لابد وأن يكون كل واحد من المتغيرات السبعة غير سالب.

نعلم أن $\mu i = \partial V^* / \partial L^*$ ، بحيث أن * ترمز إلى القيم المثلى، فإن هذه المتغيرات قد تفسر على أنها أرباح بديلة لكل واحد من الحالات الثلاثة للعمل أي أن الكمية التي تفوق عندها قيمة الإنتاج الحدي للعمل على دفعة الأجر لكل واحد منهم. والحالات العامة السبعة التالية من المحتمل وقوعها معتمدة على قيم المتغيرات:

1-	$L_1=0$	$L_2=0$	$L_3=0$	$pf_L \le w$
2-	$0<L_1<L$	$L_2=0$	$L_3=0$	$pf_L=w$
3-	$L_1=L'$	$L_2=0$	$L_3=0$	$w \le pf_L \le 1.5w$
4-	$L_1=L'$	$0<L_2<0.2L'$	$L_3=0$	$pf_L=1.5w$
5-	$L_1=L'$	$L_2=0.2L'$	$L_3=0$	$1.5w \le pf_L \le 2w$
6-	$L_1=L'$	$L_2=0.2L'$	$0<L_3<0.2L'$	$pf_L=2w$
7-	$L_1=L'$	$L_2=0.2L'$	$L_3=0.2L'$	$pf_L \ge 2w$

ومنه سوف يساوي صاحب الوحدة الإنتاجية قيمة الإنتاج الحدي للعمل بمعدل الأجر المناسب بقدر ما يستطيع ففي حالة لا توجد الرغبة في الإنتاج،

وسوف يسود واحدا من المعدلات الثلاثة للأجر في الحالات 2، 4، 6 أما في الحالتين 3، 5 فإن القيمة المثلى للإنتاج الحدي MP للعمل سوف تقع بين معدلي الأجر، وفي الحالة 7 حيث أن جميع وحدات العمل المتوفرة قد استخدمت فإنه قد يفوق ضعف الأجر.

ثالثا: إشكالية دوال الإنتاج الأخرى

تعرف حركة الإنتاج الخطية بأنها العملية التي يتم من خلالها إنتاج واحدا أو أكثر من المنتجات بنسب ثابتة باستخدام واحد أو أكثر من المتغيرات بنسب ثابتة. وحيث أنها متجانسة من الدرجة الأولى فإنها تعطي حجما للغلة ثابتا، أي أنه إذا زدنا جميع المتغيرات أو خفضناها نسبيا، فإن جميع المنتجات سوف تزداد أو تنخفض بنفس النسبة. وتتكون دالة الإنتاج الخطية من مجموعة من الحركات الإنتاجية الخطية التي يمكن الاستفادة منها في آن واحد.

1- حالة الناتج الواحد:

لنعتبر الحركة الإنتاجية الخطية التي يتم خلالها إنتاج ناتج واحد فقط من استخدام m من المتغيرات. ونصف هذه الحركة تماما من خلال مجموعة من العوامل a_i $(i=1,\dots m)$ التي تعطي كميات المتغيرات الضرورية لأي مستوى معين من الإنتاج:

$X_i=a_i q \quad i=1,\dots\dots\dots,m \quad \dots\dots.(17)$

نستطيع أيضا أن نقرر الحد الأعلى من الناتج الذي يمكن تأمينه من مجموعة كميات محدودة من المتغيرات:

$q=\min_i\left(\frac{x_i}{a_i}\right) \quad a_i>0 \quad \dots\dots\dots(18)$

يستطيع كل متغير أن يصبح العامل الذي يحدد الناتج ويتبع المعادلة (17) أن الكمية xi سوف تساند كمية من الناتج قدرها x_i/a_i من الوحدات ولكن جميع المتغيرات الأخرى يجب أن تكون متوفرة بالكميات المناسبة لتحقيق هذا المستوى من الإنتاج. وعلى هذا فإن أصغر الكميات x_i/a_i سوف تقرر

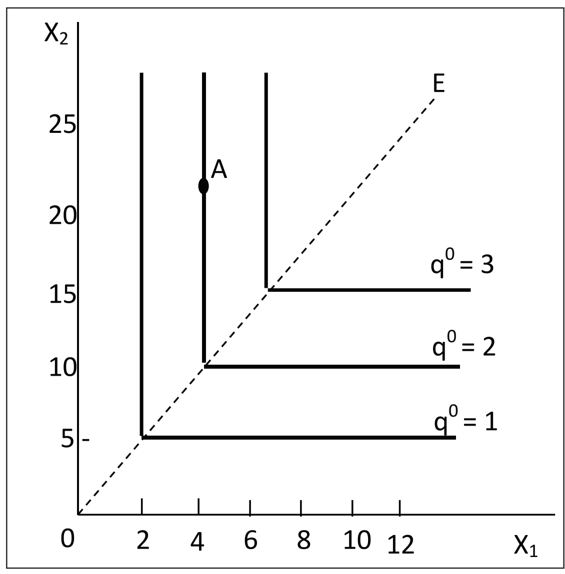
الحد الأعلى الممكن إنتاجه من المنتجات. وقد تبقى أجزاء من كميات بعض المتغيرات غير مستخدمة بسبب قلة موارد هذه المتغيرات المحددة.

مثال: لدينا عوامل الحركة المستخدم فيها متغيرين تكون: $q_1=2$ و$a_2=5$ وعليه فإن وحدة واحدة من الناتج تتطلب $x_1=2$ و$x_2=5$ وأن وحدتيتن من الناتج تتطلب $x_1=4$ و$x_2=10$ وهكذا فإذا كان صاحب هذه الوحدة الإنتاجية يمتلك 4 وحدات من المتغير الأول و20 وحدة من الثاني، فإنه يستطيع إنتاج وحدتين من الناتج.

$$q = min\left(\frac{4}{2},\frac{20}{5}\right) = 2$$

فالمتغير الأول يكون محددا ويجبر صاحب الوحدة على ترك 10 وحدات من العشرين وحدة للمتغير الثاني غير مستخدمة والشكل (01) يتضمن أشكال منحنيات الناتج المتساوي لمثل هذه الحركة الإنتاجية بحيث أن OE هو مجرى التوسع الذي عرفناه بأنه المحل الهندسي للنقط x_1 وx_2 بالنسبة 2:5 وكل منحنى يعمل زاوية قائمة على مجرى التوسع، فإذا بدأنا من نقطة ما على مجرى التوسع، فإن أي زيادة في أحد المتغيرات بدون زيادة متناسبة لآخر سوف تسمح بزيادة في الناتج وتقطع نقطة A ومحاورها $x_1=4$ و$x_2=20$، على المنحنى $q^0=2$.

الشكل رقم (01): منحنيات الناتج المتساوي لمنتج وحيد



نفترض الآن أن صاحب الوحدة الإنتاجية يمتلك n وحدة حركية إنتاجية خطية معينة بحيث أنه يستطيع الاستفادة من كل واحدة منها على حده أو كلها مجتمعة لإنتاج ما تحتاجه من المنتجات. لنفترض أن (i=1,.......,m: j=1,... n..)a_{ij} يمثل كمية المتغيرi الضروري لإنتاج وحدة واحدة من المنتج باستخدام الحركة الإنتاجية j وتكون نتائجها قابلة للجمع بحيث أن إجمالي الإنتاج هو:

$$q = \sum_{j=1}^{n} q_j$$

بحيث أن q_j هي الكمية المنتجة باستخدام الحركة الإنتاجية j وأن إجمالي الداخل المطلوب هو:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j \qquad i = 1, \ldots\ldots, m \qquad ....(19)$$

إن متطلبات المتغير المركب لكل وحدة إنتاج $\alpha_i(i=1,\ldots.,m)$ تكون معدلات ذات ثقل لعوامل الحركات الإنتاجية الفردية:

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j a_{ij} \qquad i = 1, \ldots\ldots, m \qquad ....(20)$$

بحيث أن $0 \le \lambda_j \le 1$ وأن $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$ وأن $\lambda_j = q_j/q$، تمثل النسبة من الإنتاج الإجمالي المنتج بالحركة الإنتاجية j وتسمح الحركات الإنتاجية المركبة بالتعويض بين المتغيرات التي تغير، جذريا النمط في المعادلة (18) ويكون الحد الأعلى للناتج الذي يمكن تأمينه من مجموعة محددة من كميات المتغير على النحو التالي:

$$q = \left(\frac{x_i}{\alpha_i}\right) \qquad \alpha_i > 0 \qquad ....(21)$$

وتكون النسبة الأدنى x_i/α_i محددة ولكن تم اختيار λ_j للحصول على الحد الأعلى من النسبة الأدنى x_i/α_i.

مثال: لنفترض أن صاحب وحدة إنتاجية يستطيع إنتاج منتج ما باستخدام متغيرين وثلاثة حركات إنتاجية بحيث أن:

$a_{11}=1$ $a_{12}=2$ $a_{13}=4$

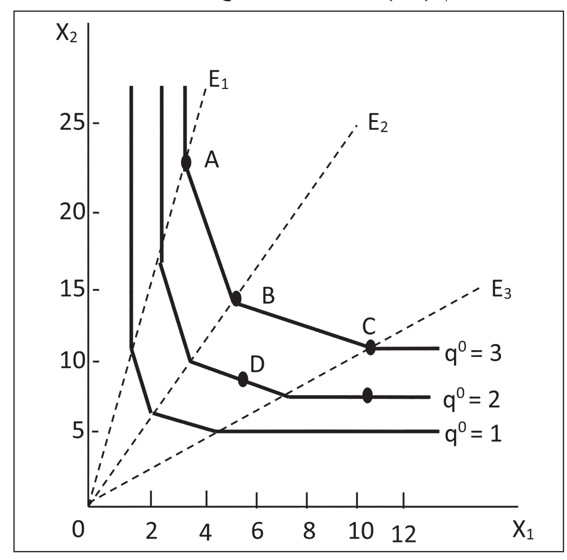
$a_{21}=8$ $a_{22}=5$ $a_{23}=3$

يمثل الشكل (02) منحنيات الناتج المتساوي لمثل هذه الدالة الإنتاجية الخطية، وتمثل OE_1, OE_2, OE_3 مجرى التوسع للحركات الإنتاجية رقم 1 2 3 على الترتيب. فإذا اعتبرنا المنحنى $q^0=3$ فإن النقط C, B, A تعطي متطلبات المتغير إذا استخدمنا إحدى الحركات الإنتاجية وتعطينا قطعة الخط AB متطلبات المتغير لجميع الحركات الإنتاجية المركبة والتي تكونت من الحركات الإنتاجية 1، 2 لإنتاج 3 وحدات وهذه تكون حالة خاصة للمعادلة (20) بحيث أن:

$X_1=3\alpha_1=3[\lambda+2(1-\lambda)]$

$X_2=3\alpha_2=3[8\lambda+5(1-\lambda)]$

الشكل رقم (02): مجرى التوسع للحركات الانتاجية



حسب تغيرات λ من صفر (نقطة B) إلى واحد (نقطة A) وبالمثل فإن قطعة الخط BC تعطي متطلبات المتغير للحركات الإنتاجية المركبة من 2، 3 والتي لا يمكن تعويض متغير مكان متغير آخر (تحت هذه الحركات) وخصوصا إلى يساره OE_1 أي للمقدار $x_2/x_1>8$ بحيث أن الحركة الإنتاجية 1 فقط هي التي سوف تستخدم، وأن بعضا من X_2 سوف يظل بدون استخدام. أما على يمين

OE_3 أي للمقدار $x_2 / x_1 <\frac{3}{4}$ فإن الحركة الإنتاجية 3 فقط هي التي سوف تستخدم وأن بعضا من x_1 سوف يبقى بدون استخدام. تعطي منحنيات تساوي الكمية التي اشتقت في الباب الرابع الكمية x_2 كدوال محدبة بانضباط بالنسبة للكمية x_1 ويكون لها RTS متصلة ومتناقصة.

المنحنيات في الشكل (02) تعطي x_2 كدوال محدبة غير تامة بالنسبة للمقدار x_1 ولها RTS غير متصلة وغير متزايدة. سوف تولد دوال الإنتاج الخطية دائما منحنيات بهذا الشكل العام المعروض في الشكل وهذه المنحنيات تمدنا بحل شكل المعادلة (21) ، أي أنها تعطي الحد الأعلى لمستويات الإنتاج التي يمكن تأمينها من كل مجموعة متغيرات. وبهذا نتخلص من أي حركة إنتاجية تكون أقل كفاءة، وتعرف أي حركة مبسطة أو حركة مركبة بأنها أقل كفاءة إذا كان هناك حركة أخرى مبسطة أو مركبة وتتطلب أكثر من أي متغير تتطلبه الحركة الأقل كفاءة ولكن أقل منها على الأقل بواحد من المتغيرات. وواضح من الشكل (02) أن مجموعة الحركتين 1، 3 تكون أقل كفاءة ونتحصل على متطلبات الداخل للمنحنى $q^0=3$ عن طريق قطعة الخط الواصلة بين A وC والتي تقع فوق قطعتي الخط AB وBC.

2 - حالات مضاعفات الإنتاج:

إنه من السهل ترجمة مفهوم دالة الإنتاج الخطية لتضم أكثر من ناتج واحد. لنفترض أن كل واحد من s من الناتج يتم إنتاجه بحركة إنتاجية خطية باستخدام m من المتغيرات مع العلم بأنه لا تزال توجد إمكانية إنتاج منتج معين بأكثر من حركة إنتاجية واحدة افترض أن a_{ij} تمثل كمية الداخل i المطلوبة لإنتاج وحدة واحدة من الناتج j فتكون متطلبات المتغير لإنتاج مجموعة معينة من المستويات لناتج ما على نفس نمط المعادلة (19):

$$x_i = \sum_{j=1}^{s} a_{ij} q_j \qquad i = 1, \dots\dots, m \qquad \dots\dots(22)$$

حيث أن qi هي الكمية المحددة للناتج j ويكون التعويض بين المنتجات والمدخلات المحتملة لمثل هذه الحالة. قد تعطي الحركات الإنتاجية الخطية

أكثر من ناتج واحد في أغلب الحالات العامة. لنفترض أن كل من n حركة خطية تعطي s من المنتجات وتستخدم m من المتغيرات، ونفترض أيضا أن z_j (j=1,……,n) ترمز إلى مستوى الحركة الإنتاجية j وسوف يكون اختباره وحدة مستوى للحركة اعتباطا ما دام المتغيرات والمنتجات مخصصة. فإذا وضعنا a_{ij} لتمثل كمية الناتج j وb_{ij} لتمثل كمية المتغير i المطلوب لوحدة المستوى للحركة j وبهذا تكون المنتجات والمتغيرات التي تولدت عن طريق المجموعة المعينة من الحركات الإنتاجية هي:

$$q_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} z_j \qquad i = 1, \dots \dots, s$$

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} z_j \qquad i = 1, \dots \dots, m \text{.............(23)}$$

تعرف هنا أيضا الحركات الإنتاجية المركبة بأنها المعدلات ذات الثقل للحركات الإنتاجية المبسطة.

3 - البرمجة الخطية:

تعطي البرمجة الخطية للمسائل المحتوية على عملية الحصول على الحد الأعلى لدالة خطية أو محتوية على عملية الحصول على الحد الأدنى تحت شرط مجموعة من المتراجحات الخطية والمشتملة على المتطلب الذي ينص على أن تكون جميع قيم المتغيرات غير سالبة. وبما أن الدوال الخطية تكون محدبة، فإن البرمجة الخطية سوف تمدنا بحالة خاصة قد تستخدم فيها تحليل كوهن-تكر، على كل حال فإن المميزات الخاصة بالمجموعات الخطية تسمح باستخدام طرق مختلفة ولكنها متكافئة لمعالجة مثل هذه المجموعات. إن الشكل العام للبرمجة الخطية هو إيجاد قيم للمتغيرات q_j(j=1……,n) والتي تعطي الحد الأعلى للمعادلة الآتية:

$$y=p_1q_1+p_2q_2+\dots+p_nq_n \text{ ....(24)}$$

تحت القيود:

$$a_{i1}q_1+ a_{i2}q_2+\dots+ a_{in}q_n \quad i=1,\dots,n \quad \text{...............(25)}$$

$$q_j \geq 0 \quad j=1,\dots,n \quad \text{...............(26)}$$

إن الرموز المألوفة p, q, x تكون مفيدة لمناقشة البرامج المكونة من حركات الإنتاج الخطية. ولكن الإطار العام للبرمجة يغطي مدى أوسع من المسائل وعلى العموم، فإن المتغيرات p_i, a_{im}, x_i, قد تكون موجبة سالبة أو معدومة بترجمة معتمدة على المسألة تحت الفحص والمناقشة.

فالإطار الموضح في المعادلتين (24) و(26) يكون عاما بعض الشيء لتلك العملية هي للحصول على الحد الأدنى لدالة خطية، فإن المسألة قد تكتب على النمط العام المتفق عليه للحصول على الحد الأعلى لسالب المسألة. أما إذا كان الشرط على النمط ≤ فإن هذه المتراجحة تتغير إلى النمط المعطى بالمعادلة (25) بضرب طرفيها في(1-)، أما إذا كان الشرط متساويا، فيمكن تمثيله بالمتراجحتين ضعيفتين ≤ أو ≥ ويمكن قلب المتراجحة الثانية بضربها بالكمية (1-).

إن نظام البرمجة الخطية المعتبر هنا هو النظام الذي يختار من خلاله صاحب الوحدة الإنتاجية عدد n من مستويات الناتج (وهي الـ q's) ليحصل من خلالها الـ p's) ويمتلك صاحب الوحدة كميات ثابتة (وهي الـ x_i^{0}'s) للمتغيرات m. وسوف توصف تقنية الإنتاج بعوامل المتغيرات والمنتجات (وهي من الناتج j) وتنص (25) على أن صاحب الوحدة الإنتاجية محدود بما لديه من متغيرات حيث أنه يمكن أن يستخدم كميات أقل مما لديه من المتغيرات ولكنه لا يستطيع أن يستخدم كميات أكثر مما عنده بالطبع. وأخيرا تنص (26) على أن مستويات الناتج لا يمكن أن تكون سالبة.

1-3- مجموعة نقط التحقق: إن أي مجموعة أعداد حقيقية تحقق القيدين (25) و(26) تكون حلا يمكن تحقيقه لنظام البرمجة الخطية. وتكون مجموعة نقاط إمكانية التحقق في الفراغ المكون من n (R^n) ما يسمى بمجموعة نقط التحقق لهذا النظام.

إنه من المفيد مراجعة بعض الخواص العامة لمجموعات النقط في الفراغ R^n قبل الشروع في اشتقاق الخواص الخاصة لمجموعات نقط التحقق. وتعرف

هنا المجموعة المحدبة بأنه لها خاصية أن كل نقطة على قطعة الخط المستقيم الواصل بين نقطتين في المجموعة تكون أيضا ضمن المجموعة. وتعرف «نقطة الحدود بأن لها نقاط ملاصقة داخلة ضمن المجموعة وأن لها نقاط أخرى ملاصقة ليست داخلة ضمن المجموعة. وأن جميع النقاط الملاصقة لنقطة داخلية تكون ضمن المجموعة. ويقال عن المجموعة بأنها «مغلقة» إذا كانت تحتوي جميع نقط الحدود، ويقال أن المجموعة «مفتوحة» إذا كانت لا تحتوي على أي نقط أي أن المجموعة الخالية بدون نقاط والمجموعة بنقطة واحدة يكونا معا، معرفين أنهما محدبين ومغلقين.

تكون مجموعة جميع النقط في الفراغ Rn مغلقة، وأنه ليس لها نقاط حدود وأنها تحتويهم جميعا، وتعرف المعادلة الخطية مثل المتساوية للشرط i في المعادلة (25)، المسطح المفرط في R^n ويمثل هذا المسطح المفرط خطا في R^2 وسطحا مستويا في R^3 وسطحا بأبعاد (n-1) في R^n إذا كانت $a_{ij}=0$، فإن نقطة أصل Rn وسوف يفصل السطح المفرط والمعرف بالشرط R^n.i إلى فضاءات نصفية مغلقة:

$$a_{i1}q_1+a_{i2}q_2+\ldots..+a_{in}q_n\leq x_i^0$$

نقط هذه الفضاءات تحقق الشرط i ويفصل، أيضا (R^n) إلى فضاءات تصفية مفتوحة:

$$a_{i1}q_1+a_{i2}q_2+\ldots..+a_{in}q_n>x_i^0$$

ونقط هذه الفضاءات تنقض الشرط i وتكون هذه الفضاءات النصفية مجموعات محدبة وتكون الفضاءات النصفية المغلقة مجموعات محدبة مغلقة. إن أي مجموعة نقط تحقق الشرط غير السالبj في (26) تكون فضاء نصفيا مغلقا وعليه فإنها تكون مغلقة ومحدبة.

تكون النقاط التي تحقق جميع الشروط المنصوص عليها في (25)، (26) بطريقة فردية، مجموعة محدبة مغلقة. ولابد من أي حل محقق لنظام البرمجة أن يحقق جميع الـ(m+n) من الشروط وتحتوي مجموعة نقاط التحقق على

نقاط محتوية في مجموعة. وتنص أحد نظريات مجموعة النقط على أن التقاطع لأي عدد معين للمجموعات المحدبة المغلقة يكون هو نفسه مجموعة محدبة مغلقة. وتضع الشروط غير السالبة في (26) حد أدنى لقيم المتغيرات ويتبع من هذا أن مجموعة نقط التحقق لنظام البرمجة الخطية تكون، دائما مغلقة ومحدبة ومحدده من الأسفل وهذه النقطة مهمة جدا لأن خواص مثل هذه المجموعات تكون معروفة جدا.

مثال: لنفرض أن صاحب وحدة إنتاجية يمكنه إنتاج منتجين مستخدما ثلاثة متغيرات كمياتها كالتالي: $x_3^0=14, x_2^0=8, x_1^0=18$ وتصف الشروط التالية فرص الإنتاج المتاحة لصاحب الوحدة الإنتاجية:

$q_1+3q_2\leq18$

$q_1+q_2\leq8$ ....(27)

$2q_1+q_2\leq14$

$q_1.q_2\geq0$

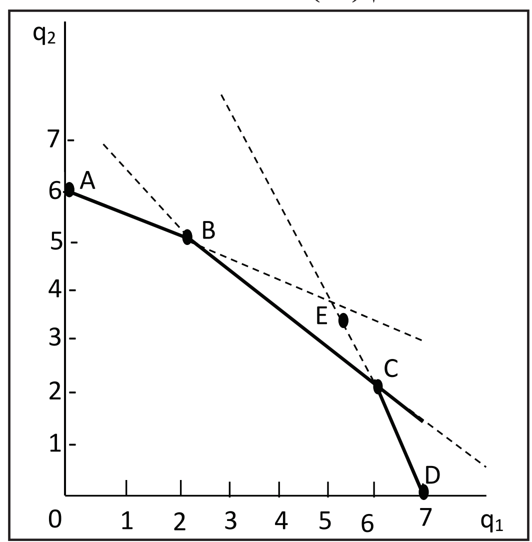
تحدد كل واحدة من هذه الشروط حلول المسألة ضمن فضاءات تصفية مغلقة. وتحدد الشروط $q_i,q_2\geq0$ حلول المسألة في الربع التغير السالب من الفضاء وسوف يكون من السهل حصر بقية الشروط في هذا الربع غير سالب. ويمثل الشكل (03) بعض السطوح المفرطة وهي خطوط في R^2 ويحدد الشرط الأول من مجموعات المعادلات (27) الحلول في نقط تقع أعلى أو أسفل الخط الذي يضم نقطتي A وB أما الشرط الثاني، فيحدد الحلول في نقط تقع على أو أسفل من الخط الذي يضم نقطتي B وC أما الشرط الثالث فيحدد الحلول في النقاط التي تقع على أو أسفل من الخط الذي يضم نقطة D C.

تعرف مجموعة نقط التحقق بحدود الخطوط غير المقطعة OABCD وهي مغلقة ومحدبة، ومحددة من أعلى ومحددة من أسفل. وتحقق كل نقطة في المجموعة جميع الشروط المعطاة بالمعادلات (27) وأن كل نقطة ليست ضمن المجموعة تخالف واحد أو أكثر من الشروط السابقة. فمثلا نقطة

$E\ (q_1=5, q_2=4)$ تحقق الشرط الأول، والثاني وشرط $q1, q2\geq 0$، ولكنها لا تدخل ضمن مجموعة نقط التحقق لأنها تخالف الشرط الثاني من (27).



الشكل رقم (03): الحلول العملية الممكنة



2-3- الحلول المثلى: إذا ما عرفنا مجموعة نقط التحقق، فإن العمل التالي هو إيجاد نقطة من نقط المجموعة بحيث أنها تمكننا من الحصول على القيمة العظمة للدالة المطلوبة (24). وسوف نعرف مفهومين إضافيين في نظرية مجموعة النقط لأنهما سوف يكونا مفيدين لهذا الغرض. فتعرف نقطة الطرف لمجموعة محدبة مغلقة على أنها نقطة الحدود التي تقع على أي خط يوصل بين أي زوج من النقاط في المجموعة. فمثلا النقط O, A, B, C, D في الشكل (03) تكون نقط أطراف ... وتعرف أيضا السطح المفرط الذي يحتوي على نقطة حدود تابعة لمجموعة محدبة مغلقة بأنه سطح مفرط مساعد للمجموعة إذا كانت كل مجموعة موجودة داخل ضمن واحدة من الفضاءات النصفية المغلقة المعرفة به.

لنفرض الآن، أنه يوجد حل أمثل نظام البرمجة المعطى بالمعادلتين (24) و(26) ولنفترض أن $(q_1^0, q_2^0, \ldots\ldots, q_n^0)$ تمثل أي نقطة في مجموعة نقط

التحقق ضع هذه القيم في المعادلة (24) للحصول على القيمة المقابلة للدالة المطلوبة y^0:

$$Y^0=p_1q_1^0+p_2q_2^0+\ldots\ldots p_nq_n^0$$

نعرف فضاء نصفي يحتوي على جميع النقاط بقيم الدالة المطلوبة بحيث أنها لا تزيد عن y^0:

$$p_1q_1+p_2q_2+\ldots\ldots+p_nq_n\leq y^0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(28)$$

ونعرف أيضا فضاء نصفي مفتوح يحتوي على جميع النقاط بقيم أكبر من y^0:

$$p_1q_1+p_2q_2+\ldots\ldots+p_nq_n>y^0 \qquad \ldots\ldots\ldots(29)$$

بذلك تكون النقطة المختارة هي النقطة المثلى إذا كانت (28) تمثل سطح مفرط مساعد لمجموعة نقط التحقق، وأن المجموعة المعرفة بالمعادلة (29) تكون مجموعة خالية. فإذا كانت (28) ليست سطح مفرط مساعد. فإن النقطة المختارة لا تكون نقطة مثلى، ففي هذه الحالة تكون المجموعة المعرفة بالمعادلة (29) محتوية على الأقل على نقطة تحقق واحدة بقيمة لـ y أكبر من y^0 وبما أن السطح المفرط المساعد لا يحتوي على نقط داخلية لمجموعة نقط التحقق، فإنه ينبع من ذلك أن النقط المثلى تكون دائما على الحدود مجموعة نقط التحقق. وسوف تذكر هنا نظرية ذات أهمية كبرى بالنسبة للبرمجة الخطية وتنص هذه النظرية على أن أي مجموعة محدبة مغلقة تكون محددة من الأسفل (أي لها حد أدنى) تمتلك نقطة واحدة أو أكثر من نقاط الأطراف في كل سطح مفرط مساعد وهذه النظرية تعني أنه إذا كان لنظام البرمجة حل أمثل، فإنه سوف يوجد، على الأقل، نقطة طرف واحدة مثلى. وسوف يكون البحث عن الحل الأمثل محدودا على عدد معين من النقاط حيث أن عدد نقاط الأطراف يكون محدودا. وهذا يعني أنه على الغالب يوجد m من عدد n من q's التي تحتاج أن يكون لها قيم موجبة في حل أمثل.

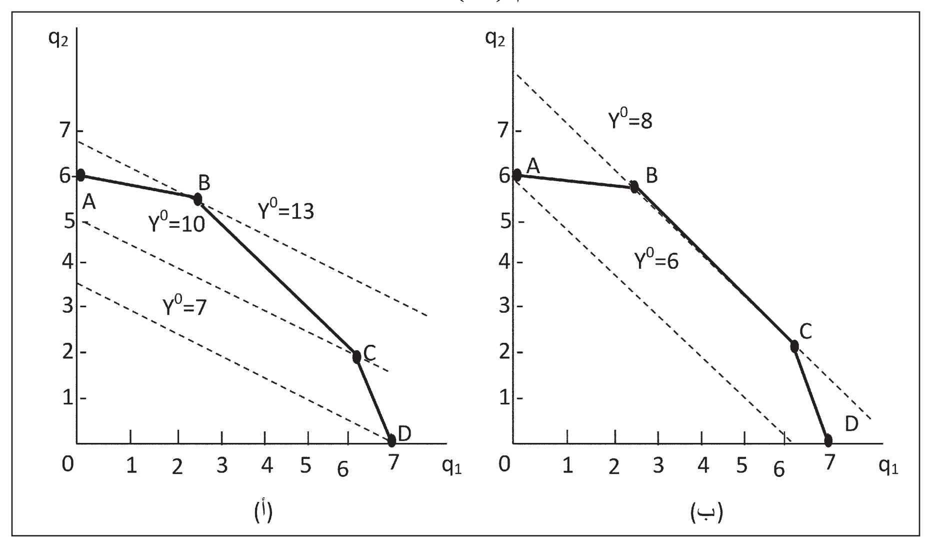
مثال: **لن**فترض أن صاحب الوحدة الإنتاجية والذي يمتلك فرصة إنتاجية موضحة بالمعادلة (27) ومرسومة على الشكل (03) يرغب في بيع ما ينتجه بالسعرين الثابتين p_1 وp_2 وأنه يرغب في الحصول على الحد الأعلى من إيراداته

ففي الحالة التي تكون فيها السعر بين $p_1=1$ و$p_2=2$ وأن:

$y=q_1+2q_2$

مرسومة على الشكل (04) ويكون السطح المفرط والمعرف بـ $y^0=7$ أوطى الخطوط المقطعة، ويحتوي على نقطة الطرف $D(q_1=7, q_2=0)$ ويحتوي الفضاء النصفي المفتوح والمقابل لهذه النقطة (وهو المعرف بالمعادلة (29). على نقط التحقيق B, A و C على سبيل المثال. وعليه فإن النقطة D ليست نقطة مثلى. وتقع النقطة الطرفية $C(q_1=6, q_2=2)$ في السطح المفرط المعرف بالمعادلة $y^0=10$ ويحتوي الفضاء النصفي المفتوح المقابل لهذه النقطة على نقطة التحقق، وعليه فإن النقطة C ليست نقطة مثلى وتكون النقطة $B(q_1=3, q_2=5)$ نقطة مثلى لأنها داخلة ضمن محتويات السطح المفرط المساعد المعرف بالمعادلة: $y^0=13$، ولا يحتوي الفضاء النصفي المفتوح المقابل لهذه النقطة على أي نقطة من نقاط التحقق ويقع الحل الأمثل عند نقطة طرف ويكون حلا فريدا.

الشكل رقم (04): نقاط التحقق



ويوضح الشكل (04ب) عن طريق الرسم، مجموعة نقط التحقق نفسها بأسعار مختلفة للمنتجات وبدالة مطلوبة مختلفة وهما: $p_1=p_2=1$ وكذلك $y=q_1+q_2$ وتقع نقطة الطرف $A(q_1=0, q_2=6)$ على السطح المفرط والمعرف بالمعادلة $y^0=6$

ولكنها ليست نقطة مثلى. وتقع نقطتي الطرف B وC وجميع النقط التي تقع على الأطراف المتداخلة لمجموعة التحقق على السطح المفرط المساعد الأمثل المعروف بالمعادلة $y^0=8$ ولا يوجد حل أمثل فريد في هذه الحالة، ولكنه يوجد نقاط حدود مثلى ولكنها ليست نقاط أطراف. وبالرغم من هذا، فإنه توجد نقاط أطراف مثلى.

تمثل حدود مجموعة نقاط التحقق الموضحة في الشكل (04) والخاصة بالبرمجة الخطية، النظير لمنحنى تحويل الإنتاج والمعرف للحالة المتصلة والمشروحة في الجزء (04ب) ففي مثل هذه الحالة (الحالة المتصلة) يعطى منحنى تحويل الإنتاج x_2 بدلالة x_1 (حيث أن الدالة تكون مقعرة تماما) بمعدل تحويل إنتاج (RPT) متصل ومتزايد. أما في حالة النظير للبرمجة الخطية، فإن x_2 تكون بدلالة x_1 (بحيث أن الدالة تكون مقعرة وليست تماما) بمعدل تحويل إنتاج غير متصل وغير متزايد وتعتمد النقطة المثلى للحد الأعلى من الإيرادات على نسبة أسعار المنتجات في كلا الحالتين.

3-3- الازدواجيــة: لنفرض نظام البرمجة الخطي التـالي، ثم أوجد قيم $r_i(i=1,\ldots\ldots,m)$ والتي تمكننا من الحصول على الحد الأعلى للنظام التالي:

$$C= r_1x_1+r_2x_2+\ldots\ldots+r_mx_m \qquad ....(30)$$

تحت الشروط التالية:

$$a_{11}r_1+a_{21}r_2+\ldots..+a_{m1}r_m\geq p_1$$
$$a_{12}r_1+a_{22}r_2+\ldots..+a_{m2}r_m\geq p_2 \qquad ....(31)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{1m}r_1+a_{2m}r_2+\ldots..+a_{mn}r_m\geq p_n$$
$$r_i\geq 0 \qquad i=1,\ldots\ldots..m \qquad ....(32)$$

يظهر لنا مما سبق، أن أنظمة البرمجة الخطية تكون دائما مزدوجة، فالنظام في المعادلات من (30) إلى (32) تكون لثنائي للنظام في المعادلات من (24) إلى (26). فالنظام الأولي يحتوي على m من الشروط وn من المتغيرات، بينما النظام الثنائي له يتكون من n من الشروط وm من المتغيرات، ويكون

الغرض من الدالة الأولى هو الحصول على الحد الأعلى بينما الغرض من الدالة الثانية هو الحصول على الحد الأدنى ويمكن تبادل عوامل الدالة وكذلك ثوابت الشروط في كلا النظامين وتكون المتراجحات معكوسة ومثال ذلك أن العامل aij يكون في الصف i والعمود j في المعادلات (25) بينما هو في المعادلات (31) يكون في الصف j والعمود i وبهذا تكون الازدواجية عملية تماثلية.

قد نرغب في التحقق من أن النظام الأولي يكون الثنائي لثنائية هو نفسه، بضرب (30) و(32) في (-1) لنضع هذا النظام في النمط التقليدي ثم نطبق القواعد المعطاة سابقا لإيجاد ثنائي هذا النظام، ومن ثم نضرب ثنائية (دالة وشروط) بالعدد (-1) وتكون النتيجة هي نفس النظام المعطى بالمعادلتين (24) و(25). ويرتبط أي نظام بثنائية من عدة جهات وسوف نذكر هنا بعض نظريات الازدواجية الهامة فمثلا: إذا وجد حل أمثل محدود لأي واحد حلول محققة لكلا النظامين (النظام الأول وثنائية) فإنه بالتالي توجد حلول مثلى محددة لكليهما.

لنفترض أنه توجد حلول مثلى (وقد تم الحصول عليها بالفعل) لكلا النظامين ونفترض كذلك أن هذه الحلول المثلى يمثلها الكميات التالية $q_1^*,\ldots\ldots,q_m^*$ و $r_1^*,\ldots\ldots,r_m^*$ ففي هذه الحالة نجد أن نظريات الازدواجية تنص على أن القيمة المثلى لمتغير ما في أحد الأنظمة يساوي صفرا إذا كان الشرط المقابل في النظام الآخر تحقق على أساس أنه متراجحة بحتة. (أي أو بدون علامة التساوي) وتكون غير سالبة إذا كان الشرط المقابل تحقق على أساس أنه متراجحة:

$a_{i1}q_1^* + \ldots + a_{in}q_n^* < x_i^0$ implies $r_i^* = 0$

$a_{i1}q_1^* + \ldots + a_{in}q_n^* = x_i^0$ implies $r_i^* \geq 0$ ....(33)

$i = 1, \ldots, m$

وأنه كذلك:

$a_{ij}r_1^* + \ldots + a_{mj}r_m^* < p_i$ implies $q_j^* = 0$

$a_{ij}w_1^* + \ldots + a_{mj}r_m^* = p_i$ implies $q_j^* \geq 0$ ....(34)

$j = 1, \ldots, n$

تنص نظرية أخرى مقاربة للنظرية السابقة على أنه إذا كانت القيمة المثلى لمتغير ما في أحد الأنظمة موجبة، فإن القيم المثلى للمتغيرات في النظام الآخر سوف تحقق الشرط المقابل كمعادلة وليس كمتراجحة:

$r_i^* > 0$ implies $a_{i1}q_1^* + \ldots.. + a_{in}q_n^* = x_i^0$ ....(35)

$i = 1, \ldots, m$

$q_i^* > 0$ implies $a_{1j}r_1^* + \ldots.. + a_{mj}r_1^* = p_i$ ....(36)

$j = 1, \ldots, m$

فإذا وضعنا القيمة المثلى لـ q_j^* في المعادلتين (24) و(25) ثم ضربنا الشرط i بالكمية $r_i^*(i=1,\ldots..,m)$ ثم جمعنا الشروط الناتجة نحصل على:

$\sum_{i=1}^{m} r_i^* \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j^* = \sum_{i=1}^{m} r_i^* x_i^n$ ....(37)

هذه المعادلة ناتجة من المعادلة (35)، إذا كانت $r_i^*>0$ فإن الشرط المقابل سوف يكون معادلة ويظل كذلك حتى بعد عملية الضرب. ولكن إذا كانت $r_i^*=0$ فإن الشرط المقابل سوف يتحول إلى المعادلة البديهية (0=0) بعد عملية الضرب. وعلى هذا فإن المعادلة (29) تكون عبارة عن مجموع متساويات. فإذا وضعنا قيمة r_i^* المثلى في المعادلة (30) والمعادلة (31) ثم ضربنا الشرط j بالكمية q_j^* $(j=1,\ldots..,n)$ ثم جمعنا n الشروط الناتجة، نحصل على:

$\sum_{j=1}^{n} q_j^* \sum_{i=1}^{m} a_{ij} r_i^* = \sum_{j=1}^{n} q_j^* p_j$ ....(38)

هذه المعادلة تتبع من المعادلة (35) ونلاحظ أن الطرف الأيسر من المعادلة (36) هو نفسه الطرف الأيسر للمعادلة (37) وبالتعويض في المعادلة (30) في المعادلة (36) وبالتعويض أيضا في المعادلة (24) في المعادلة (37) نحصل على:

$R = \sum_{j=1}^{n} p_j q_i^* = \sum_{i=1}^{m} x_i^* r_i^*$ ....(39)

من هذا نجد أن: القيم المثلى للدوال المطلوبة لنظامي البرمجة يكونا متساويين وتعطى القيمة المثلى للمتغير الثنائي r_i^* المعدل الذي سوف يجعل القيمة المثلى للمعادلة (24) تتزايد مع كل وحدة زيادة في x_i^0 مع المحافظة على المعطيات

من المتغيرات ثابتة غير متغيرة. وتفسيرها هو نفس تفسير المضاعف في تحليل كوهن-تكر، وتفسير المتغيرات الثنائية على أنها أسعار متغيرات منسوبة للنظام المناقش هنا، وقد تفسر هذه الأسعار في نظم أخرى على أنها أسعار السوق التنافسية ويعطي الجانب الأيسر من الشرط في المعادلة (31) تكلفة الإنتاج للوحدة الواحدة من المنتج j بدلالة الأسعار المنسوبة وتنص الشروط الثنائية على أن تكلفة الوحدة تساوي أو تفوق السعر (وحدة الإيرادات) لكل ناتج. ويتبع من المعادلة (36) أن تكلفة الوحدة تساوي سعر الناتج الذي تم إنتاجه وسوف تؤدي أسعار المتغيرات المنسوبة إلى الكفاءة بحيث أنه لا يمكن لصاحب الوحدة الإنتاجية من زيادة ربحه بتغييره لمستويات الإنتاج.

تعطي الدالة المطلوبة الثنائية مخزون صاحب الوحدة من المتغيرات بسعر المتغير المنسوب. ونجد من المعادلة (33) أن القيمة المثلى لمخزون صاحب الوحدة من المتغيرات يساوي إيراداته المثلى. فإذا دفع لأصحاب المتغيرات المخزونة الأسعار المنسوبة، فإن إجمالي التكلفة سوف ينفذ وسوف يصبح إجمالي الربح صفرا. أما إذا حقق الناتج الأمثل شرط الداخل i على أساس أنه متراجحة فقط، فإن صاحب الوحدة الإنتاجية سوف يتبقى لديه كمية من المتغيرات i غير مستخدمة وسوف تنص المعادلة (39) على أن السعر المنسوب سوف يكون صفرا. وسوف يكون فقط المتغير النادر (بمعنى المتغير المستفاد منه تماما) أسعار موجبة.

مثال: ثنائي النظام لحالة معطاة في الشكل (04أ) هو كالتالي: للحصول على الحد الأدنى من:

$$C = 18r_1 + 8r_2 + 14r_3$$

تحت الشروط:

$$r_1 + r_2 + 2r_3 \geq 1$$
$$r_1 + r_2 + r_3 \geq 23$$
$$r_1, r_2, 2r_3 \geq 0$$

فيكون الحل الأمثل للنظام الإبتدائي هو: $y^* = 13, q_2^* = 5, q_1^* = 3$ وسوف تتحقق المساواة للشرطين الأول والثاني من شروط المتغيرات في النظام الإبتدائي، وسوف تتحقق المتراجحة فقط <أو> بدل للشرط الثالث وسوف يتبع الحل الأمثل للنظام الثنائي من المعادلتين (33) و(34) فمن المعادلة (33) نجد أن $r_3^*=0$ ومن المعادلة (34) نجد أن:

$$R_1^* + r_2^* = 1$$

$$3r_1^* + r_2^* = 2$$

من هاتين المعادلتين نجد أن $r_1^*=0.5$ وأن $r_2^* = 0.5$ وبتقييم الدالة الثنائية المطلوبة يتحقق لنا أن $C^* = 13$ كما نصت المعادلة (39).

4 - دالة الإنتاج بمؤسسة متعددة الإنتاج.

يتم التطرق إلى دوال إنتاج متعددة المنتجات من خلال أهم الخطوات للوصول إلى حالة التوازن في المؤسسة والأدوات المساعدة هي: منحنى إمكانية الإنتاج خط الإيراد المتساوي.

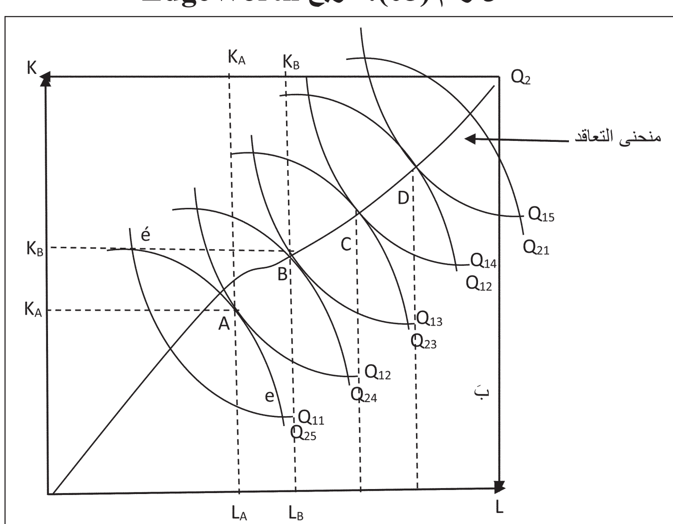
4-1- منحنى إمكانية الإنتاج: إشتقاق منحنى إمكانية الإنتاج يرتكز على منحنيات الإنتاج والتي تظهر العوامل المؤثرة في مستويات الإنتاج. ولتبسيط التحليل نفترض أن المؤسسة تنتج منتوجين Q_2,Q_1 حيث دالتا الإنتاج كالتالي:

$$Q_1=f_1(L.K)$$

$$Q_2=f_2(L.K)$$

إنتاج المنتوجين Q_2,Q_1 يعتمد كليا على العمل L ورأس المال K كل دالة يمكن تمثيلها بيانيا. بحيث كل دالة تعتبر عن مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي في الفضاء الإنتاجي للمؤسسة ولاشتقاق منحنى إمكانيات الإنتاج نستعين بما يسمى بـ مربع EdgeWorth.

الشكل رقم (05): مربع EdgeWorth



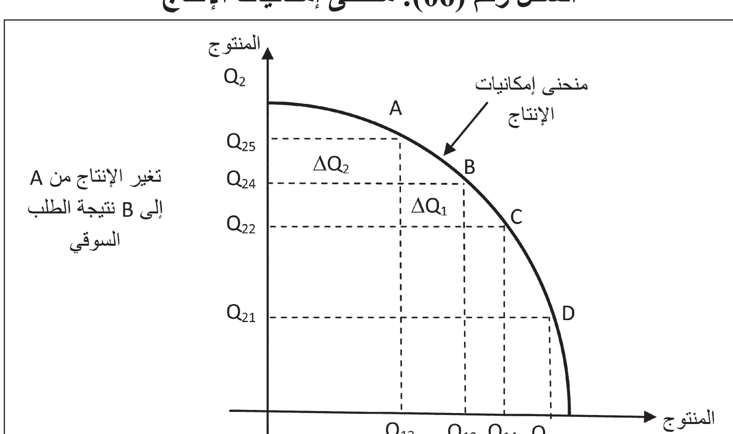
نلاحظ أن الانتقال من A إلى B أننا قلصنا في K, L من جهة Q_2 وعوضناها في جهة Q_1 أي أن:

$$e\binom{Q11}{Q25}$$

$$A\binom{Q12}{Q25}$$

في A تنتج المستوى الثاني من المنتوج الأول والمستوى الخامس في المنتوج الثاني. ويظهر مربع EdgeWorth مختلف التوافيق من K,L لإنتاج Q_2, Q_1 نقاط المماس بين منحنيات الناتج المتساوي لـ Q_1، ومنحنيات الناتج المتساوي لـ Q_2 تمثل أفضل الاستخدامات من K,L لإنتاج المنتوجين. لنأخذ على سبيل المثال النقطة A فهي أفضل من النقطة E من حيث الإنتاج حيث عند A تتحقق المستويين Q_{25},Q_{12} أما عند e فيتحقق المستويين Q_{25},Q_{11} وهكذا بالنسبة لبقية النقاط الأخرى (B,C,D) عند الربط بين نقاط المماس يتم الحصول على ما يسمى بمنحنى التعاقد وهو يمثل مختلف الاستخدامات من K,L التي ينتج عنها قرار أمثل للإنتاج من خلال التحليل السابق يمكن اشتقاق منحنى إمكانيات الإنتاج كالتالي:

الشكل رقم (06): منحنى إمكانيات الإنتاج



يشكل منحنى إمكانيات الإنتاج من مختلف التشكيلات الإنتاجية من Q_2, Q_1 والمتساوية من حيث استخدامات K,L وهو يعكس قرارات إنتاجية مثلى في ظل طاقات إنتاجية حالية.

-ميل منحنى إمكانيات الإنتاج يسمى بـ: **المعدل الحدي للإنتاج المحول TMPT.**

$$TMPT = \frac{-\Delta Q_2}{\Delta Q_1}$$

للبرهنة على حدية TMPT نعتبر دالتي الإنتاج Q_2,Q_1 حيث:

$Q_1=f_1(L,K)$

$Q_2=f_2(L.K)$

وحيث أن:

$$TMST = \frac{dk}{dL} = \frac{PML\ \ Q_1}{PMK\ Q_1} = \frac{PML\ Q_2}{PMK\ Q_2} \ldots \ldots .(40)$$

ونعلم أن:

$-dL\ Q_1=dL\ Q_2$

$-dK\ Q_1= dKQ_2$

أيضا:

$$DQ_1 = \frac{DQ_1}{dL}\ dK + \frac{dQ_1}{dK}\ dK$$

$$dQ_1 = PML_{Q1}dL + PMK_{Q2}\ dK$$

$$DQ_1 = PML_{Q2}dL + PMK_{Q2}$$

وبالمثل:

$$TMPT = \frac{\Delta Q_2}{\Delta Q_1} = -\left(\frac{PML\ Q_2dL + PMK\ Q_2\ dK}{PML\ Q_1\ dL + PMK\ Q_1dK}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots(41)$$

من (40) نجد أن:

$$PML\ Q_2 = PMK\ Q_2.\left(\frac{PML\ Q_1}{PMK\ Q_1}\right)$$

$$PML\ Q_1 = PMK\ Q_1.\left(\frac{PML\ Q_2}{PMK\ Q_2}\right)$$

نعوض في (41):

$$TMPT = -\left(\frac{\left(\frac{PML\ Q_1}{PMK\ Q_1}\right) PMK\ Q_2dL + PMK\ Q_2\ dK}{\left(\frac{PML\ Q_2}{PMK\ Q_2}\right) PMK\ Q_1\ dL + PMK\ Q_1dK}\right)$$

$$TMPT = -\frac{PMK\ Q_2(dL + dk)TMST}{PMK\ Q_1(dL + dk)TMST}$$

$$TMPT = -\frac{PMK\ Q_2}{PMK\ Q_1} = \left(\frac{\left(\frac{PML\ Q_1}{PMK\ Q_1}\right)_2\ (dL) +\ dK}{\left(\frac{PML\ Q_2}{PMK\ Q_2}\right)\ dL + dK}\right) = 1$$

$$TMPT = \frac{PMK\ Q_2}{PMK\ Q_1} = \frac{PML\ Q_2}{PML\ Q_1}$$

4-2- منحنى تحويل الإنتاج: يقصد بمنحنى تحويل الإنتاج المنحنى الذي يمثل إمكانية إنتاج أكبر كمية من سلعتين مستقلتين بأسلوب توفيقي بينهما

باستخدام كمية محددة من مستلزمات الإنتاج. وعادة ما يأخذ هذا المنحنى صورة مجموعة منحنيات كل واحدة منها يمثل مستوى معين من مستلزمات الإنتاج.

ولتوضيح عمل هذا المنحنى نأخذ الشكل رقم (07) والذي يبين بأن هناك مصنعا ينتج سلعتين هما (x,y) ويستخدم كمية معينة (محددة) من مستلزمات الإنتاج ويستطيع أن يوجه أية نسبة منها نحو إنتاج هاتين السلعتين معا ولكن بنسب متفاوتة أو يوجه كامل المستلزمات نحو إنتاج السلعة y أو السلعة x، فإذا وجه كامل المستلزمات لإنتاج السلعة x فإن إنتاج y يتوقف. وإذا وجه كامل المستلزمات لإنتاج السلعة y فإن إنتاج x يتوقف. أو يستطيع التوفيق في توزيع المستلزمات بين السلعتين بتخصيص نسبة معينة من المستلزمات لكل منهما بحيث يحقق المصنع الإنتاج الأفضل حسب أهمية كل سلعة.

مثال: المعادلة الآتية تمثل منحنى إنتاج توفيقي من السلعة x، والسلعة y، جد أكبر إنتاج من x,y يمكن إنتاجه وارسم المنحنى المذكور.

$3x=32-2y^2$

الحل:

إذا جعلنا قيمة y=0

$3x=32-(0)=32$

$$x=\frac{32}{3}=10.66$$

وهذا يعني أن أكبر كمية يمكن إنتاجها من x هي 10.66 وحدات إذا سخرنا كامل المستلزمات لذلك وبالعكس إذا كانت x=0 فإن:

$2y^2=32$

$$y=\sqrt{16}=4$$

وهذا يعني أن أكبر كمية يمكن إنتاجها من y هي (4) وحدات إذا سخرنا كامل المستلزمات لذلك وعند إكمال رسم المعادلة تظهر كما في الشكل (2-10) أدناه ومن الطبيعي أن نهمل أجزاء المنحنى المنقطة لكونها خارج الربع الأول الذي تقع فيه التحليلات الاقتصادية.

الشكل رقم (07): منحنى تحويل الانتاج

فإذا أنتج المصنع 5 وحدات من (x) على سبيل المثال فهذا يعني استخدام مستلزمات إنتاج تكفي لإنتاج هذه الكمية أما المتبقي من المستلزمات فيخصص لإنتاج كميات معينة من (y) والتي تساوي (9-2) وذلك من خلال العودة إلى معادلة الإنتاج أعلاه واستخراج قيمة y بعد التعويض بقيمة x=5 فيها.

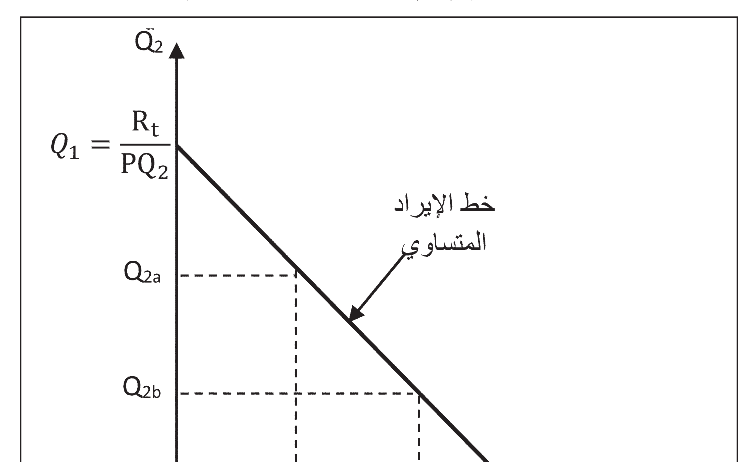
وهكذا يمكن إجراء أي توزيع لمستلزمات الإنتاج على وحدات من x,y بشرط أن:

$0 \leq y \leq 4, \ 0 \leq y \leq 10.7$

4-3- خط الإيراد المتساوي: عندما يكون قرار المؤسسة إنتاج المنتوجين Q_2, Q_1 عندما تنتظر إيرادات موزعة كالتالي:

$R_t = Q_1 P_{Q1} + Q_2 P_{Q2}$

الشكل رقم (08): خط الإيراد المتساوي



يشكل منحنى خط الإيراد المتساوي من مختلف التوافيق من Q_2,Q_1 المتواجدة في الفضاء الإنتاجي للمؤسسة والتي تحقق نفس الإيراد.

$$\text{الميل} \Rightarrow \frac{-\Delta Q_2}{\Delta Q_1} = \frac{-d\, Q_2}{d\, Q_1} = \frac{P\, Q_2}{P\, Q_1}$$

ليس لها معنى اقتصادي في ضرب في (-1) نجد.

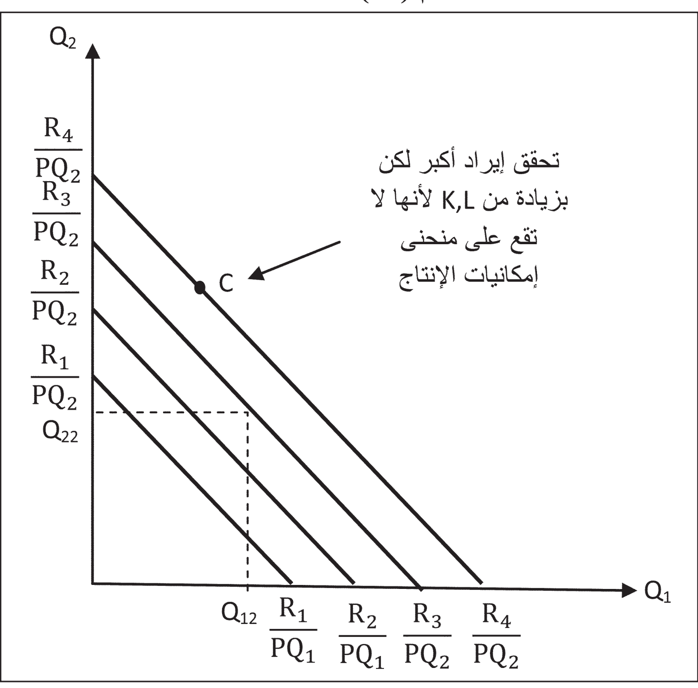
نعلم أن من معادلة R_t نجد:

$$Q_2 = \frac{R_t - Q_1 P\, Q_1}{\Delta\, Q_1} = \frac{R_t}{P\, Q_2} - Q_1 \frac{P\, Q_1}{P\, Q_2}$$

$$\frac{d\, Q_2}{d\, Q_1} = \frac{P\, Q_1}{P\, Q_2} \quad \Rightarrow$$

من خلال ما سبق نجد أنه يتحقق توازن المؤسسة عند تشكيلة تحقق أعظم إيراد ممكن.

الشكل رقم (09): توازن المؤسسة



ميل خط الإيراد > ميل إمكانيات الإنتاج à⇐

$$à \Rightarrow TMPT_{Q1,Q2} < \frac{PQ_1}{PQ_2}$$

العكس ⇐b′

$$\Rightarrow TMPT_{Q1,Q2} > \frac{PQ_1}{PQ_2}$$

لكن عند e يتساوى الميلين

$$TMPT = \frac{dQ_1}{dQ_2} = \frac{PQ_1}{PQ_2} \quad \Leftarrow e$$

e تحقق التماس فهي تحقق التوازن لكن à ,b′ يحققان تقاطع فقط

$$\frac{dQ_1}{PQ_1} = \frac{-dQ_1}{PQ_2} = \cdots.. + \frac{dQ_n}{PQ_n}$$

مثال: ليكن لدينا دالتا الإنتاج التاليتين:

$Q_1=140\ L^{1/3}K^{2/3}$

$Q_2= 20L^{2/4}K^{3/4}$

إذا افترضنا أن سعر الوحدة من Q_1= 4 دج.

إذا افترضنا أن سعر الوحدة من Q_2= 6 دج.

وأن المؤسسة تطمح في الوصول إلى تحقيق قيمة مبيعات تقدر بـ: 200.000 دج.

- فما هي الكميات الواجب استخدامها من K, L وما هي التشكيلة الواجب إنتاجها من Q_2,Q_1؟

(نحسب PML, PMK ونساويهم PQ_2, PQ_1 ونقسمهم).

الحل:

$Q_1=140\ L^{1/3}K^{2/3}$

$Q_2=20\ L^{1/4}K^{3/4}$

إيجاد قيمة K,L و Q_2, Q_1 :

$$TMPT_{Q1\,Q2}=\frac{dQ_2}{dQ_1}=\frac{PMK\ Q_2}{PMK\ Q_1}$$

$$=\frac{15\ L^{1/4}K^{1/4}}{93.33\ L^{1/3}K^{1/3}}$$

$$=0.16\,\frac{K^{1/4}K^{1/3}}{L^{1/3}K^{1/4}}$$

$$=0.16\,\frac{K^{1/12}}{L^{1/12}}$$

عند التوازن

$$TMPT_{Q1\,Q2} = \frac{PQ_1}{PQ_2} = \frac{2}{3}$$

$$TMPT_{Q1\,Q2} = 0.16\left(\frac{K}{L}\right)^{1/12} = \frac{2}{3}$$

$$(0.16)^{12}\left(\frac{K}{L}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

$$2.81\left(\frac{K}{L}\right) = 7.7$$

$$K = \frac{7.7}{2.81}\,L \Rightarrow K = 2.74\,L$$

بالتعويض في معادلتي الإنتاج نجد:

$Q_1 = 140\,L^{1/3}\,(2.74L)^{2/3} = 140(2.74)^{2/3}\,L$

$Q_1 = 273\,L$.............(1)

$Q_2 = 20\,L^{1/4}\,(2.74L)^{3/4} = 20\,L\,(2.74)^{3/4}$

$Q_2 = 42.4\,L$.............(2)

بالتعويض في دالة الإيرادات نجد:

$R_t = P.Q_1 + P\,Q_2$

273L)+6(42.4L))4=200000

=1092L+254.4L

1346.4 L=200000

L=148.54

ومنه:

K=2.74 (148.54)=406.99

ومنه التشكيلة الإنتاجية

$Q_1=273(148.54)=40551.42$

$Q_2=42.4(148.54)=6298.1$

رابعا: الإزدواجية في الإنتاج

إن مسألة الحصول على الحد الأدنى للتكلفة تحت شرط الإنتاج تكون مسألة أكثر منفعة بالنسبة لدراسة الوحدة الإنتاجية، سيتم التركيز على ازدواجية الوحدة الإنتاجية لمثل هذه المسألة. وأهم ازدواجية هي تلك التي توجد بين دوال الإنتاج والتكلفة، ونبحث هنا عن كيفية اشتقاق دالة الإنتاج مع دالة التكلفة.

لنعتبر منحنى الناتج المتساوي بالنسبة للوحدة الإنتاجية والمعطى بالمعادلة $q^0=f(x_1,x_2)$ ونعتبر أن شرط الدرجة الأولى للحصول على الحد الأدنى من التكلفة لهذا الناتج هو $dx_2/dx_1=r_1/r_2$.

وبحل هذه المعادلات نحصل على:

$X_1=\psi 1(r_1/r_2,q^0)$ ....(42)

$X_2=\psi_2(r_1/r_2,q^0)$

بحيث أن x_1 وx_2 تكونان قيمتي الحد الأدنى للتكلفة بدلالة نسبة أسعار المتغير الداخل وبدلالة مستوى الناتج الموصى به. نفاضل معادلة التكلفة $C=r_1x_1+r_2x_2$ ونأخذ المعادلة (42) كمعطى وكذلك شروط الدرجة الأولى $r_i=\lambda f_i$ لنحصل على:

$$\frac{\partial C}{\partial r_i}=x_i+\lambda\left(f_1\frac{\partial\psi_1}{\partial r_i}+f_2\frac{\partial\psi_2}{\partial r_i}\right)=x_i>0 \quad i=1.2 \quad ....(43)$$

بحيث أن λ هي مضاعف لاغرانج في مسألة الحصول على الحد الأدنى للتكلفة المشروطة بحيث أن الحد داخل الأقواس يساوي $\partial q^0 / \partial r_i=0$ على منحنى تساوي الكميات. وتعرف معادلة (43) ببديهية Shephard، ونجد أن الاشتقاقات الجزئية لدالة التكلفة بالنسبة لأسعار المتغير تساوي قيم الحد الأدنى للتكلفة للمتغيرات.

$$\frac{\partial C(q.r_1.r_2)}{\partial r_1} = x_1 \qquad \frac{\partial C(q.r_1.r_2)}{\partial r_2} = x_2 \quad ....(44)$$

بما أن دالة التكلفة المتغيرة تكون متجانسة من الدرجة الأولى في أسعار المتغيرات، وبمأن الاشتقاقات الجزئية لدوال التكلفة الإجمالية والمتغيرة تكون هي نفسها فإن اشتقاقاتها الجزئية تكون متجانسة من الدرجة صفر في أسعار المتغير وتعتمد على نسبة سعر المتغير بدلا من أسعار المتغير المطلقة. وتحت شروط معينة، فإنه من الممكن حل المعادلتين (44) لقيم المتغيرين q وr_2/r_1. بحيث أن الحل لقيم q يمدنا بدالة الإنتاج المطلوبة. ولكن (44) قد يكون من الصعب جدا حلها بالطريقة العملية. ونذكر هنا بعض النظريات النموذجية للازدواجية:

- أن أي دالة إنتاج مقعرة سوف تعطي دالة تكلفة متجانسة من الدرجة الأولى في أسعار الناتج إذا أعطينا شروط انتظامية معينة؛
- أن أي دالة تكلفة متجانسة من الدرجة الأولى أسعار المتغير الداخل تعطي دالة إنتاج مقعرة إذا أعطينا شروط انتظامية معينة؛
- أن دالة التكلفة التي اشتقت من دالة إنتاج معينة سوف تعطي هي بدورها دالة الإنتاج نفسها.

مثال: لنعتبر دالة التكلفة التالية:

$C=y(r_1^{\alpha}r_2^{\beta})1/(\alpha+\beta)$

حيث أن $y=(\alpha+\beta)(A\alpha^{\alpha}\beta^{\beta})$، والتي اشتقت لدالة الإنتاج $q=Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$ وبهذا تصبح معادلات (44) على النحو التالي:

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\gamma q^{1/(\alpha+\beta)}(r_2/r_1)^{\beta/(\alpha+\beta)} = x_1$$

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\gamma q^{1/(\alpha+\beta)}(r_2/r_1)^{-\alpha/(\alpha+\beta)} = x_2$$

ومن السهل جدا حل هاتين المعادلتين لقيمتي q برفع جانبي المعادلة الأولى

إلى القوة α وجانبي المعادلة الثانية إلى القوة β ثم بضربهما. وهذه العملية تؤدي إلى دالة الإنتاج التالية:

Q=Ax1αx2β

خامسا: الإزدواجية تحت ظروف عدم التأكد

من الممكن تطبيق التحاليل التي أجريت على المنفعة المتوقعة على الوحدة الإنتاجية عندما تتعرض لظروف عدم التأكد وذلك بافتراض أن المنتج يكون له دالة منفعة ويكون الربح أحد عناصرها، وأن المنتج أيضا يخضع لبديهيات فون نيومان ومور جنستيرن. فيكون الناتج بصفة مؤكدة ويكون السعر معرضا لعدم التأكد، والعكس حيث أن السعر يكون مؤكدا والناتج يكون غير مؤكد.

لنفرض أن سعر الناتج يمكن أن يكون أحد القيم المتباينة التالية والتي يكون عددها n $(p_1,\ldots\ldots\ldots,p_n)$ بالاحتمال الآتي: $(v_1,\ldots.,v_n)$ بحيث أن $\sum_{i=1}^{n} v_i = 1$ فيكون الربح المتوقع للوحدة الإنتاجية هو:

$$E[\pi] = \sum_{i=1}^{n} v_i[p_i q\text{-}C(q)]$$

وبوضع اشتقاق الناتج مساويا لصفر نحصل على:

$$\frac{dE[\pi]}{dq} = \sum_{i=1}^{n} v_i[p_i q\text{-}C'(q)] = \bar{p}\text{-}C'(q) = 0 \quad ....(45)$$

بحيث أن $\bar{p}$ هي القيمة المتوقعة للسعر. وللحصول على الحد الأعلى من الربح المتوقع فإن صاحب الوحدة الإنتاجية سوف يقوم بمساواة السعر المتوقع بالتكلفة الحدية، وسوف تتغير التحاليل بصفة بسيطة نظرا لوجود حالة عدم التأكد. الآن لنفترض أن صاحب الوحدة يرغب في الحصول على الحد الأعلى من المنفعة المتوقعة للربح:

$$E[U(\pi)] = \sum_{i=1}^{n} v_i U(\pi_i)$$

حيث أن: $\pi_i=p_iq-C(q)$ وللمرة الثانية يكون مستوى الناتج هو المتغير الذي يدور حوله اتخاذ القرار.

$$\frac{dE[U(\pi)]}{dq} = \sum_{i=1}^{n} v_i U'(\pi_i)[p_i\text{-}C'(q)] = 0 \qquad ....(46)$$

فإذا كانت $d^2U/d\pi^2=0$ فإن صاحب الوحدة سوف يكون محايدا بالنسبة للمخاطرة وتكون $U'(\pi_i)$ ثابتة، أو تكون التكلفة الحدية مساوية للسعر المتوقع كما هو الحال في المعادلة (45). وبالطبع فإن النتيجة سوف تختلف إذا افترض أن صاحب الوحدة الإنتاجية متفاديا للمخاطرة، ففي هذه الحالة تكون $d^2U/d\pi^2<0$ ويكون:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i U'(\pi_i)\left[p_i\text{-}C'(q^*)\right] < 0 ....(47)$$

بحيث أن q^* هي مستوى الناتج الذي يعطي حل للمعادلة (45)، لنفترض أن النتائج سوف ترقم بحيث أن p_i وπ_i سوف تزداد كلما زادت i وعليه فإن الحدود داخل القوس الكبير سوف تزداد من سالب للغاية إلى موجب للغاية وأن $U'(\pi_i)$ سوف تنخفض مع i وكنتيجة لهذا فإن المعادلة (47) تكون لها قيمة أصغر من المعادلة (45).

بما أن MC يكون متزايدا فإن q^* (وهي قيمة التوازن بالنسبة للناتج) يجب أن تكون أقل من $\bar{q}$ وعليه فإن $\bar{p} > C'(\bar{q})$، وسوف يكون MC في حالة التوازن أقل من السعر المتوقع وسوف يقود تفادي المخاطرة إلى مستويات أقل من الناتج عنها في غيابه وسوف تكون هناك نتيجة عكس ما سبق إذا كان صحب الوحدة الإنتاجية محبا للمخاطرة، ولكن هذا الافتراض نادرا ما يحدث.

مثال: لنفترض أن متجه السعر المحتمل هو (6, 7, 8, 9, 10) مع احتمال حدوث كل واحدة 0.2 فإذا وضعنا $U(\pi)= \ln \pi$ و$C=0.05q^2$ فإن القيمة المتوقعة للسعر

هي$\bar{p} = 8$ وأن حل المعادلة (45) يعطي $q^*=80$ وبالتعويض تصبح معادلة (46) على النحو التالي:

$$\frac{dE[U(\pi)]}{dq} = \sum_{i=1}^{n}\left(0.2\frac{p_i\text{-}0.1q}{p_i q\text{-}0.05q^2}\right) = 0$$

ويمكن التحقق من $\hat{q} \approx 74.88$ تعطي حلا تقريبيا.

الآن لنعتبر حالة الفلاح الذي يكون عنده سعر مضمون p ومستوى ناتج يهدف إليه ، وقد كان صاف الناتج الحقيقي عن الناتج المنشود كنتيجة للطقس وعلى هذا نفترض وجود n من هذه المستويات المحتملة للناتج وهي $(\delta_1\bar{q},\ldots,\delta_n\bar{q})$ وباحتمال حدوث كالتالي $(v_1,\ldots\ldots,v_n)$ بحيث أن $v_i\delta_i$ وكذلك v_i يكونا كميتين غير سالبتين ويكون مجموعهما يساوي واحدا وسوف يحدد مستوى الناتج الذي يهدف إليه الفلاح (وكمية المستوى المنشود) تكاليفه ويكون هو المتغير الذي على أساسه يأخذ الفلاح قراراته. وسوف تكون المنفعة المتوقعة لربح الفلاح كالتالي:

$$dE[U(\pi)] = \sum_{i=1}^{n} v_i U[p\delta_i\bar{q}\text{-}C(\bar{q})]$$

بوضع اشتقاقها الجزئي مساويا لصفر، نحصل على:

$$\frac{dE[U(\pi)]}{d\bar{q}} = \sum_{i=1}^{n} v_i U'(\pi_i)\left[\delta_i p\text{-}C'(\bar{q})\right] = 0 \qquad ....(48)$$

يمكن معاملة المعادلة على أنها حالة خاصة من المعادلة (46) بحيث أن $p_i=\delta_i p$، إن وجود عدم التأكد بالنسبة للناتج يقود إلى النتيجة العامة المشابهة لنتيجة عدم التأكد بالنسبة للأسعار وهنا سوف يكون MC المتوقع أقل من السعر.

مثال: لنفترض أن δ_i هي (0.6, 0.8, 1.0, 12, 1.4) ونفترض أن v_i هي: (0.1, 0.2, 0.4, 0.2, 0.1) ، ولنضع الآن $p=5$ و$C=0.04\bar{q}^2+\bar{q}$ و$U(\pi)= e\text{-}0.01\pi$،

والتي له تفاديا للمخاطرة بقيمة مطلقة ثابتة. فإذا ساوينا بين MC المتوقعة والسعر فإن ‾ ‾=50 وتكون المنفعة المتوقعة كالتالي:

$$dE[U(\pi)] = \sum_{i=1}^{5} v_i e^{-0.01(p^{\delta},\bar{q}-0.04\bar{q}^2-\bar{q})}$$

تكون شروط الدرجة الأولى كالتالي:

$$\frac{dE[U(\pi)]}{d\bar{q}} = 0.01\sum_{i=1}^{5} v_i(p\delta_i-0.08\bar{q}-1)e^{-0.01(p^{\delta},\bar{q}-0.04\bar{q}^2-\bar{q})} = 0$$

يمكن التحقق من أن 43.59≈ $\bar{q}$ تعطي حلا تقريبيا.

سادسا: فائض المنتج

إن دالة العرض **p=f(q)** تظهر مقدار الكميات التي تنتج من سلعة معينة عند مستويات مختلفة من الأسعار، وإذا كانت الكميات الناتجة من تلك السلعة مقابل السعر p_1 هي q_1 فإن المنتجين الذين كانوا قد خططوا لإنتاج السلعة أعلاه بسعر يقل عن سعر السوق (p_1) فائضا يسمى فائض المنتج لأنهم عمليا سيبيعونها بسعر أكثر من السعر الذي خططوا له. وما يحققه المنتجون من (فائض المنتج) يمكن حسابه عن طريق استخراج قيمة المساحة فوق منحنى العرض وتحت الخط $p= p_1$ وتقدر هذه المساحة رياضيا بالصيغة الآتية: فائض المنتج يساوي = $ps = q_1 \quad {}_1\text{-} \int_0^{q_1} f(q)dq$، حيث أن دالة العرض هي $p= f(q)$

مثال: إذا كانت دالة العرض لسلعة معينة في السوق هي:

$P=4+q^2$

وكان السعر مثبت عند: $P_1=20$، فأوجد فائض المنتج.

الجواب: حيث أن:

$P_1=20$

$$q_1 = \sqrt{20 - 4}$$

q_1=4

فائض المنتج:

$$ps = q_1 p_1 \text{-} \int_0^{q_1} f(q)dq$$

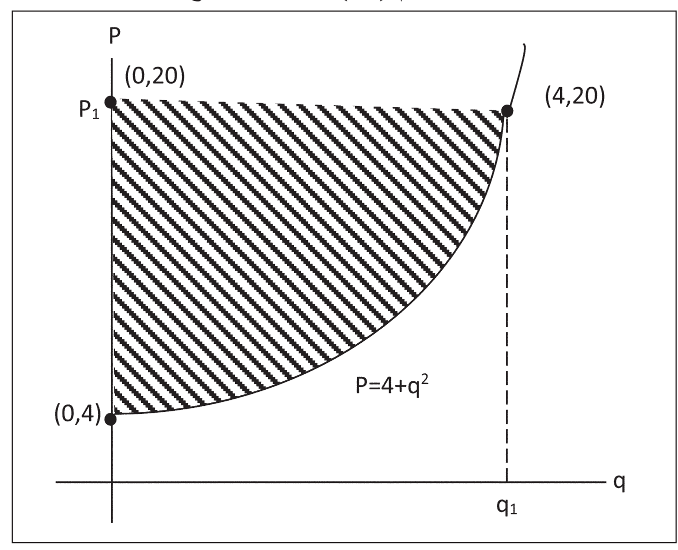
$$= (4) - (20) \text{-} \int_0^{q_1} (4 + q^2)dq$$

$$= 80 - (4q + \frac{1}{3}q^3)\Big|_0^4$$

$$= 80 - \left(16 + \frac{64}{3}\right) - (0)$$

$$ps = \frac{128}{3}$$

الشكل رقم (10): فائض المنتج



مثال: تتحدد الكميات المطلوبة والأسعار المناظرة لها في ظل سوق المنافسة التامة بدالتي الطلب والعرض التاليتين:

$P=24-q^2$

$P=6+3q$

على التوالي. أوجد فائض المنتج المتحقق.

الجواب: يتحقق توازن السوق عندما: الطلب = العرض أي أن:

$24-q^2=6+3q$

$q^2+3q-18=0$

$(q+6)(q-3)=0$

أما $q=3$ أو $q=-6$ (تهمل).

إذن يتحقق توازن السوق عندما: $q_1=3$ و $P_1=24-(3)^2=15$

والآن: فائض المنتج:

$$ps = (3)(15) - \int_0^3 (6+3q)dq$$

$$= 45 - \left(6q + \frac{3}{2}q^2\right)_0^3$$

$$= 45 - \frac{63}{2}$$

$$ps = \frac{27}{2}$$

ويمكن الاستفادة من العلاقة الخطية لدالة العرض في حساب فائض المنتج هندسيا حيث يلاحظ أن المساحة المحددة بـ$\int_0^3 (6+3)dq$ ما هي إلا مساحة شبه المنحرف (maq_10) والتي تساوي:

$$maq_10 = \frac{1}{2}h(b_1+b_2)$$

حيث أن: **h**= الارتفاع = 3

b_1= القاعدة الأولى =**6**

b_2= القاعدة الثانية =**15**

$$maq_1 0 = \frac{1}{2}(3)(6+15)$$

$$= \frac{3}{2}(21)$$

$$= \frac{63}{2}$$

وحيث أن فائض المنتج = p_1am ويساوي:

$P_1ap_10 - maq_10$

$P_1aq_10 = (15(3) = 45$

وإن:

فائض المنتج $= ps = 45 - \frac{63}{2}$

(وهي نفس النتيجة) $= \frac{27}{2}$

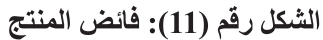
أو يمكن حساب فائض المستهلك كونه مساحة Δp_1am والتي تساوي:

$$p_1m.p_1a \ \ \Delta p_1am = \frac{1}{2}$$

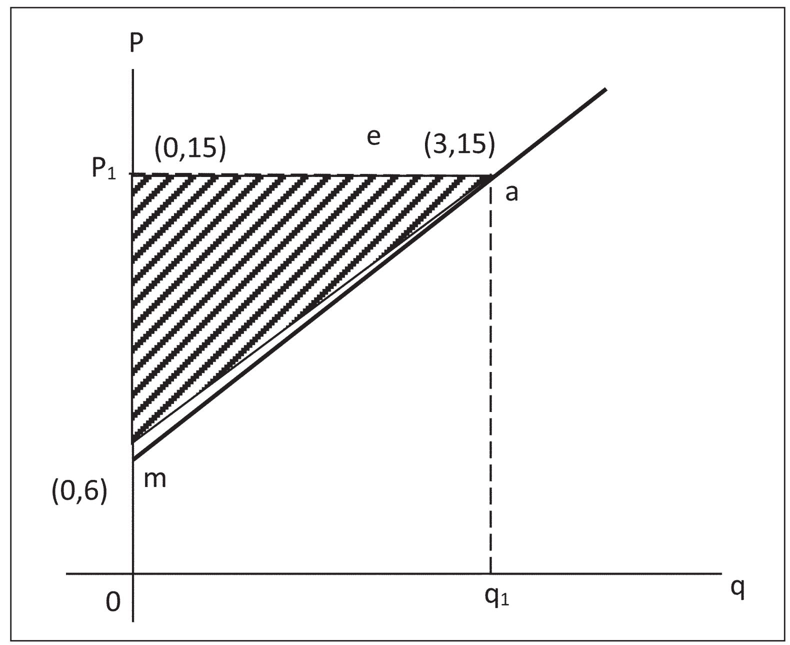
$$= \frac{1}{2}(15-6)3$$

$$= \frac{27}{2}$$

$$ps = \frac{27}{2}$$



الشكل رقم (11): فائض المنتج



مثال: في سوق المنافسة التامة لسلعة ما كانت دالة الطلب ودالة العرض على التوالي كالآتي:

$P=20-3q^2$

$P=2q^2$

أحسب فائض المستهلك وفائض المنتج.

الجواب: توازن السوق يتحقق عندما يكون: الطلب = العرض كما موضح في أدناه:

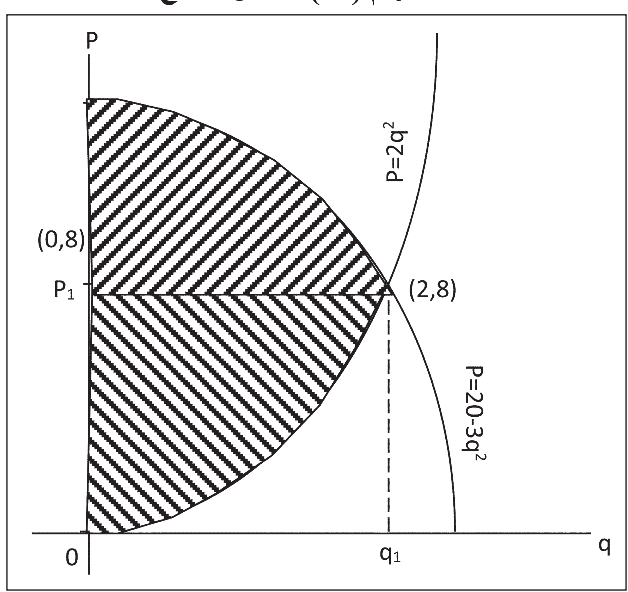
$20-3q^2=2q^2$

$5q^2-20=0$

$5(q^2-4)=0$

$q_1=2 \quad , \quad p_1=8$


الشكل رقم (12): فائض المنتج



لنحسب فائض المنتج:

$$ps = (2)(8) - \int_0^2 (2q^2)dq$$

$$= 16 - \frac{2}{3}q^3\Big|_0^2$$

$$= 16 - \frac{2}{3}(2)^3$$

$$= \frac{32}{2}$$

وهي المساحة (a) الموضحة في الشكل أما فائض المستهلك:

$$cs = \int_0^2 (20 - 3q^2)dq \text{ -}(2)(8)$$

$$= 20q\text{-}q^3|_0^2 - 16$$

$= 20(2)\text{-}(2)^3\text{-}(0) - 16$

$cs = 16$

وهي المساحة (b) الموضحة في الشكل.

سابعا: التكاليف في الفكر الحديث

الشكل μ لمنحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة تعرض لعدة انتقادات من طرف رواد الفكر الحديث والدراسات الميدانية حيث اعتبر George Stigler سنة 1939 أن المؤسسة الحديثة أصبحت تمتلك إمكانيات تكنولوجية ورأسمالية ضخمة إضافة إلى مناهج تسييرية فعالة تساعدها على التحكم أكثر في التكاليف وتتصرف وفق إملاءات السوق. هذه الإملاءات تتطلب منها توفير احتياطي من الطاقة الإنتاجية يشغل وفق الطلب السوقي، وهذا ما يجعل منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة cmv يأخذ شكل إناء ∪ أين تستقر التكلفة في المجال الإنتاجي الذي تمتلك فيه المؤسسة طاقة إنتاجية احتياطية.

أما في المدى الطويل تتحمل المؤسسة نوعان من التكاليف وهما تكاليف الإنتاج وتكاليف التسيير (إدارة، تصرف) هذه التكاليف تتغير في اتجاهين متغيرين على مستوى الوحدة ودرجة التغير تتأثر بمستويات الإنتاج وهو ما يجعل منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل Lcm يأخذ شكل حرف L باللغة الأجنبية.

1 - تكاليف المدى القصير ضمن الفكر الحديث

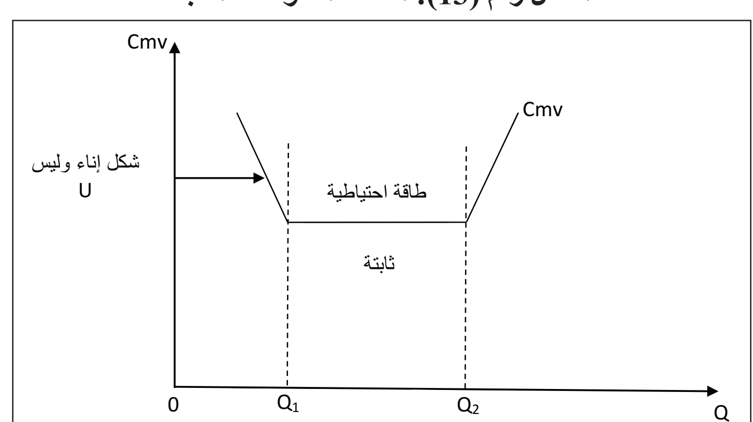
يقسم رواد النظرية الحديثة تكاليف المدى القصير إلى قسمين تكاليف ثابتة ومتغيرة وتتأثر أشكال هذه التكاليف بمبدأ الاحتفاظ بقدرة إنتاجية احتياطية. وتصنف تكاليف الإنتاج في المدى القصير على مستوى الوحدة إلى أربعة أنواع.

1-1- التكلفة المتوسطة الثابتة (*Cmf*): هي حصة كل وحدة منتجة من

التكاليف الثابتة $cmf = \frac{cf}{Q}$، علاقة عكسية كلما زادت Q تنقص Cmf لأن Cf ثابتة. يتضح أن منحنى التكلفة Cmf يتناقص باستمرار بشكل طبيعي في المجال الإنتاجي الذي تمتلك فيه المؤسسة طاقة احتياطية وهذا على عكس الحالة التي تلجأ فيها المؤسسة إلى السوق شراء مستلزمات إنتاجية في حالة الزيادة في الإنتاج بين مستويين Q_2, Q_1 أي زيادة تكلفة Cmf وانتقال المنحنى إلى المستوى ط،a ذلك راجع إلى زيادة الطلب السوقي والمؤسسة لا تحمل طاقة احتياطية فتزيد تكاليفها.

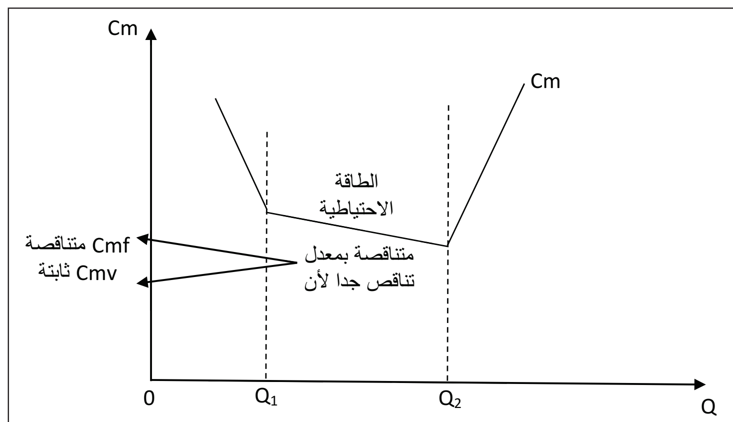
1-2- التكلفة المتوسطة المتغيرة Cmv: عبارة عن حصة كل وحدة إنتاج من التكاليف المتغيرة $Cmv = \frac{Cv}{Q}$. ويتضح أن منحنى cmv يأخذ شكل إناء ∪ ويظهر مدى التحكم في التكلفة في المجال الذي تمتلك فيه المؤسسة طاقة إنتاجية احتياطية وهذا راجع إلى مرونة القرارات في هذا المجال. (المؤسسة عند امتلاكها لطاقات احتياطية تكون مرنة في زيادة أو تقليص الإنتاج ولها الحرية).

الشكل رقم (13): التكلفة المتوسطة الثابتة



1-3- التكلفة المتوسطة الكلية Cm: وهي عبارة عن التكلفة النهائية لإنتاج الوحدة وتحسب بالعلاقة $Cm = \frac{Ct}{Q} = \frac{Cv}{Q} + \frac{Cf}{Q} = Cmv + Cmf$، بحيث كلما استغلينا الطاقة الاحتياطية تناقصت التكاليف.

الشكل رقم (14): التكلفة المتوسطة الكلية

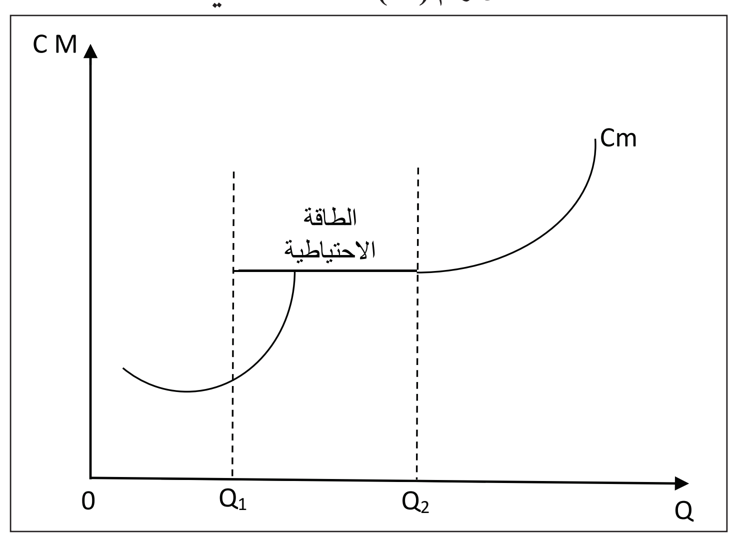


يتضح من الشكل أن تكلفة الوحدة Cm تتناقص بشكل تدريجي في المجال الإنتاجي الذي تمتلك فيه المؤسسة طاقة احتياطية ويرجع ذلك إلى ثبات Cmv وتناقص Cmf.

1-4- التكلفة الحدية CM: هي عبارة عن التغير في التكاليف الكلية والناتج من التغير في الإنتاج بوحدة واحدة أي عبارة عن تكلفة آخر وحدة منتجة

$$CM = \frac{dCT}{dQ}$$

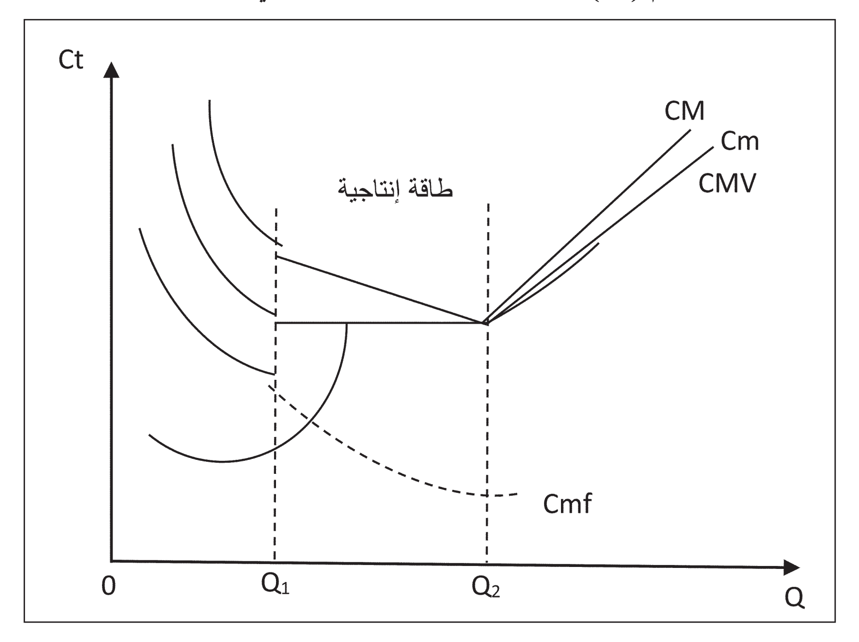
الشكل رقم (15): التكلفة الحدية



يتضح من خلال الشكل أن التكلفة الحدية تستقر في المجال الإنتاجي الذي تمتلك فيه المؤسسة طاقة احتياطية وهو ما يظهر مرونة اتخاذ القرارات والتحكم في درجة التكلفة.

مما سبق فإن:

الشكل رقم (16): العلاقة بين معدلات التكاليف في المدى القصير



يتضح من الشكل أن التكاليف تثبت أو تتناقص في المجال الذي تمتلك فيه المؤسسة طاقة احتياطية وهو ما يثبت نجاعة هذه السياسة ومدى تحكم المؤسسة الحديثة في قراراتها ومستوى تحقيق الأهداف.

مثال: لتكن دالة التكاليف التالية: $C_t = a + bQ$، فأحسب معدلات التكاليف:

الحل:

$$Cmf = \frac{a}{Q} \quad Cmv = \frac{bQ}{Q}$$

$$Cm = \frac{a}{Q} + b \quad CM = \frac{dC_t}{da} = b$$

2- تكاليف المدى الطويل ضمن الفكر الحديث

من الممكن تشكيل دوال التكلفة للمدى الطويل بالمتغيرات المتغيرة لدوال الإنتاج المتجانسة والتي لها منحنيات سواء محدبة. لنفترض أن (x_1^0, x_2^0) هي المجموعة المثلى للمتغيرات لإنتاج وحدة واحدة من Q فتكون تكلفة الإنتاج المقابلة لها هي $a=r_1x_1^0+r_2x_2^0$ وبما أن مجرى التوسع لدالة الإنتاج المتجانسة يكون خطيا، فإن كل المجاميع المثلى للمتغيرات يمكن كتابتها على النحو التالي: (tx_1^0, tx_2^0) وعلى هذا فإن دالة الإنتاج ومعادلة التكلفة يمكن كتابتها كالتالي:

$q=f(tx_1^0,tx_2^0)=t^k$

$C=(r_1x_1^0+r_2x_2^0)t= at$

وبحل المعادلة الأولى لقيمة t ثم التعويض بهذه القيمة في المعادلة الثانية لنحصل على دالة التكلفة الإجمالية:

$C= aqt/k$

بحيث أن:

$$\frac{dC}{dq}=\frac{a}{k}q^{(t-k)/k} \qquad \frac{d^2C}{dq^2}=\frac{a(1-k)}{k^2}q^{(t-2k)/k}$$

إن الدوال المتجانسة من الدرجة الأولى يكون لها MC وATC ثابتان ويكون لها أيضا دالة تكلفة إجمالية خطية للمدى الطويل وأن MC يكون تزايديا في كل مكان إذا كانت $k<1$ ومتناقصا في كل مكان إذا كانت $k>1$ ويمكن تحقيق شرط الدرجة الثانية أن MC لابد وأن يكون متزايدا إذا كانت درجة التجانس أقل من واحد.

مثال: إن دالة الإنتاج $q=Ax_1^\alpha x_2^\beta$ حيث أن $\alpha,\beta>0$ تكون متجانسة من الدرجة:

$q=A(tx_1)^\alpha(tx_2)^\beta= t^{\alpha+\beta}Ax_1^\alpha x_2^\beta$

وتكون دالة التكلفة لدالة كوب-دوجلاس للإنتاج، بحيث أن $\alpha+\beta=1$ على النحو التالي:

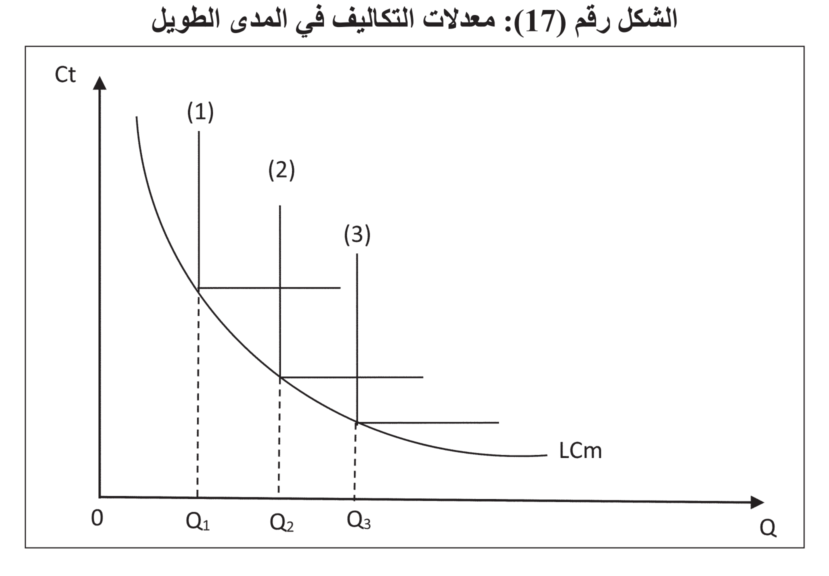
$$C=aq$$

$$a = \frac{r_1^{\alpha} r_2^{1-\alpha}}{A\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}$$

كما تعتبر التكاليف في المدى الطويل من منظور النظرية الحديثة تكاليف متغيرة وتنقسم إلى نوعين إنتاج وتسيير.

1-2- تكاليف الإنتاج: تتضمن تكاليف عوامل الإنتاج إضافة إلى تكاليف الصيانة والتأمين إيجار....إلخ. حيث تكون هذه التكاليف على مستوى الوحدة متناقصة بالزيادة في حجم الإنتاج في المدى الطويل وهذا راجع إلى وفرات الحجم. ويكون شكل هذه التكاليف عبارة عن شكل حرف L انطلاقا من مبدأ تحليل التكاليف في المدى القصير هو الاحتفاظ باحتياطي القدرة الإنتاجية.

الشكل رقم (17): معدلات التكاليف في المدى الطويل



يتضح من خلال الشكل أنه بافتراض أن المؤسسة لديها اختيار بين عدة مشاريع في المدى الطويل حيث منحنيات تكلفة الوحدة تبين الحد الأدنى

للإنتاج عند Q_1 أو Q_2 ومن ثم الاحتفاظ بالاحتياطي في القدرة الإنتاجية. فمنحنى التكلفة LCm (تكلفة الوحدة الواحدة في المدى الطويل يتم اشتقاقه من خلال نقاط الدنيا لمستويات الإنتاج للمشاريع الثلاثة أي أنه مماس لهذه النقاط.

2-2- تكاليف التسيير: وتتمثل هذه التكاليف في اختيار المناهج الإدارية والعلمية في عملية التسيير إضافة إلى تكاليف التدريب وتكوين مختلف الأفراد العاملين في المؤسسة، وحسب النظرية الحديثة فإن هذه التكاليف تتزايد بالزيادة بالإنتاج في المدى الطويل لكن بمعدل متناقص، وهذا راجع إلى طبيعة الإنتاج وفق اقتصاديات الحجم.

الفصل الرابع: نظرية المؤسسة :الأسواق

تتوقف قرارات المؤسسة في الإنتاج وتخصيص الموارد على هيكل السوق الذي تعمل فيه، للتعرف على طبيعة السوق التي يقوم المنتج ببيع إنتاجه فيها، حيث يتم تصنيف الاسواق وفقا لمعيارين هما عدد المنشآت وتطابق المنتجات على النحو التالي:

- عدد كبير من المنشآت ذات المنتجات المتطابقة، حيث يواجه المنتج البائع سعرا واحدا فقط يحدده السوق وليس المنتج. وهو سوق المنافسة التامة؛
- منشأة واحدة في السوق في جانب العرض، كما هو الحال في الاحتكار الطبيعي لبعض النشاطات الاقتصادية، وهو سوق الاحتكار؛
- عدد كبير من المنشآت تنتج نفس المنتجات ولكنها غير متطابقة وهو سوق المنافسة الاحتكارية؛
- عدد قليل من المنشآت في السوق تتحكم في السعر والكمية المنتجة. وهي حالة أشبه بالاحتكار التام، إلا أن المحتكر هنا هو عدد من المنشآت وليس منشأة واحدة، وهو سوق احتكار القلة.

أولا: سوق المنافسة التامة

ترتكز دراسة المنافسة التامة والكاملة على فرضية بسيطة لا تتحقق أبدا بشكل كلي في الواقع. غير أن هذا النموذج يظل أساسيا بما أنه يوفر المرجع الذي يمكن الانطلاق منه لتحليل كل وضع للسوق. وهو سوق يعتبر فيه المنتجون والمستهلكون أن الأسعار معروفة وأنه تم تحديدها خارجها. ونتيجة لذلك يقوم هؤلاء بإعداد مخططاتهم دون أن يأخذوا بعين الاعتبار احتمال تأثيرهم على الأسعار، ولا يمكننا أن ندينه بسبب عدم واقعيته.

1 - خصائص المنافسة التامة:

يتميز سوق المنافسة التامة بأربع خصائص هامة، وهي:

1-1- وجود أعداد كبيرة من البائعين والمشترين في السوق: أي أن مقدار ما يعرضه المنتج الواحد في السوق صغير جدا إلى الحد الذي ينعدم تأثيره على العرض في السوق سواء أنتج أم لم ينتج، وأن مقدار ما يشتريه مشتر واحد من السلعة صغير جدا إلى الحد الذي ينعدم تأثير ما يشتريه من السلعة على الطلب في السوق. غير أن التأثير على العرض والطلب في السوق سيكون لمجموع البائعين ولمجموع المشترين، وبذلك سيكون المنتج البائع آخذا للسعر ولا قوة له في فرض السعر الذي يرغب فيه.

يكون منحنى الطلب الفردي على السلعة في سوق المنافسة الكاملة خطا أفقيا عند السعر السائد في السوق، أي لا نهائي المرونة. أما منحنى طلب السوق الذي يمثل جميع المستهلكين فهو خط ينحدر من أعلى إلى أسفل وإلى اليمين.

1-2- وجود سلعة متجانسة يعرضها المنتجون أو البائعون: إن تجانس السلعة المعروضة في السوق يدل على أن كل مؤسسة تنتج وتبيع سلعة بديلة تماما للسلعة التي تنتجها وتبيعها المؤسسات الأخرى، أي أن مختلف المنتجين ينتجون نفس السلعة إلى حد بعيد.

1-3- حرية الدخول والخروج من السوق: عدم وجود أي عوائق أمام من يرغب في الدخول إلى النشاط ، كما أنه لا وجود لأية عوائق أمام من يقرر ترك النشاط المذكور، يفترض أن جميع عناصر الإنتاج تتمتع بحرية كاملة في الحركة والانتقال بين الاستعمالات المختلفة البديلة، بما في ذلك حرية دخول مؤسسات جديدة وخروج أخرى من السوق.

1-4-المعلومة الكاملة (الشفافية): يملك المنتجون والمستهلكون معلومات كاملة عن التبادلات التي يمكن أن تتم حولهم، عن الأسعار المقترحة، عن تموضع نقاط البيع أو عن الطلبات والعروض التي يمكن أن تكون قبل

المباشرة في التبادلات نفسها ونتيجة لذلك يكون السعر الغالب في السوق وحيدا.

2- إيراد المنشأة التنافسية:

إن المنتج في سوق تنافسية يطمح إلى تحقيق أقصى الأرباح، أن الربح هو الإيراد مطروحاً منه التكلفة، إذ يمكن الحصول على إجمالي الإيراد (TR) بضرب الكمية المباعة Q بسعر السوق P، أي:

$TR = Q.p$

وللحصول على متوسط الإيراد (AR) ، يتم قسمة إجمالي الإيراد (P.Q) على الكمية المباعة Q. ونتيجة القسمة ستكون P. فمعدل الإيراد هو السعر دائما، وهو واضحا في العمود الرابع من الجدول. أما إيراد الوحدة الإضافية المباعة فهو الإيراد الحدي (MR). ويمكن حسابه بالصيغة التالية:

$$MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q}$$

مثال: قيم منشأة ما في سوق تنافسية ممثلة بالجدول التالي:

الجدول رقم (01): إيراد المنشأة التنافسية

الكمية المباعة Q	سعر السوق P	إجمالي الإيراد TR	متوسط الإيراد AR	الإيراد الحديMR
1	500	500	500	
2	500	1000	500	500
3	500	1500	500	500
4	500	2000	500	500
5	500	2500	500	500
6	500	3000	500	500
7	500	3500	500	500
8	500	4000	500	500
9	500	4500	500	500
10	500	5000	500	500

3 - توازن المنشاة المتنافسة في المدى القصير

يحاول المتنافس الوصول إلى التوازن عن طريق إتباع خطوات هامة نوجزها في العناصر التالية:

3-1- تعظيم الربح بالنسبة للمتنافس: بالإعتماد على الأسلوبين التاليين:

أ - **تعظيم الربح بالأسلوب الكلي**: يبين الجدول (02) الإيراد الكلي والتكاليف الكلية لمؤسسة أعمال افتراضية وقد تم تمثيل الجدول بيانيا في الشكل (01).

الجدول رقم (02): الإيراد الكلي والتكاليف الكلية

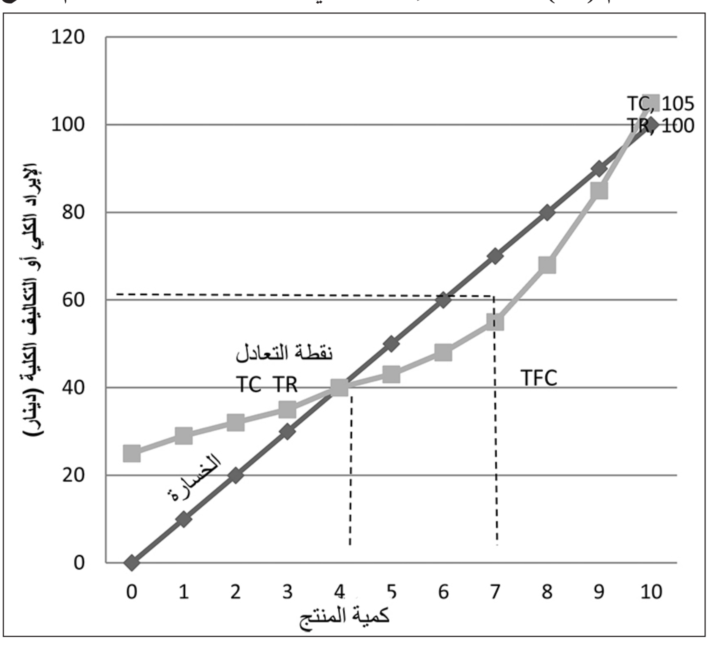
كمية المنتج Q	سعر السوق للوحدة P	الإيراد الكلي TR	التكاليف الكلية TC	الربح + الخسارة -
0	10	0	25	-25
1	10	10	29	-19
2	10	20	32	-12
3	10	30	35	-5
✓4	10	40	40	✓0
5	10	50	43	+7
6	10	60	48	+12
✓7	10	70	55	✓+15
8	10	80	68	+12
9	10	90	85	+5
10	10	100	105	-5

تم افتراض سعر السوق للوحدة عشرة دنانير، وتستطيع المؤسسة بيع أية كمية منتجة بهذا السعر، ويحتسب الإيراد الكلي (أو قيمة المبيعات) حسب المعادلة التالية: الإيراد الكلي = كمية المنتج × سعر السوق للوحدة المنتجة والمباعة.

أو: $TR= Q.P$

ومما هو جدير بالملاحظة أن المؤسسات تحقق خسارة متتالية حتى الوحدة الثالثة من المنتج، لأن التكاليف الكلية أكبر من الإيراد الكلي. وعند الوحدة الرابعة من المنتج يتحقق التعادل ولا تجني المؤسسة أي ربح أو خسارة. ثم تأخذ الأرباح في التزايد التدريجي وتصل الحد الأقصى عند الوحدة السابعة 15 وحدة نقدية، وبعدئذ تأخذ الأرباح في التناقص وتصبح سالبة عند إنتاج الوحدة العاشرة. لذلك يعتبر المستوى الأمثل لإنتاج المؤسسة الذي يعظم الربح عند إنتاج الوحدة السابعة من المنتج.

الشكل رقم (01): منحنيات الإيراد الكلي والتكاليف الكلية وتعظيم الربح



أهم ما يجب ملاحظته في الشكل ما يلي:

- النقطة E هي نقطة التعادل عند إنتاج أربع وحدات من السلعة.

- عند الوحدة السابعة من المنتج تحقق المؤسسة أعظم الأرباح.

ب- **تعظيم الربح بالأسلوب الحدي**: الإيراد الحدي هو الزيادة في الإيراد الكلي الناجمة عن بيع وحدة إضافية من المنتج. أي إن الإيراد الحدي =

$$\frac{\text{التغير في الإيراد الكلي}}{\text{لتغير في كمية المنتج المباعة}} \quad MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q}$$

يتمثل الإيراد الحدي للمؤسسة التنافسية بيانيا في شكل خط أفقي، لأن سعر السوق للوحدة المنتجة والمباعة لا يتغير مع كمية المنتج. لذلك يتطابق منحنى الإيراد الحدي مع منحنى الطلب للمؤسسة في ظل المنافسة الكاملة.

يتضح لنا من الجدول (02) الذي يبين أرقاما افتراضية للإيراد الحدي والتكلفة الحدية لإحدى مؤسسات الأعمال في المدى القصير. ويبين الشكل

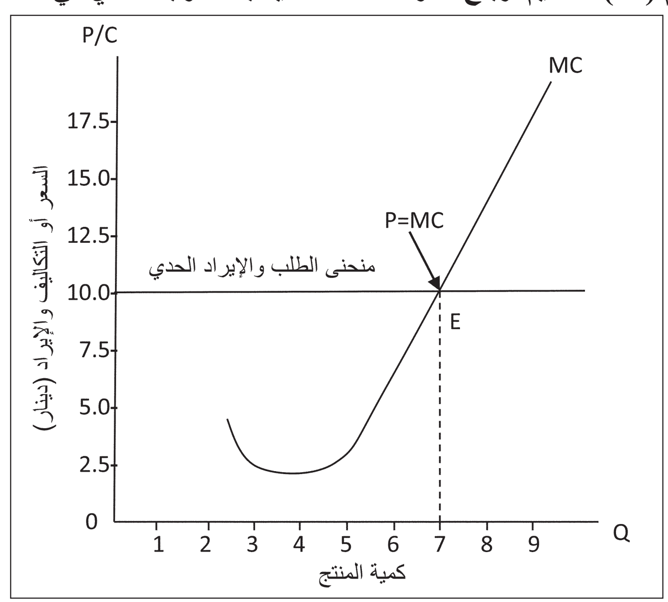
(02) التمثيل البياني للجدول (02) إذ يوضح كيفية تعظيم ربح المؤسسة التنافسية بالأسلوب الحدي في المدى القصير. وحينما نقارن الإيراد الحدي (MR) أو السعر (P) مع التكلفة الحدية (MC) يجدر بنا ملاحظة الأمور التالية:

- إذا كان السعر أعلى من التكلفة الحدية (P>MC) فإن المؤسسة تحقق ربحا مستمرا إذا زادت كمية المنتج من وحدة واحدة، حتى الوحدة السابعة؛
- عند الوحدة السابعة، يتحقق توازن المؤسسة حيث يتعادل الإيراد الحدي أو السعر مع التكلفة الحدية (P=MC)، وتعتبر نقطة التوازن (E) هي نقطة تعظيم الربح للمؤسسة؛
- إذا كان السعر أقل من التكلفة الحدية (P<MC)، فإن من مصلحة المؤسسة أن تخفض كمية المنتج حتى لا يتناقص ربحها.

الجدول رقم (02): الإيراد الحدي والتكلفة الحدية بأرقام افتراضية لمؤسسة تنافسية في المدى القصير

كمية المنتج Q	السعر أو الإيراد الحدي P= MR	التكلفة الحدية MC
1	10	3.0
2	10	2.0
3	10	1.5
4	10	2.5
5	10	4.5
6	10	7.5
7	10	10.0
8	10	13.5
9	10	17.5

الشكل رقم (02): تعظيم أرباح المؤسسة التنافسية بالأسلوب الحدي في المدى القصير



من الشكل السابق يمكن طرح الملاحظات التالية:

- منحنى الإيراد الحدي يتطابق مع منحنى الطلب ويمثل خطا أفقيا؛
- حينما يكون السعر أعلى من التكلفة الحدية فإن المؤسسة تحقق ربحا إذا زادت كمية المنتج؛
- حينما يكون السعر أقل من التكلفة الحدية بعد نقطة التوازن (E) فإن المؤسسة ستزيد من ربحها إذا خفضت الإنتاج؛
- نقطة التوازن (E) هي نقطة تعظيم الربح للمؤسسة عند إنتاج الوحدة السابعة، إذ يكون السعر مساويا للتكلفة الحدية (P=MC).

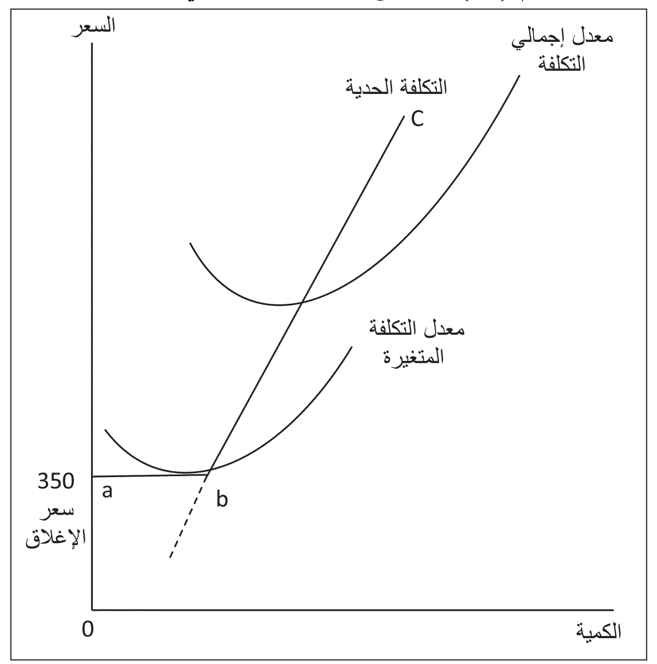
3-2- منحنى عرض المنشأة التنافسية في الفترة القصيرة:

يختلف قرار المنتج في الفترة القصيرة عن قراره في الفترة الطويلة. ففي الفترة القصيرة وعندما لا يغطي سعر السوق معدل التكلفة المتغيرة، فإن المنتج يرى بأن من الأفضل التوقف عن الإنتاج بصورة كاملة على أمل تحسن ظروف

السوق وارتفاع السعر في القريب العاجل، فإذا ارتفع سعر السوق وتجاوز معدل التكلفة المتغيرة، فإن المنتج سيعيد فتح أبواب منشأته للعمل من جديد. وهكذا يكون منحنى عرض المنشأة في الفترة القصيرة هو ذلك الجزء من التكلفة الحدية الواقع فوق منحنى معدل التكلفة المتغيرة، أي إذا كان: AVC<P وهذا يعني أن السعر يجب أن يغطي على الأقل معدل التكلفة المتغيرة فأكثر.



الشكل رقم (03): منحنى عرض المنشأة في المدى القصير



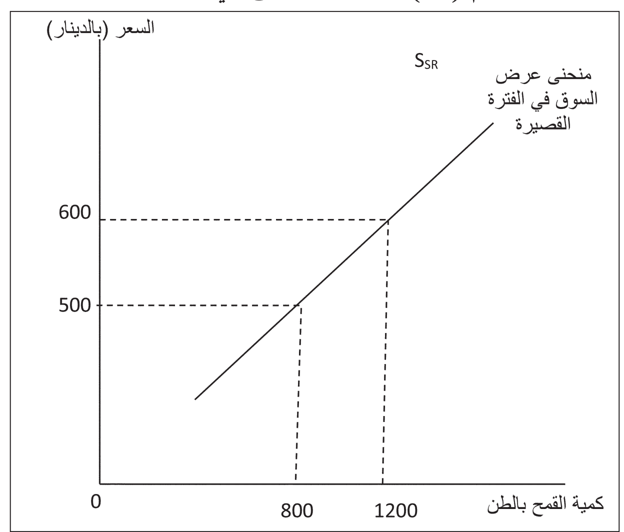
فعندما يغطي السعر معدل التكلفة المتغيرة فقط، فإن هذا يعني أن المنشأة تواجه خسارة مساوية للتكلفة الثابتة، أما عندما يكون السعر أعلى من معدل التكلفة المتغيرة وأقل من معدل إجمالي التكلفة فإن المنتج يواجه خسارة كذلك، ولكنه في وضع أفضل من السابق، وفي كلا الحالتين سيستمر المنتج في مواصلة الإنتاج.

أما عندما لا يغطي سعر السوق معدل التكلفة المتغيرة فإن المنتج يتخذ قراره بإغلاق المنشأة بالكامل، أي إذا كان إغلاق المنشأة P<AVC. لأن المنتج سوف لن يكون على استعداد لتحمل خسارة تزيد عن التكلفة الثابتة،

ويعرف السعر الحرج الذي عنده يتخذ المنتج قراره بالإغلاق بسعر الإغلاق كما تعرف النقطة التي عندها يمس خط سعر الإغلاق منحنى معدل التكلفة المتغيرة بنقطة الإغلاق. والشكل السابق يوضح لنا أن منحنى عرض المنشأة التنافسية في الفترة القصيرة، هو ذلك الجزء من منحنى التكلفة الحدية الواقع فوق نقطة الإغلاق، وإذا أخذنا بنظر الاعتبار انخفاض السعر عن 350 دينار مثلا، فإن منحنى العرض سيكون o a b c.

3-3- منحنى عرض السوق في الفترة الفصيرة: لنفترض أن هناك 200 منشأة متماثلة لإنتاج القمح وأن المنشأة الواحدة تنتج Q_{Max}=4 التي عندها يتساوى السعر P=500 ون مع التكلفة الحدية MC، وما دام السعر يساوي أو يفوق معدل التكلفة المتغيرة AVC فإن منحنى MC هو منحنى عرض المنشأة في الفترة القصيرة، والذي سبق اشتقاقه، ولما كانت المنشآت متماثلة فإن الكمية المعروضة من القمح في السوق هي 800 طنا عن سعر 500 ون، وبارتفاع سعر السوق إلى 600 ون للطن من القمح ستنتج كل منشأة 6 أطنان، وبذلك تكون الكمية المعروضة من قبل جميع المنشآت 1200 طنا، والشكل التالي يوضح ذلك حيث أن منحنى العرض في السوق في الفترة القصيرة.

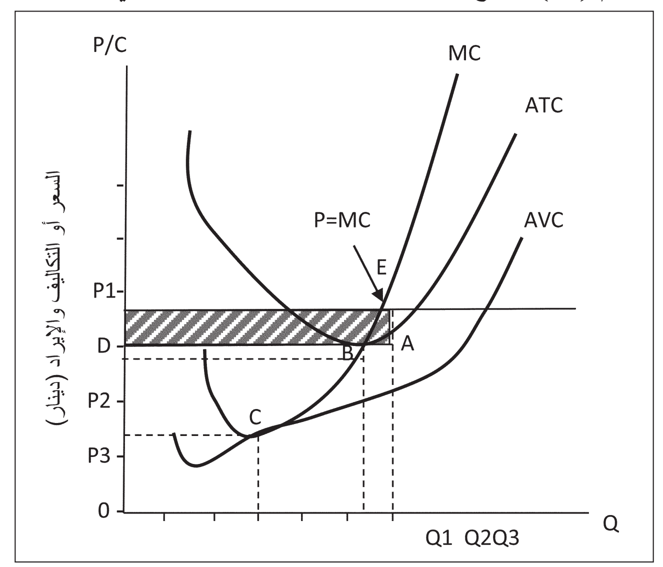
الشكل رقم (04): عرض السوق في الفترة القصيرة



3-4- الربح أو الخسارة للمؤسسة التنافسية: إن تحقيق المساواة بين السعر والتكلفة الحدية للمؤسسة التنافسية في المدى القصير يضمن لها تعظيم الربح أو تخفيض الخسارة إلى الحد الأدنى. ولمعرفة ربح المؤسسة التنافسية أو خسارتها يجب أن نقارن سعر السلعة مع متوسط التكلفة الكلية (ATC) عند نقطة التوازن التي تحدد المستوى الأمثل للإنتاج. وإذا كان السعر أعلى من تكلفة الوحدة المنتجة (P>ATC) فإن المؤسسة تحقق ربحا في المدى القصير. أما إذا كان متوسط التكلفة الكلية أكبر من السعر (P<ATC) فإن المؤسسة تتعرض للخسارة. ويبين الشكل (05) توازن المؤسسة التنافسية في المدى القصير ومدى تحقيقها للربح أو الخسارة.

مما هو جدير بالملاحظة أن المؤسسة عند إنتاج المستوى الأمثل OQ_1 وبيعه بالسعر P_1 فإنها تحقق ربحا يتمثل بمساحة المستطيل المظلل $DAEP_1$، كما يتضح لنا من الشكل أسفله. وهذا الربح يساوي الفرق بين الإيراد الكلي (مساحة المستطيل OQ_1EP_1= كمية المنتج × السعر) والتكاليف الكلية (مساحة المستطيل OQ_1AD= كمية المنتج × تكلفة الوحدة). إما إذا كان السعر منخفضا ويقل عن P_1 بمقدار كبير لدرجة ن لإيراد الكلي أصبح يقل عن التكاليف الكلية، فإن المؤسسة ستحقق خسارة.

الشكل رقم (05):الربح أو الخسارة للمؤسسة التنافسية في المدى القصير



من الشكل السابق يمكن ملاحظة مايلي:

- نقطة التوازن (E) هي نقطة تعظيم الربح للمؤسسة حيث يتم إنتاج (OQ1) من السلعة، أي المستوى الأمثل للإنتاج؛
- عند نقطة التعادل (B) فإن المؤسسة لا تحقق أي ربح أو خسارة عند إنتاج (OQ2) وبيعها بسعر يعادل P2=BQ2؛
- عند النقطة (C) وهي نقطة الإغلاق فإن المؤسسة تنتج OQ3 وتحقق خسارة عند بيعها بسعر P3. أما إذا كان السعر أقل من P3 فإنها تأخذ قرار بالتوقف عن الإنتاج؛
- المستطيل المظلل DAEP1 يمثل ربح المؤسسة في المدى القصير.

4- توازن المؤسسة التنافسية في المدى الطويل:

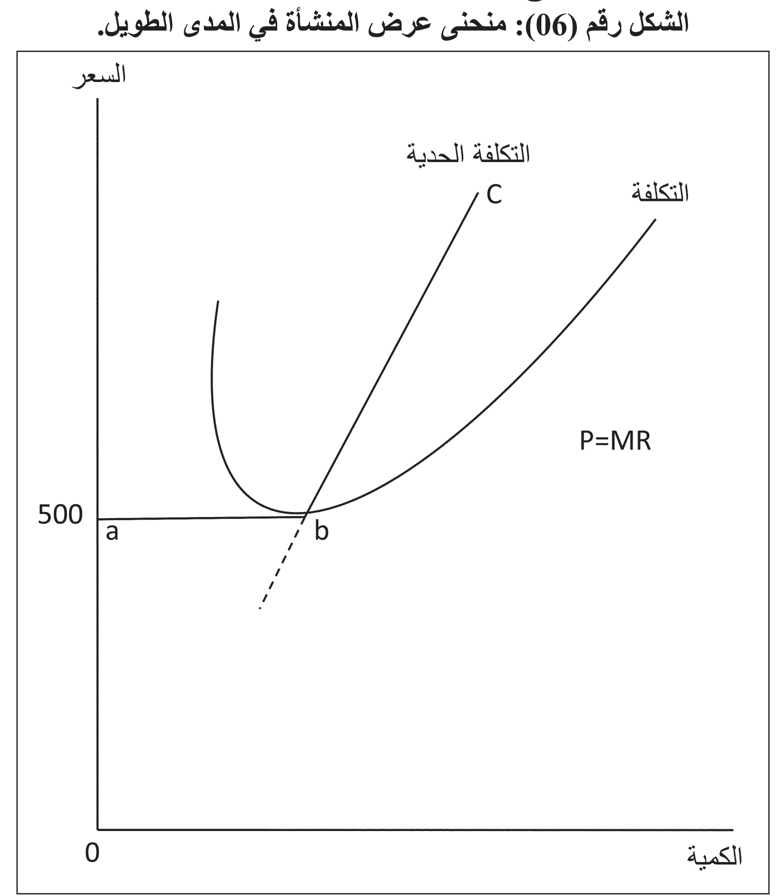
في المدى الطويل فإننا سنناقش منحنى عرض المؤسسة وكذا السوق ثم نطرح توازن كيفية تحقيق التوازن في المدى الطويل.

4-1- منحنى عرض المنشأة التنافسية في المدى الطويل: إن منحنى عرض المنشأة التنافسية في الفترة الطويلة يتمثل بالجزء الواقع فوق معدل إجمالي التكاليف ATC، أي أن (P>ATC)، فإن المنتج يستمر في الإنتاج ما دام السعر يغطي معدل إجمالي التكلفة أو أكثر من ذلك، أي ما دام هناك أرباح اعتيادية أو غير اعتيادية، ولكن إذا انخفض السعر عن معدل إجمالي التكلفة عن سعر الخروج ، فإن المنتج سيتخذ قراره بالخروج من النشاط، وذلك لاعتقاده بأن الوضع في السوق سيبقى كذلك في المدى الطويل، أي أنه سيواجه خسارة، والشكل (06) يوضح أن المنتج سيواصل الإنتاج ما دام سعر السوق 500 دينار فأكثر. وهذا يعني أن المنتج يتحرك على منحنى التكلفة الحدية ابتداء من نقطة b.

أما إذا انخفض سعر السوق عن 500 دينار، وأنه سيبقى كذلك في المستقبل، فإن المنتج سيتخذ قراره بالتوقف الكامل

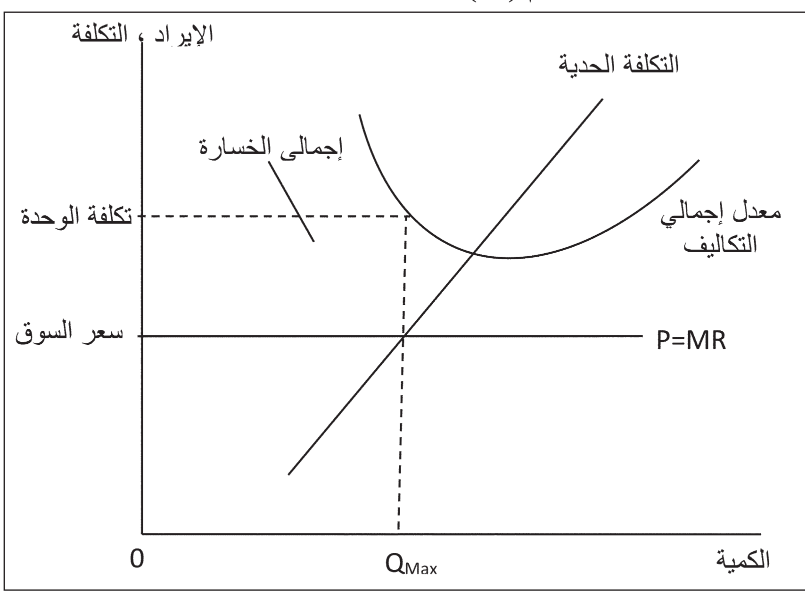
والخروج بصورة نهائية من هذا الحقل في النشاط الاقتصادي. وبهذا يكون منحنى عرض المنشأة في المدى الطويل هو oabc. وإذا ما لاحظ رجل أعمال ما أن سعر السوق أكبر من معدل إجمالي التكاليف، فإنه سيتخذ قراره بالدخول إلى النشاط كمنتج جديد، أي عندما، دخول منتجين جدد P>ATC.

الشكل رقم (06): منحنى عرض المنشأة في المدى الطويل.



أما عندما يكون سعر السوق الذي يبيع به المنتج أقل من معدل إجمالي التكلفة فإن المنتج سيواجه خسارة في الوحدة الواحدة متمثلة بالمسافة العمودية بين معدل إجمالي التكلفة والسعر عند مستوى إنتاج أدنى خسارة Q_{Min}، وبذلك تكون إجمالي أدنى خسارة هي مساحة المستطيل المبين في الشكل أسفله.

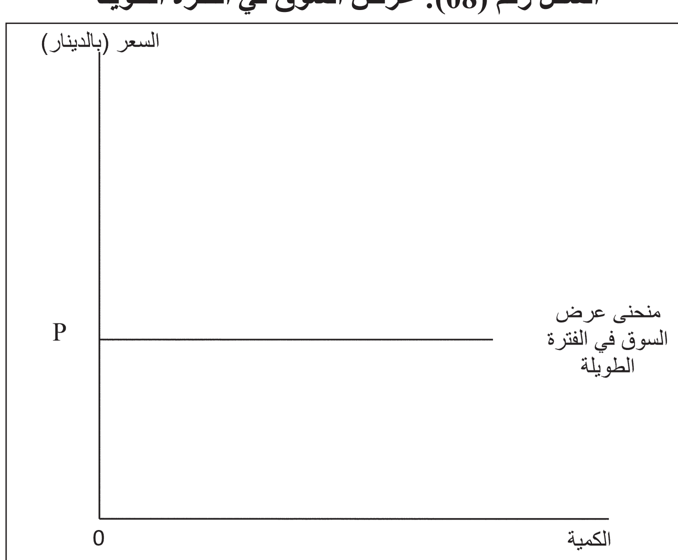
الشكل رقم (07): المنشأة ومواجهة الخسارة



4-2- منحنى عرض السوق في الفترة الطويلة: إن الدخول إلى نشاط ما والخروج منه سيتوقف عندما يتساوى السعر مع معدل إجمالي التكلفة(P=ATC)، وهذا يعني أن المنشأة تعمل عند النطاق الكفؤ وأن السعر في السوق هو سعر واحد مهما اختلفت الكميات المنتجة والمعروضة في السوق، وبذلك سيكون منحنى عرض السوق في المدى البعيد أفقيا، أي ذو مرونة لا نهائية، كما هو مبين في الشكل (08). وهو المجموع الأفقي لمنحنيات التكلفة الحدية، وأن منحنى العرض في السوق يعبر عن العلاقة الإيجابية بين السعر والكمية، فهو ذو ميل موجب.

كما أن دخول منشآت جديدة إلى النشاط، بسبب تحقيق أرباح اقتصادية من قبل المنشآت الموجودة أصلا في النشاط، سيقود إلى زيادة في العرض، وهذا يعني انخفاض سعر السوق وعودة إلى المستوى الذي تصل فيه الأرباح الاقتصادية لدى المنشأة إلى الصفر، وذلك عند المستوى الذي يكون فيه السعر مساويا لأدنى معدل إجمالي تكلفة.

الشكل رقم (08): عرض السوق في الفترة الطويلة



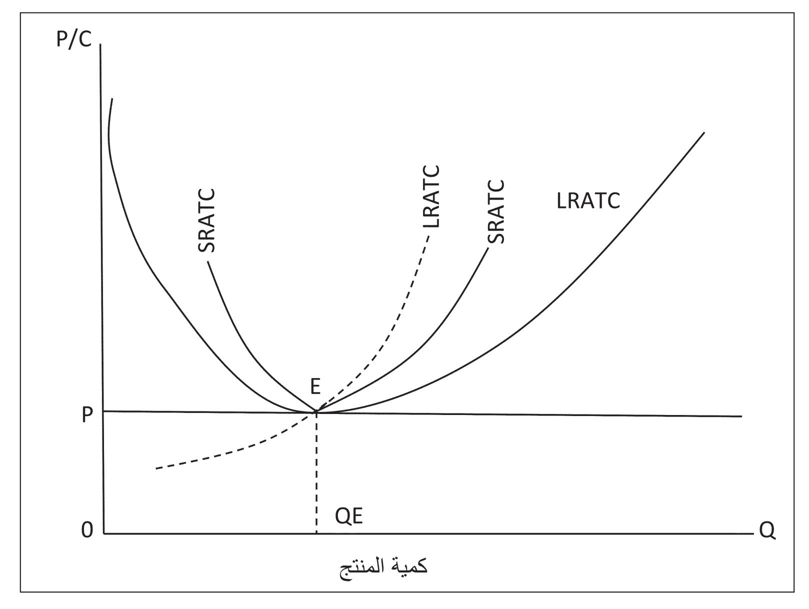
أما لو انخفض السعر في السوق عن معدل إجمالي التكلفة، وأن المنتجين توقعوا، إن هذا الانخفاض في السعر سيدوم في المستقبل، فإن هذا الوضع سيدفع بعض المنتجين باتخاذ قرار التوقف الكامل عن الإنتاج والخروج من النشاط. وهذا يعني قلة في العرض ومن ثم فإن كمية القمح المعروضة في السوق ستنخفض. ويترتب على ذلك، ارتفاع في سعر السوق من جديد. ويستمر الخروج من النشاط إلى الحد الذي يحقق فيه المنشآت المتبقية في النشاط أرباحا اقتصادية مساوية إلى الصفر.

4-3- تحقيق التوازن للمؤسسة المتنافسة في الفترة الطويلة: في المدى الطويل، تستطيع المؤسسة إحداث التغيير في طاقتها الإنتاجية من خلال تغيير مدخلات الإنتاج من آلات جديدة ومباني ومواد خام وغير ذلك، واختيار حجم المصنع الذي يحقق المستوى المثالي للمنتج عند أدنى نقطة على منحنى متوسط التكلفة الكلية في المدى الطويل (LRATC). ونظرا لحرية دخول المؤسسات إلى الصناعة أملا في تحقيق الأرباح، وخروجها منها إذا استمرت في تحقيق الخسائر، فإن وضع المؤسسة التنافسية في المدى الطويل سيحقق لها التوازن حينما يصبح

سعر الوحدة المنتجة والمباعة مساويا لمتوسط التكلفة الكلية وتكون الأرباح صفرا (والخسائر تساوي صفرا).



الشكل رقم(09): توازن المؤسسة التنافسية في المدى الطويل.



يتضح من الشكل أعلاه أن:

- نقطة التوازن E هي أدنى نقطة على منحنى LRATC ومنحنى SRATC؛
- السعر يساوي كلا من التكلفة الحدية والإيراد الحدي ومتوسط التكلفة الكلية والإيراد المتوسط P=MC=ATC=MR=AR؛
- لا تتحقق أية أرباح عند نقطة التوازن.

تجدر الإشارة أن التوازن طويل الأمد للمؤسسة في ظل المنافسة الكاملة يتحقق في النقطة التي يتساوى عندها السعر مع الحد الأدنى لمتوسط التكلفة الكلية في المدى البعيد (P=LARTC). وعند نقطة التوازن (E) يتساوى أيضا متوسط التكلفة الكلية في المدى الطويل مع متوسط التكلفة الكلية في المدى القصير (LRATC=SRATC) في أدنى حد لهما. كما تتساوى أيضا التكلفة الحدية في المدى الطويل مع التكلفة الحدية في المدى القصير (LRMC=SRMC).

وبعبارة أخرى، فإن: السعر= التكلفة الحدية= الإيراد الحدي= متوسط الإيراد= متوسط التكلفة الكلية في المدى الطويل والمدى القصير.

أي أن: P=MC=MR=AR=LRATC=SRATC. ويمكننا تحليل شروط التوازن في المدى الطويل على النحو التالي:

أ- السعر= متوسط الإيراد (P=AR)، أي أن الإيراد الكلي= السعر X الكمية (P.Q) مما يعني $P = AR = \frac{P.Q}{Q}$.

ب- السعر= الإيراد الحدي (P=MR)، لأن منحنى الطلب للمؤسسة التنافسية هو خط أفقي، ومرونته لا نهائية.

ج- السعر= التكلفة الحدية في المدى البعيد والتكلفة الحدية في المدى القصير(P=LRMC+SRMC)، مما يدل على أن إنتاج المؤسسة يحقق للمجتمع الاستغلال الأمثل لموارده النادرة، أي إن الإنتاج يتم بكفاءة اقتصادية.

د- حينما يتعادل السعر مع التكلفة الحدية ومتوسط التكلفة الكلية في المدى البعيد، فهذا يدل على أن المنحنيين قد تقاطعا في أدنى نقطة على منحنى متوسط التكلفة الكلية في المدى الطويل(P=MC=LRATC). أما إنتاج المؤسسة فيتميز بكفاءة إنتاجية أو فنية لأنها تنتج أكبر كمية ممكنة من المنتج بالموارد المتيسرة لديها.

هـ- إن الوضع التوازني للمؤسسة التنافسية في المدى الطويل لا يحقق لها أية أرباح اقتصادية (غيرعادية)، والتي تمثل عائدا على مواردها المستثمرة يفوق ما يمكن الحصول عليه فيما لو استثمرت في أفضل مشروع بديل.

ثانيا: سوق الاحتكار التام

تعود بداية تحليل الاحتكار إلى أغوسطين كورنو (1801-1877)، والذي كان أول من ذكر شروط تحقيق المحتكر لأقصى ربح. ومن أوائل المؤلفين الذين حللوا الاحتكار الملزم للطرفين ألفريد مارشال وأدجوورث. إن فكرة الاحتكار

الأحادي اعتبرت ولفترة طويلة تجريبية، وأصبحت أكثر شيوعا بعد 1945 بسبب برامج تأميم القطاعات الأساسية في العديد من البلدان وبسبب تسارع حركة تمركز المؤسسات.

سوق الاحتكار التام هو شكل آخر من مكونات هيكل السوق الذي تعمل فيه مؤسسات الأعمال. حيث يوجد الاحتكار التام حينما يقوم منتج واحد فقط أو بائع واحد فقط للخدمة أو السلعة في السوق. المحتكر هو المنتج الوحيد في السوق لسلعة أو خدمة لا بديل لها، وأن وجود عوائق أمام الآخرين في الدخول إلى نشاط ما هو السبب الرئيسي في ظهور الاحتكار. وهذه العوائق تأتي من مصادر ثلاث هي: امتلاك الموارد الطبيعية أو انخفاض التكلفة أو امتياز تمنحه الحكومة.

عموما تكون مؤسسة ما في وضع احتكاري عندما تبيع منتجا لا ينافسها فيه منافس مباشر، بالمفهوم الحصري. ومنه يوجد احتكار عندما:

- تكون المؤسسة وحدها في سوقها؛
- تكون مرونة الطلب التقاطعية على منتجها وسعر كل المنتجات الأخرى التي تم بيعها في الاقتصاد ضعيفة أوحتى معدومة (وضع الاحتكار يتجاوز التمييز البسيط بين المنتجات).

1-أسباب ظهور الاحتكارات:

يفسر وجود مؤسسة محتكرة بما يلي:

- الحصول وبشكل مميز على المواد الأولية أو وجود تكاليف ثابتة مرتفعة جدا (بناء مراكز ذرية مثلا) لا تترك مكانا لمؤسستين في السوق؛
- قوانين دولة (الاحتكار المشروع) توجه إلى اقتراح أسعار إدارية لنشاط خدمة عامة (مؤسسة حكومية في وضع احتكار مثل الشركة الوطنية للسكك الحديدية في فرنسا)؛
- وجود حدود عند الدخول كامتياز مطلق يتعلق بالتكاليف، الاقتصاديات السلمية التي يتم الحصول عليها فوق حجم معين حرج، نشاط يتطلب

حاجات كبيرة من الرأسمال، وجود تميز يحمي اختراعا، سياسة متقدمة جدا في مجال تمييز المنتجات. ويوجد أيضا حواجز مالية كأن ترفض البنوك أن تقرض أموالا لمنتجين محتملين إذا قيمت أن النشاط الذي يريدون المباشرة فيه لا مستقبل له أو أنه يتضمن مخاطرا؛

- وضع الاحتكار الطبيعي: للمؤسسة تكاليف متناقصة من أجل أي مستوى من الإنتاج. فبينما في الوضع الأكثر شيوعا تكون التكلفة في المؤسسة متناقصة في البداية ثم متزايدة. يمكن أن يكون لبعض المؤسسات، في بعض الفروع، معدل تكلفة متناقص بصورة مستمرة. وفي هذه الحالة سيكون للمؤسسة الموجودة في السوق من قبل تكلفة أدنى من التكلفة لمؤسسة داخلة محتملة.

رغم هذا نقول أن أي مؤسسة ما لا تكون أبدا في وضع احتكار بصورة كلية بما أنه يوجد دائما سلع أو خدمات قابلة للإحلال. وهكذا يجب على مؤسسة مثلا تحتكر السكك الحديدية أن تتحمل منافسة المواصلات البرية أو الجوية.

2-خصائص الاحتكار التام:

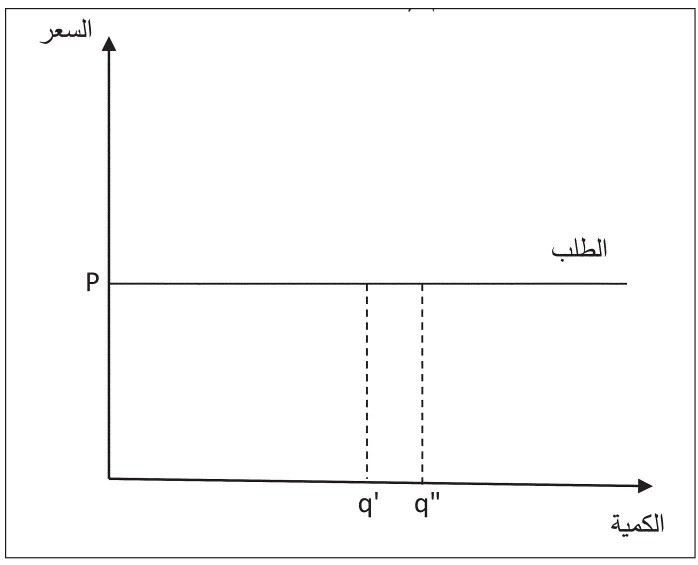
- وجود مؤسسة واحدة (بائعة أو منتجة) في السوق بدون أي منافسة؛
- عدم توفر بدائل جيدة للسلعة التي تنتجها المؤسسة الاحتكارية؛
- وجود عوائق مختلفة تمنع دخول مؤسسات جديدة إلى السوق كالعوائق القانونية، حينما تمنح الحكومة وضعا احتكاريا لبعض الشركات ذات الامتياز لإنتاج سلعة أو خدمة معينة.

3- الفرق بين المنافسة والاحتكار:

على خلاف المنافسة المطلقة والكاملة، يجب على المحتكر الذي ينوي بيع وحدة إضافية أن ينقص من السعر الذي يتلقاه لكل وحدة مباعة. بحيث إذا زاد المحتكر من سعره فإنه يفقد جزءا من زبائنه وليس كلهم. إن قدرته في السوق محدودة بدرجة مرونة طلبه.

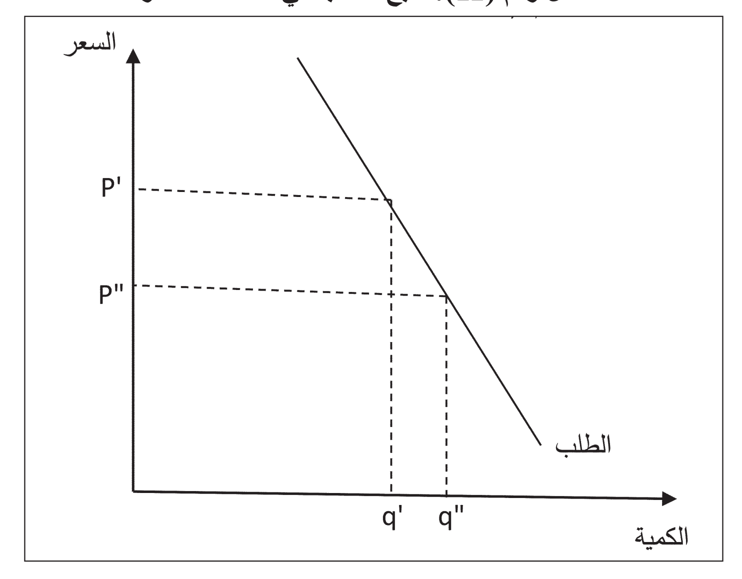


الشكل رقم (10): تابع الطلب في حالة المنافسة



في منافسة مطلقة وكاملة يكون الطلب الموجه إلى المؤسسة أفقيا. ويتم البيع بسعر يكون من وجهة نظر المنتج منعزلا مستقلا عن الكميات المنتجة.

الشكل رقم (11): تابع الطلب في حالة الاحتكار



تؤدي زيادة الكميات المنتجة من 'q إلى "q إلى انخفاض الأسعار من 'P إلى "P. بحيث إذا أراد المحتكر أن يبيع المزيد من منتجه يجب عليه أن يخفض

من سعر البيع. ففي وضع احتكاري يكون منحنى طلب المؤسسة هو منحنى طلب كل النشاط (أي منحنى ذو ميل سالب). ويكتب الإيراد الإجمالي (R_t) للمحتكر كما يلي:

$$R_t=P.q$$

ومنه:

$$R_m=dR_t/dq=P+q(dP/dq)= P(1+1/e)$$

- مع e: مرونة السعر؛
- في وضع تنافسي كامل: $dP/dq=0$ ومنه $R_m=P$؛
- في وضع احتكاري: $dP/dq\neq0$، بل أن $dP/dq<0$ (تناقص منحنى الطلب) ومنه : $R_m=dR_t/dq=P+q(dP/dq)$ يكون الإيراد الحدي للمحتكر أقل دائما من السعر مهما كان مستوى الإنتاج. وكلما زادت الكميات المنتجة كلما كان الفارق بين R_m وP كبيرا. وتفسر هذه النتيجة بصورة حدسية-بأنه عندما تخفض سعر وحدة إضافية يجب تخفيض سعر كل الوحدات السابقة.

4- أنواع الإحتكار:

يتميز الإحتكار بتعدد صوره سنحاول أن نوجز أهمها في العناصر التالية:

4-1- الاحتكار المتعدد المنشآت: يفترض فيه أن المحتكر يبيع منتجاته في سوق واحد لكن انطلاقا من منشآت مختلفة لا تملك نفس بنى التكاليف. فإذا فكرنا على مستوى مصنعين، يواجه المحتكر مشكلة توزيع إنتاجه بين منشأتين رقم 1 ورقم 2، مع العلم أن q_1 وq_2 هو إنتاجها بالترتيب. حيث يكتب الإيراد الإجمالي:

$$R_t= P.(q_1+q_2) =f(q_1.q_2)$$

التكاليف الكلية: $C_{t1}= C_{t1}(q_1)$ ، $C_{t2}= C_{t2}(q_2)$

$C_{t1}\neq C_{t2}$ عندما يكون $q_1=q_2$

نكتب الإيرادات التكاليف : $f(q_1,q_2)-C_{t1}(q_1)-C_{t2}(q_2)$

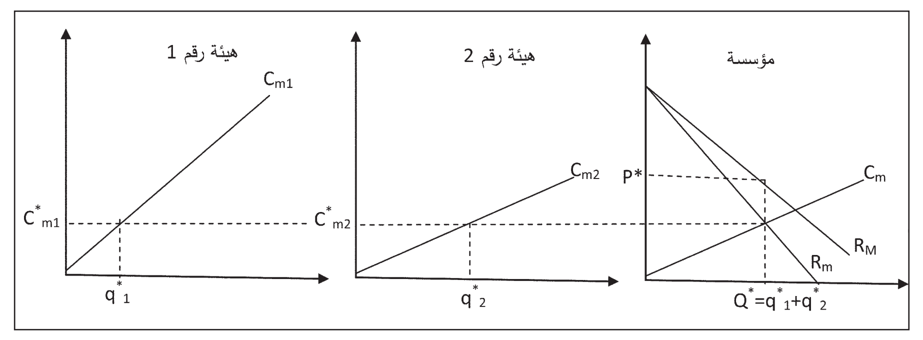
يبلغ الربح أقصاه إذا كان: $\partial\pi/\partial q_1=\partial f/\partial q_1-C''_{t1}=0$

$\partial\pi/\partial q_2=\partial f/\partial q_2-C''_{t2}=0$

نحصل على: $C''_{t1}=\partial f/\partial q_1 \Leftrightarrow C_{m1}=R_m$

$C''_{t2}=\partial f/\partial q_2 \Leftrightarrow C_{m2}=R_m$

الشكل رقم (12): احتكار مع منشأتين



التكلفة الحدية للمؤسسة (C_m) هو المجموع الأفقي لـ C_{m1} وC_{m2}. حيث يتطلب قانون تحقيق أقصى ربح أن تكون التكلفة الحدية لكل منشأة مساوية للإيراد الحدي الإجمالي للمؤسسة.

4-2- إحتكار الشراء:

أ - **تقديم**: يتميز احتكار الشراء بسوقا في وضع يتواجه فيه المشتري الوحيد (احتكار الشراء) مع عدد كبير من البائعين (عرض قابل للتجزئة). إذا كنا في وضع يكون فيه عدد البائعين محدودا فإن الاحتكار الثنائي أو احتكار الشراء يصبح مفروضا وفق ما إذا كان المشتري الوحيد يواجه عددا كبيرا من البائعين (عرض مجزأ). يمكن أن يكون ظهور محتكر للشراء مرتبطا:

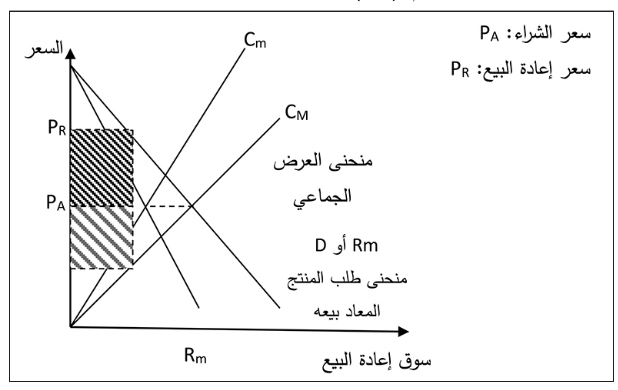
-إجراء تشريعي (احتكار الشراء يخوله القانون)؛

- طبيعة السلعة أو الخدمة التي لا تهم سوى مشتري فريد (معدات عسكرية)؛

- عزلة سوق (وجود مستخدم واحد أو محصل واحد للمنتجات الزراعية في منطقة معينة)؛
- اتفاق بين المشترين (إنشاء جمعية للشراء).

ب - **وضع الاحتكار المزدوج**: في الحالة الأكثر شيوعا نعتبر أن محتكر الشراء يشتري مجمل إنتاجه ليعيد بيعها في سوق آخر. يمكننا إذا أن نحدد على سوق الشراء هذا طلبا متناقصا وإيرادا حديا. ففي سوق احتكار الشراء (سوق موجه إلى الشراء)، لا يكون السعر معلومة غير متغيرة بالنسبة للمؤسسة. ويمثل منحنى العرض الجماعي السعر الوسطي الذي يجب على محتكر الشراء الأحادي أن يدفعه لكل كمية مشتراة. يمثل هذا المنحنى تكلفته الوسطية (C_M) التي يمكننا أن نستنتج منها منحنى التكلفة الحدية. كما يحقق محتكر الشراء الأحادي أقصى ربح بأن يشتري حتى يصبح إيراده الإجمالي مساويا لتكلفته الحدية. يشير منحنى الطلب من أجل كمية التوازن-السعر الذي يباع به المنتج ومنحنى العرض يشير إلى سعر شراء المنتج من طرف محتكر الشراء.

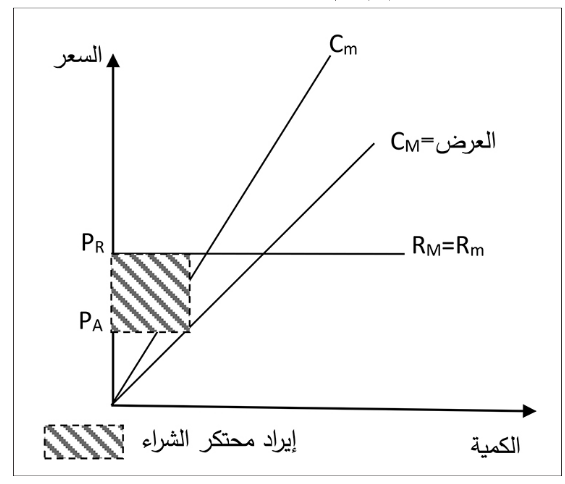
الشكل رقم (13): توازن محتكر الشراء:



يفترض هذا التمثيل أن محتكر الشراء لا تكاليف لديه سوى تلك المرتبطة بشراء المنتج.

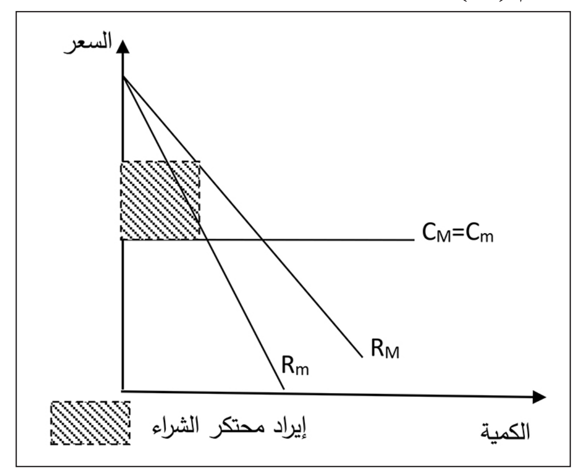



الشكل رقم (14): توازن محتكر الشراء:



محتكر الشراء في وضع تنافسي في سوق نهائي: في هذه الحالة، يفقد محتكر الشراء احتكاره في سوق إعادة الشراء.

الشكل رقم (15): محتكر الشراء وهو يواجه سعر شراء مفروض



في هذه الحالة، لا يكون محتكر الشراء في وضع قوة في سوق شراء المنتج.

مثال: تملك مؤسسة معامل طاقة حرارية (التي تنتج كهرباء باستخدام الفحم). ويباع الإنتاج الذي يتم الحصول عليه لمشتري وحيد الذي يتكفل بالتوزيع. لمواجهة تحرير السوق الذي منحته السلطات أهمية كبيرة، وتدافع

السلطات على فرضية المشتري الوحيد، وتسمح هذه النظرية برأيهم باعتماد سياسة خاصة بالطاقة لأمد طويل بأن تحافظ على تكافؤ المعاملة مع الزبائن.

4-3- الاحتكار الثنائي: نتحدث عن احتكار ثنائي عندما تملك المؤسسة احتكارا على إنتاجها ولا يوجد في السوق سوى مشترٍ وحيد (الاحتكار عند الشراء أو احتكار الشراء). وخلافا لوضع الاحتكار المزدوج فإن محتكر الشراء لا يواجه عدة عارضين، بل يواجه عارضا واحدا.

أ - **أهداف الفاعلين**: يهدف محتكر الشراء إلى إلغاء إيراد محتكر الشراء الذي يبيع بسعر أعلى من التكلفة الحدية للتوازن. فيحاول محتكر الشراء أن يفرض سعرا يعادل التكلفة الحدية للتوازن كما هو الحال في وضع يتنافس فيه عدد كبير من البائعين. فمن جهته يرمي محتكر البيع إلى إلغاء إيراد محتكر الشراء (الذي يشتري بسعر أقل من إيراده الحدي). يحاول أن يفرض سعرا يساوي الإيراد الحدي وكأنه يوجد عدد كبير من المشترين الذين يقبلون السعر الذي يفرضه السوق.

ب - **توازن غير محدد**: إن أهداف محتكر الشراء ومحتكر البيع تكون في البداية متنافرة. وبداية تكون نتيجة مواجهتهما غير محددة على مستوى السعر وعلى مستوى الكمية المتبادلة. ينتج توازن السوق من علاقة قوة ترتكز على عوامل:

- **تقنية**: طاقة تخزين البائع، إمكانية تأجيل المشتري لطلبياته.
- **نفسية**: تهديدات، إمكانية التفاوض أو تحمل حرب أعصاب.
- **مالية**: إمكانية إخضاع المنافس قبل أن تصبح سيولته ضعيفة جدا.

5- إيراد المحتكر:

إن الاحتكار مختلف عن المنافسة، ويترتب على هذا الاختلاف اختلافا في السعر والكمية والربح. حيث أن المنتج في المنافسة آخذ للسعر بينما في الاحتكار صانع للسعر، والمنتج في الاحتكار يتمتع بقوة سوقية بينما لا يتمتع

المنتج في المنافسة بأي قوة. وأن منحنى الطلب الذي يواجه المنتج في المنافسة هو خط موازي للمحور الأفقي، بينما نرى أن منحنى الطلب الذي يواجه المحتكر سالب الانحدار. وإذا كان الإيراد الحدي مساويا إلى السعر في المنافسة، فإن الإيراد الحدي أقل من السعر في حالة الاحتكار.

الجدول أسفله يعرض لنا إجمالي الإيراد ومعدل الإيراد والإيراد الحدي، فالعمود الأول والثاني يعبران عن جدول الطلب الذي يواجهه المحتكر، حيث العلاقة العكسية القائمة بين السعر والكمية المطلوبة، فعندما تكون الكمية المباعة وحدة واحدة فقط، فإن السعر هو 12 دينارا ولبيع وحدتين على المحتكر أن يخفض السعر إلى 11 دينار، وهكذا.

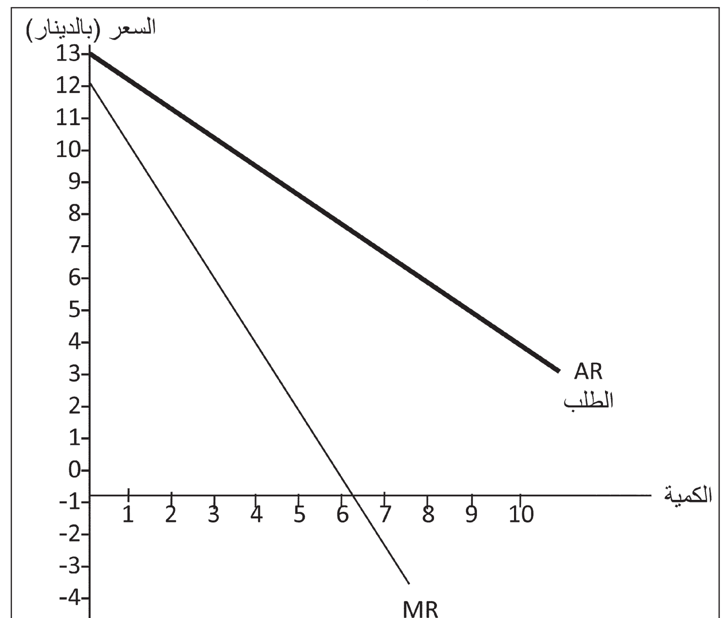
الجدول رقم (03): إيراد المحتكر.

الكمية المباعة	االسعر	الإيراد الاجمالي	الإيراد المتوسط	الإيراد الحدي
X 0	= 13	0	-	
1	12	12	12	12
2	11	22	11	10
3	10	30	10	8
4	9	36	9	6
5	8	40	8	4
6	7	42	7	4
7	6	42	6	0
8	5	40	5	-2
9	4	36	4	-4
10	3	30	3	-6

وبضرب الكمية بالسعر نحصل على إجمالي الإيراد، وهذا يعني أن بقسمة إجمالي الإيراد على عدد الوحدات المباعة، نحصل السعر أو متوسط الإيراد، كما مبين في العمود الرابع، وفي العمود الخامس نحصل على الإيراد الحدي للمحتكر، وهو مقدار الإيراد الذي يستلمه المحتكر عن بيع وحدة إضافية واحدة، فهو إذن التغير في إجمالي الإيراد المترتب عن زيادة في المبيعات من المنتج بمقدار وحدة واحدة. فزيادة الكمية المنتجة والمباعة من 3 إلى 4 وحدات مثلا يؤدي إلى زيادة في الإيراد من 30 إلى 36 دينارا، وهذا يعني أن الإيراد الحدي هو 6 دنانير.

ومما يلاحظ عن الإيراد الحدي في حالة الاحتكار بأنه أقل من السعر (متوسط الإيراد) دائما، وبمقارنة الإيراد الحدي في المنافسة مع الإيراد الحدي في الاحتكار نرى أن الإيراد الحدي في حالة المنافسة ثابتا بينما نراه متناقصا في حالة الاحتكار. الشكل أسفله يعرض لنا منحنى الطلب الذي يواجهه المحتكر والإيراد الحدي الذي يحققه من بيع وحدة إضافية. فكلا المنحنيين يرتبطان بالكمية المباعة بعلاقة عكسية، ونلاحظ جليا أن منحنى الإيراد الحدي يقع تحت منحنى الطلب أو معدل الإيراد.

الشكل رقم (16): إيراد المحتكر.



1-5- تحقيق أقصى ربح: لا يستطيع المحتكر أن يختار سعر المدخل بشكل مستقل. ومن أجل سعر معين لا يستطيع أن يبيع سوى الكميات التي يقبلها السوق.

يكتب ربح المحتكر: $\pi=R_t-C_t$

عند النقطة المثلى: $d\pi/dq=R'_t-C''_t= 0 \Leftrightarrow R_m=C_m$

الإيراد الحدي يساوي التكلفة الحدية (هذا الشرط صحيح دائما) عندما يكون المنحنى R_m متناقصا والمنحنى C_m متزايدا.

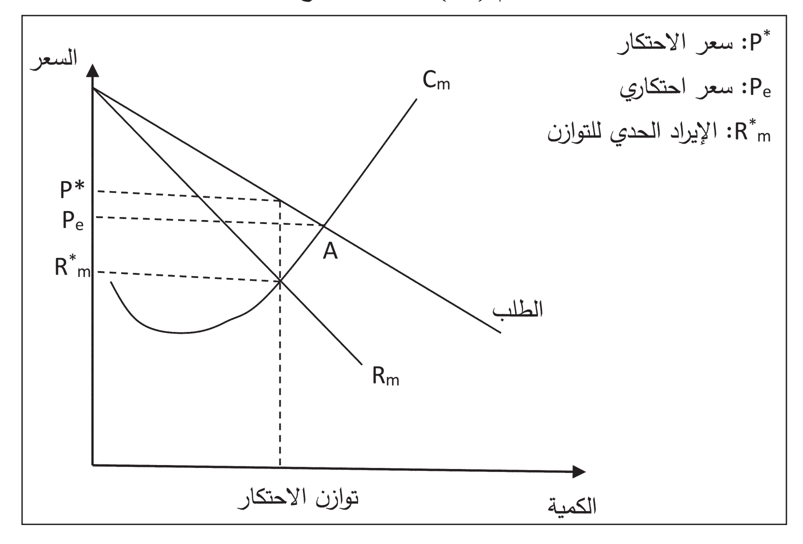
$d^2\pi/dq^2= R''_t-C''_t<0 \Leftrightarrow R''_t<C''_t$.

ويستطيع المحتكر أن يزيد ربحه بأن يزيد إنتاجه ويدوم ذلك ما دام الإيراد الإضافي المحصل عليه (R_m) أكبر من التكلفة الإضافية التي يتحملها المحتكر (C_m).

تبرهن النظرية الاقتصادية الخاصة بالمؤسسة أنه لا مصلحة للمحتكر في أن ينتج بأقصى إمكانياته الإنتاجية لكنه إذا أراد أن يحقق أقصى ربح يجب عليه أن ينتج حتى النقطة التي يكون فيها: $C_m=R_m$

فإذا كان المحتكر يقوم بدور الاحتكار المطلق والكامل فإنه سينتج كمية أكبر بسعر أدنى (النقطة A على في الشكل (17)). حيث يساوي إيراد المحتكر الفرق بين ربح المحتكر والربح التنافسي. ويستخدم جزء من هذا الإيراد من طرف المحتكر ليدعم هيمنته على السوق (على شكل نفقات الإعلان أو البحث).

الشكل رقم (17): توازن إنتاج الاحتكار



نستنتج أن توازن الاحتكار يؤدي إلى تقننة السوق وإلى تحديد سعر أعلى بكثير من التكلفة الحدية. وهذا الوضع له تأثير سلبي على المستهلك.

2-5- الإيراد الحدي للمحتكر:

يبلغ الإيراد الإجمالي أقصاه في نقطة يكون فيه الإيراد الحدي معدوما.

$R_m=dR_t/dq=P+q(dP/dq)=P(1+1/e)=0$

يجب إذاً أن يكون: $e=-1$ (المرونة الأحادية).

مثال: إذا كان: $P=aq+b$ (علاقة خطية) ومنه: $R_t=Pq=aq^2+bq$

ويبلغ هذا الإيراد أقصاه عندما يكون:

$D(R_t)/dq=0 \Leftrightarrow d(aq^2+bq)/dq \Leftrightarrow 2aq+b=0$

$\Leftrightarrow q= -b/2a$

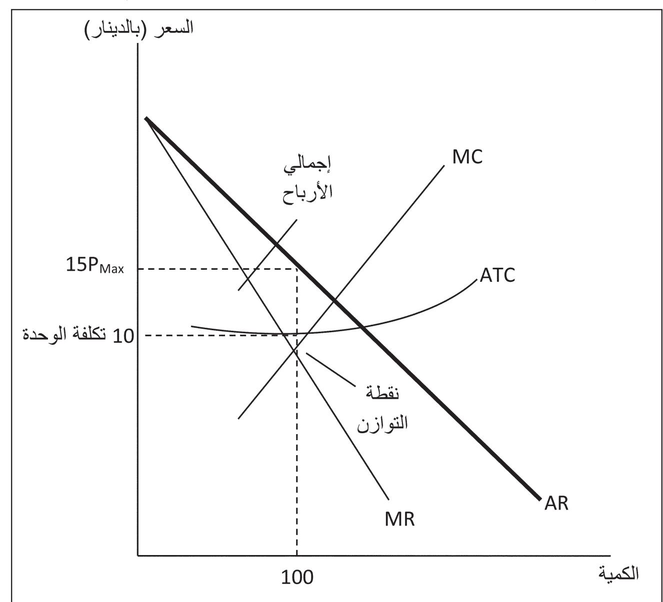
نتحقق من أن: $\frac{dq/q}{dP/P} = -1$ إذا $a \Leftrightarrow d(Rt)/dq= 0=-\frac{aq+b}{q}$

$\Leftrightarrow qa=-aq-b \qquad q=-b/2a$

6- توازن المؤسسة الاحتكارية في المدى القصير:

توازن المنشأة الاحتكارية وتحقيق أقصى الأرباح يتحقق عند تساوي الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية (MR =MC) وهو نفس شرط توازن المنشأة التنافسية، وعند تحقق التوازن تتحدد الكمية والسعر. ففي الشكل أسفله نرى أن حالة توازن المحتكر تتحقق بتقاطع منحنى MR مع منحنى MC، وأن الكمية التوازنية قد تحددت بمقدار100 وحدة والسعر التوازني بمبلغ 15 و مثلا. علما بأن تقاطع منحنى الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية يعني أن الربح الحدي يساوي صفر، أي أن إجمالي الأرباح قد وصل إلى أقصى قيمة له وبذلك تعتبر الكمية التوازنية هي الكمية المعظمة للأرباح، وكذلك السعر التوازني هو الآخر السعر المعظم للأرباح.

الشكل رقم(18): توازن المحتكر وتحقيق أقصى أرباح في الاجل القصير



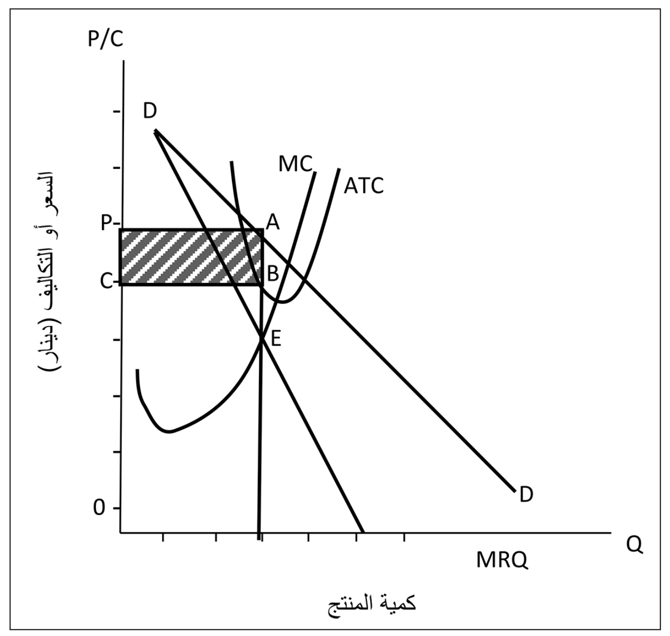
الشكل يبين لنا كيف يتم حساب الأرباح، فإن كان السعر الذي تباع به الوحدة الواحدة 15 ون، وتكلفة الوحدة الواحدة هي 10 ون مثلا، فإن الربح في الوحدة الواحدة هو 5 ون، والربح في الوحدة الواحدة هو الفرق بين السعر وتكلفة الوحدة والمعبر عنه بالمسافة العمودية بين السعر والتكلفة عند إنتاج 100 وحدة، أما إجمالي الأرباح فهو حاصل ضرب الربح في الوحدة الواحدة بالكمية المنتجة والمباعة، أي (100=5.500)، والمعبر عنه بمساحة المستطيل المظلل.

في الأسواق الاحتكارية تسعى كل مؤسسة إلى تعظيم ربحها (أي تعظيم الفرق بين إيراداتها الكلية وتكاليفها الكلية) عن طريق بيع كمية المنتج التي تحقق المساواة بين الإيراد الحدي والتكلفة الحدية (MR=MC). ويعتبر الطلب على سلعة المحتكر هو نفسه طلب السوق، وبالتالي فإن منحنى الطلب على السلعة المنتجة والمباعة هو خط ينحدر من أعلى إلى أسفل وإلى اليمين، وميله سالب. أما الإيراد الحدي للمحتكر فيكون دائما أقل من سعر بيع السلعة لأنه يتمتع بقوة احتكارية تجعله قادرا على التحكم بالسعر، إذ يقوم بتحديد سعر

البيع حسب الكمية المنتجة والمعروضة للبيع في السوق. لذا فإن منحنى الإيراد الحدي ينحدر من أعلى إلى أسفل وإلى اليمين، ويقع كليا خلف منحنى الطلب وميله سالب.

يبين الشكل أسفله توازن المحتكر في المدى القصير. ويلاحظ أن نقطة التوازن (E) هي التي تحقق المساواة بين الإيراد الحدي والتكلفة الحدية (MR=MC). أما كمية المنتج التي تعظم الربح فهي (OQ)، والتي تباع بسعر الوحدة (OP)، ومتوسط تكلفتها الكلية (ATC) هو OC أو QB. وحيث أن سعر البيع أكبر من التكلفة المتوسطة الكلية (OP>OC) فإن مساحة المستطيل المظلل PABC هي ربح المحتكر في المدى القصير، وبإمكان المحتكر أن يحقق ربحا أو خسارة في المدى القصير، شأنه في ذلك شأن المؤسسة التنافسية.

الشكل رقم (19): توازن المحتكر في المدى القصير.



يلاحظ من الشكل ما يلي:

- النقطة (E) هي التي تحقق توازن المحتكر وعندها يكون MC=MR؛

- OQ كمية المنتج التي تعظم الربح؛
- OP سعر بيع الوحدة؛
- OC=QB متوسط التكلفة الكلية؛
- ربح المؤسسة الاحتكارية هو مساحة المستطيل المظلل PABC.

فلو كان الطلب على سلعة المحتكر ضئيلا لدرجة كبيرة بالمقارنة مع متوسط التكلفة الكلية (ATC) فإنه سيحقق خسارة، أي حينما يكون متوسط التكلفة الكلية أكبر من السعر عند كل كمية منتجة (ATC>P). وفي هذه الحالة قد يستمر المحتكر في الإنتاج إذا كان السعر يغطي متوسط التكلفة المتغيرة (P>AVC). لكنه سيتوقف عن الإنتاج مؤقتا في المدى القصير إذا كان السعر يقل عن متوسط التكلفة المتغيرة (P<AVC). وبصفة عامة نستطيع القول بأن المؤسسة الاحتكارية تتمتع بالأرباح في المدى القصير لأنها تستطيع السيطرة في السوق على الكمية المنتجة مع تحديد السعر.

7- توازن المحتكر في المدى الطويل:

ينشأ الاحتكار التام في حالة واحدة فقط وهي وجود مؤسسة واحدة فقط في السوق، وعدم دخول مؤسسات جديدة إلى السوق. وفي المدى الطويل تستطيع المؤسسة الاحتكارية اختيار حجم المصنع الذي يمكنها من زيادة الكمية المنتجة بأقل التكاليف لتحقيق أعظم قدر من الأرباح. أما نقطة التوازن فهي تلك التي تحقق التعادل بين التكلفة الحدية في المدى الطويل والإيراد الحدي (LRMC=MR)، عند المستوى الأمثل للإنتاج. لذلك فإن تحقيق الأرباح الاقتصادية للمحتكر في المدى الطويل يصبح أمرا ممكنا. أما تحقيق خسائر للمحتكر في المدى الطويل بصورة مستمرة فهو وضع غير طبيعي، لأنه سوف يحاول الخروج من سوق إنتاج السلعة وتصفية أعماله تدريجيا والتخلص من جميع التزاماته طويلة الأجل.

8- سياسات المحتكر:

سيتم التطرق إلى أهم السياسات التي ينتهجها المحتكر للزيادة في أرباحها ومن أهمها سياسة التنوع أو التميز في الأسعار وسياسة الإنتاج لأكثر من مشروع واحد.

8-1- سياسة التميز أو التنوع: التميز السعري هو عبارة عن فرض أسعار مختلفة لنفس السلعة في أسواق مختلفة. ومن الأمثلة على ذلك قيام شركة الكهرباء بتحديد سعر منخفض لاستهلاك الكهرباء للمؤسسات الصناعية، وسعر مرتفع للاستهلاك المنزلي. وتخفيض الرسوم للمكالمات التي تحدث خلال ساعات النهار. كما أن شركات الطيران ووكلاء السفر والسياحة يفرضون سعرا منخفضا للسياح في مواسم معينة يشمل أسعار التذاكر وتكلفة الإقامة في الفنادق. أما الغاية من التميز السعري فهي حصول المحتكر على أرباح عالية نتيجة لتجزئته سوق السلعة بصورة فعالة، بعد الأخذ بعين الاعتبار اختلاف مرونة الطلب على السلعة في الأسواق الفرعية.

ويعتمد المحتكر في توزيع المبيعات على الأسواق الفرعية لتحقيق أعظم الأرباح على مبدأ التخصيص للسوق الذي يتطلب «تساوي الإيراد الحدي في جميع الأسواق الفرعية». فمثلا لو كان الإيراد الحدي في أحد الأسواق أكبر من الإيراد الحدي في سوق ثان، فإن المحتكر سيزيد أرباحه إذا نقل بعض حصص السلعة من السوق الثاني إلى السوق الأول.

وهناك بعض الشروط التي يجب توافرها في المؤسسة الاحتكارية لممارسة سياسة التميز السعري بفعالية، وأهمها ما يلي:

- أن يمتلك المحتكر قوة احتكارية في سوق السلعة أو الخدمة بحيث يستطيع رفع السعر لفئة معينة وتخفيضها لفئة أخرى بدون أن يخشى دخول منافسين جدد للسوق؛

- إمكانية تجزئة سوق السلعة إلى أسواق فرعية حسب المناطق الجغرافية أو مجموعات استهلاكية متعددة مصنفة حسب الدخل أو العمر أو الكمية المطلوبة؛
- اختلاف مرونات الطلب السعرية في الأسواق الفرعية وللمجموعات الاستهلاكية لذلك يستطيع المحتكر تحديد سعر مرتفع لمجموعة المستهلكين الذين يكون طلبهم على الخدمة أو السلعة غير مرن أو قليل المرونة، نظرا لعدم وجود بدائل جيدة للخدمة؛ وسعر منخفض نسبيا لذوي الطلب العالي المرونة. ومن الأمثلة على هذه الممارسات تخفيض سعر الكهرباء لأصحاب المستشفيات والمؤسسات الصناعية التي تمتلك مولدات كهربائية خاصة بها لأن طلبها على الكهرباء عالي المرونة؛ يعكس طلب أصحاب المنازل الذي يتميز بأنه غير مرن وتفرض عليهم أسعار مرتفعة لاستهلاك الكهرباء.

وكذلك فإن التمييز السعري واضح في شركات الطيران التي تبيع تذاكر الدرجة الأولى بسعر أعلى من سعر تذاكر الدرجة السياحية. هذا فضلا عن تحديد سعر منخفض لتذاكر الأطفال والأولاد الذين تقل أعمارهم عن سن معين؛

- عدم إمكانية إعادة بيع الخدمة أو السلعة بين المستهلكين أنفسهم، ومن الضروري أن تكون الأسواق الفرعية منفصلة عن بعضها البعض حتى لا يقوم بعض المستهلكين بشراء السلعة بسعر منخفض في أحد الأسواق لبيعها بسعر أعلى في سوق آخر؛ وبمعنى آخر يجب أن تكون تكلفة إعادة بيع السلعة مرتفعة جدا.

فلحد الآن بيع المحتكر للكمية التي ينتجها بسعر موحد إلى جميع المشترين، إلا أن المحتكر يستطيع في بعض الحالات بيع نفس المنتج بأسعار مختلفة إلى مختلف المجموعات من المشترين وذلك بهدف زيادة الأرباح، وهذا ما يعرف باسم التمييز السعري. ومن الأمثلة على هذه الممارسات بيع تذاكر السفر جوا بأسعار مخفضة للأطفال مقارنة بسعر التذاكر للكبار، وبيع تذاكر الدخول إلى الملاعب الرياضية بأسعار مخفضة للطلبة والأطفال، وكذالك دفع

رسوم جامعية منخفضة للطالب المواطن مقارنة برسوم الجامعة التي يدفعها الأجنبي في الجامعات الأمريكية مثلا.

للتمييز السعري ثلاث درجات هي: التمييز السعري من الدرجة الأولى والتمييز السعري من الدرجة الثانية وأخيرا التمييز السعري من الدرجة الثالثة. فيعرّف التمييز بأنه المطالبة بسعر مختلف لمختلف وحدات المنتج نفسه الذي يشتريه المستهلكون. وهكذا يستحوذ المنتج على جزء من فائض المستهلك. ولكي يكون هناك تمييز وفق الأسعار يجب أن يكون المحتكر قادرا على تحديد نوعين أو عدة أنواع من المستهلكين والذي تكون مرونات الطلب على منتجه مختلفة جدا.

توجد ثلاثة أشكال من التمييز:

-**الشخصي**: يمارس المحتكر أسعارا مختلفة وفق مكانة الشخص الذي يشتري.

-**مادي**: يميز المحتكر بين المستهلكين وفقا للكميات المشتراة.

-**جغرافي**: يستغل المحتكر عزلة الأسواق أو المسافة التي تفصل بينها ليقترح أسعارا مختلفة. عندما تحدد المؤسسة أسعارا تكون أقل في الأسواق الخارجية منها في السوق الداخلي.

أ - **شروط ظهور وتثبيت احتكارات تمييزية**: يمكن أن تتباين مرونة طلبات المشترين بسبب:

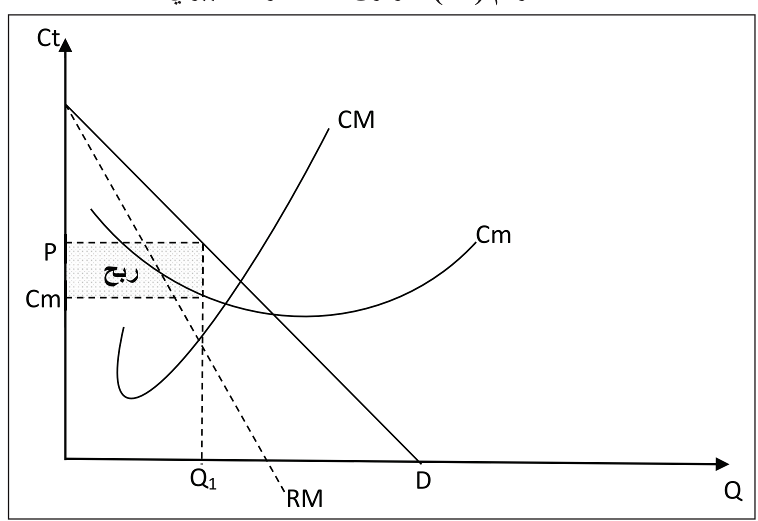
- الأذواق، فبعض المستهلكين مستعدين لدفع سعر أعلى للحصول على المنتج بسرعة (مثل الأفلام الحصرية)؛
- الفوارق على مستوى السلع القابلة للإبدال بين السوق الداخلي والأسواق الخارجية؛
- طبيعة المشترين (وهكذا تكون مؤسسة تنتج كهرباء محفزة على اقتراح تعريفة خاصة للصناعيين لتشجعهم على استخدام مصادر أخرى للطاقة).

- الدخل فمثلا في حالة فيلم سينمائي، يمكن للمؤسسة أن تحاول أن تحصل على زبائن غير ميسورين (طلاب) بأن تقترح تعريفات مميزة؛
- المؤسسة في وضع احتكار أو تنافس كارتل (اتحاد منتجين) (في حالة تنافس لا تتحكم المؤسسة في أسعار السوق).
- يجب أن تكون إعادة البيع بين المستخدمين مستحيلة (ومنه ينتج تمييز من خلال الأسعار التي تكون أسهل في حالة الخدمات التي تستهلك مباشرة). في الحالة المخالفة يشتري مضاربون في السوق الذي تكون فيه الأسعار متدنية لكي تعيد البيع في السوق الذي تكون فيه الأسعار مرتفعة، وهكذا يعيدون وحدة السعر في كل الأسواق.

ينتهج المحتكر سياسة تميز الأسعار من خلال فرض أسعار مختلفة على نفس المنتوج أو منتجات متجانسة على أكثر من فئة من المستهلكين أو أكثر من سوق واحد. تطبيق هذه السياسة يتطلب توفر الشرطين التاليين:

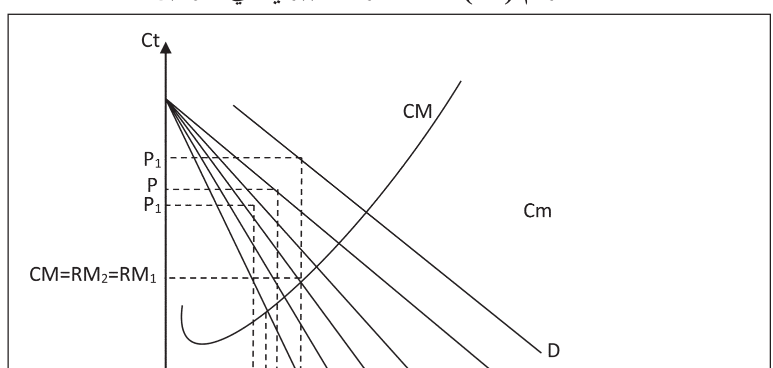
- أن تكون مرونة الطلب السعرية مختلفة للفئات المستهلكة للمنتوج.
- عدم السماح بإعادة بيع المنتوج.

الشكل رقم (20): توازن الاحتكار التمييزي



لتوضيح هذه الحالة وبافتراض أن المحتكر يبيع في سوقين مختلفين كما هو مبين في الشكل التالي:

الشكل رقم (21): الاحتكار التمييزي في سوقين



مثال: محتكر ما ينتج ويسوق السلعة (*Q*) حيث دالة الطلب السوقي هي: $P=100-2Q$، أما دالة التكاليف الإنتاجية فهي معطاة بالعلاقة التالية: $C_t=40Q+20$.

- أحسب الكمية والسعر واللذان يحققان لهذا المحتكر أعظم ربح ممكن؟

بهدف الزيادة في أرباحه قرر هذا المحتكر تسويق منتوجه إلى فئتين من المستهلكين حيث دالة الطلب للفئتين هما كما يلي:

الفئة الأولى: $Q_1= 32-0.4\ P_1$

الفئة الثانية: $Q_2= 18-0.1\ P_2$

- ما هي الكميات والأسعار ف السوقين وهل تحقق هذه السياسة أرباح أعلى على المستهلكين؟

الحل: الكمية والسعر اللذان يحققان أعظم ربح ممكن، لدينا دالة الإيراد الحدي:

$PQ= (100-2Q)Q$

$=100Q-2Q^2$

$RM = \frac{dP}{dQ} = 100\text{-}4Q$

التكلفة الحدية: $RM= CM= 100\text{-}4Q= 40$

الكمية : $Q= 15$ وحدة

الربح: $\pi=R\text{-}Ct$

$=70(15)\text{-} 40(15)\text{-}20$

$\pi=430$ و ن.

ب- حالة تنوع الأسعار:

- الإيراد الحدي للفئة (1):

$Q_1= 32\text{-}0.4 P_1 \Rightarrow P_1= 80\text{-}2,5Q_1$

$R_1 = P_1 Q_1 = (80\text{-}2,5Q_1) Q_1$

$= 80 Q_1\text{-} 2,5Q_1^2$

$R_1M = 80\text{-}5Q_1$

-الإيراد الحدي للفئة (2):

$Q_2 = 18\text{-}0.1 P_2 \Rightarrow P_2 = 180\text{-}10Q_2$

$R_2 = P_2 Q_2 = (180\text{-}10Q_2) Q_2$

$= 180 Q_2\text{-} 10Q_2^2$

$R_2M = 180\text{-}20Q_2$

- شرط التوازن: $RM_1 = RM_2 = CM$

$80\text{-} 5 Q_1 = 40 \Rightarrow Q_1=8$ وحدات

$80\text{-} 20 Q_2 = 40 \Rightarrow Q\text{-}7$ وحدات

$P_1= 80\text{-}2,5 Q_1 = 80\text{-} 2,5 (8) \Rightarrow 60$ ون

$P_2= 180\text{-}10 Q_2 = 180\text{-} 10 (7) \Rightarrow 110$ ون

$=R_1 +R_2 – CT = (60) (8) + (110) (7) – 40(15)\text{-}20\pi$

$\pi=630$ ون

(مرونة أقل معناه السلعة ضرورية وبالتالي زيادة في السعر).

- البرهنة الرياضية:

$$DM = P(1-\frac{1}{eP})$$
$$RM = P(1-\frac{1}{eP})$$

حيث:

$$eP = \frac{-dq}{dP}.\frac{P}{q}$$
$$-eP = \frac{dq}{dP}.\frac{P}{q}$$
$$\frac{1}{-eP} = \frac{dP}{dq}.\frac{q}{P}$$
$$DM = \frac{dD}{dq} = \frac{dP}{dq}q + \frac{da}{dq}.P$$
$$= \frac{dP}{dq}.q + P$$

نقسم على P :

$$\frac{\Delta M}{P} = \frac{dP}{dq}.\frac{q}{P} + 1$$
$$\frac{\Delta M}{P} -1 = \frac{-1}{eP} \rightarrow$$
$$\Delta M = P(1-\frac{1}{eP})$$
$$RM = P(1-\frac{1}{eP})$$

-شرط تنوع الأسعار:

$$RM_1 - RM_2 \Rightarrow P_1(1-\frac{1}{eP_1}) = P_2(1-\frac{1}{eP_2})$$

- عند $RM_1 = RM_2 \Rightarrow P_1 = P_2 eP_2 = eP_1$

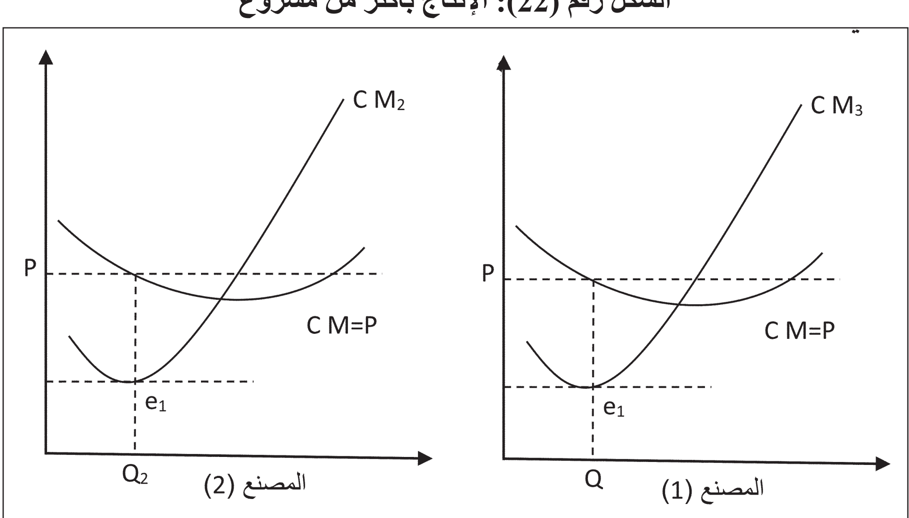
- عند $RM_1 = RM_2 \Rightarrow P_2 > P_1 eP_2 < eP_1$

- عند $RM_1 = RM_2 \Rightarrow P_2 < P_1 eP_2 > eP_1$

8-2- الإنتاج بأكثر من مشروع واحد: قد ينتهج المحتكر سياسة الإنتاج بأكثر من مشروع واحد لتعظيم أرباحه وتتمثل هذه السياسة في إنتاج سلعة واحدة

أو سلع متجانسة في أكثر من مشروع واحد حيث يخفض تكاليف الإنتاج بافتراض أن محتكر ما ينتج السلعة Q في مصنعين حيث تكاليفه وإيراداته ممثلة في الشكل البياني:

الشكل رقم (22): الإنتاج بأكثر من مشروع



فالشرط هنا هو $CM_1=CM_2=RM$

على أن يكون: الربح من المشروع (1) + الربح من المشروع (2) أكبر (>) ربح الكل للمشروع العادي.

مثال: مؤسسة ما تنتج وتسوق المنتوج Q وكانت دالة الطلب السوقي لها: $P=100-2Q$ كما أن دالة تكاليفها: $C_t = 40+4Q$

- ابحث عن كمية وسعر توازن المؤسسة وأعظم ربح تحققه؟، بهدف تعظيم الربح قررت المؤسسة إنتاج Q في مشروعين مختلفين حيث دالتا التكاليف هما كالتالي:

$Ct_1= 20+0.5Q^2$

$Ct_2= 20+0.1Q^2$

هل تحقق المؤسسة ربح من خلال هذه السياسة.

الحل: تحديد كمية وسعر التوازن وأعظم ربح:

$RM= CM$

$$CM = \frac{\Delta Gt}{\Delta Q} = 4 \quad / \quad RT = P.Q = (100\text{-}2Q)Q = 2Q^2 + 100Q$$

$CM=RM \Rightarrow -4Q+100=4$

$-4Q=-96$

$Q= 24$

بالتعويض في دالة الطلب السوقي نجد: $P=100-2(24)=52$ و ن

أعظم ربح محقق: $\pi=(PG)-Ct$

$=(52)(24)-40-4(24)$

$=1248-136$

$\pi=1112$ون

-سياسة الإنتاج بمشروعين:

$Ct_1= 20+0.5Q^2_2$

$Ct_2= 20+0.1Q^2_2$

$CM_2= CM_2= RM$

$CM_1=Q_1$

$CM_2=0,2Q_2$

$RM=100-4Q$

$CM_1=RM \Rightarrow 100-4Q-Q_1$

$CM_2=RM \Rightarrow 100-4Q-0,2Q_2$

$100-4(Q_2+Q_2)= Q_1$

$0,2Q_2)=4\ Q_2= 0,2Q_2)100-4$

$100-0,8Q_2-4Q_2= 0,2Q_2$

$5Q_2=100$

$Q_2=20$ وحدة

ومنه: $Q_1=0,2(20)$

$Q_1= 4$وحدة

$P=100-2(Q_1+Q_2) = 100-2(24)= 52$و.ن

الربح: $\Pi(52)\ (24)-20-0,5(4)^2-20-0,1(20)^2$

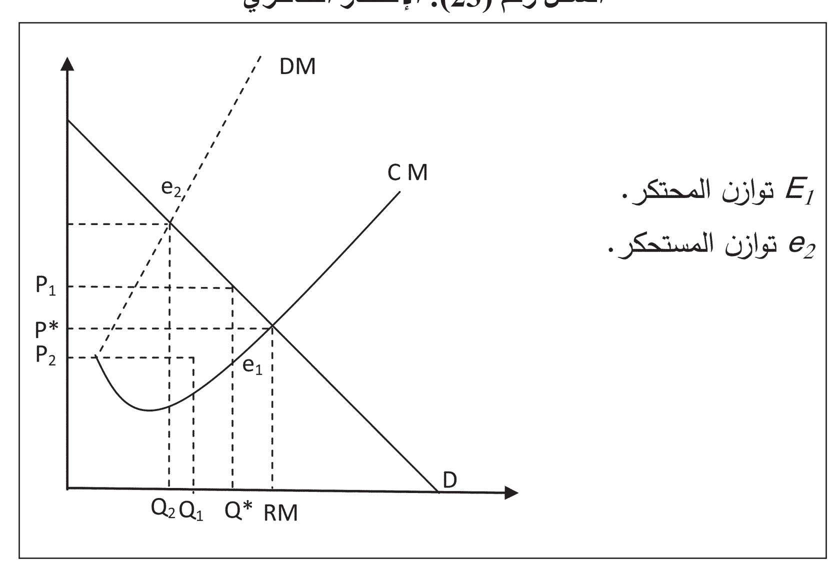
= 1248-20-8-20-40

=1248-88

فتكاليف نفس الإيراد أقل. $\pi=1160$ ون

8-3- الاحتكار التناظري: السوق التناظري هي سوق تتميز بوجود عارض واحد فقط للسلعة يسمى المحتكر ومشتري واحد للسلعة وهو المستحكر، هذه السوق لا تخضع للآليات المعروفة في تحديد الأسعار والكميات بل تخضع لعامل التفاوض بين الطرفين ليحقق كلا منهما أعظم ربح ممكن. بيانيا تتحدد سياسة التفاوض ومنها الكميات والأسعار كما هو مبين في الشكل التالي:

الشكل رقم (23): الإحتكار التناظري



يتضح من خلال الشكل أن وضعية توازن المحتكر عند e_1 حيث يفرض السعر: P_1 وينتج الكمية: Q_1 *(CM=RM)*، أما بالنسبة للمحتكر فتوازنه عند e_2 حيث يطلب الكمية Q_2 ويقبل سعر: P_2 *(DM=D)*. فهذه الوضعية التي توضح اختلاف كبير بين سياسة المحتكر والمستحكر تتطلب إجراء عملية تفاوض أين تنتهي نقطة التوازن: e *(CM=D)* حيث تكون الكمية أكبر بالنسبة للمحتكر ويكون السعر أقل بالنسبة للمتحكر عليه.

9-عيوب الاحتكار:

للاحتكار عدة سلبيات أو مساوئ نوجزها كما يلي:

- تفتقر المؤسسة الاحتكارية إلى الكفاءة الإنتاجية أو الفنية لأنها تقوم بإنتاج السلعة التي تعظم أرباحها عند نقطة التوازن بين الإيراد الحدي والتكلفة الحدية. وبعبارة أخرى، فإن الكمية المنتجة التي تعظم الربح لا تتحدد عند أدنى نقطة في منحنى متوسط التكلفة الكلية في المدى الطويل (LRATC)، فالمحتكر لا ينتج السلعة بأدنى تكلفة ممكنة كما يحدث في ظل المنافسة الكاملة؛
- الاحتكار يؤدي إلى تقييد عرض السلعة بقصد رفع سعرها في السوق. فالسعر الذي يحدده المحتكر يكون أكبر من التكلفة الحدية للسلعة (P>MC) وهذا يعني الافتقار إلى الكفاءة الاقتصادية في تخصيص موارد المجتمع المحدودة، مما يشير بوضوح إلى سوء تخصيص أو توزيع الموارد الإنتاجية في المجتمع؛
- إعادة توزيع الدخل القومي في المجتمع لمصلحة المساهمين والمالكين للمؤسسة الاحتكارية على حساب فئة المستهلكين للسلعة أو الخدمة الذين يتحملون أعباء إضافية نتيجة ارتفاع سعرها؛
- في وضع احتكاري يكون السعر أعلى منه في وضع تنافسي كما تكون الكمية المتبادلة أقل. يكون للمحتكر سلوكا مالتوسيا: ينتج ثروات أقل ويطلب ثمنا أغلى لها. وهكذا يتضرر المستهلك إلا إذا كانت تكاليف إنتاج المحتكر أقل بكثير منها في وضع تنافسي.

10- الاحتكار وتدخل الحكومة:

الاحتكار يحول دون حصول التخصيص الكفؤ للموارد، إذ ينتج كمية أقل مما هو عليه في المنافسة ويحصل على سعر أعلى من سعر سوق المنافسة. وهنا قد تتدخل الحكومة فتمنع قيام الاحتكار أو التقليل من قوة الاحتكار والاقتراب أكثر إلى المنافسة.

فمعظم التشريعات الاقتصادية في العالم تنص على تحريم الاحتكار ومنع الاندماج، إلا ذلك الذي يقود إلى تخفيض في التكلفة لصالح المجتمع، كما قد تقوم الحكومة بنفسها بامتلاك المنشأة بهدف منع القطاع الخاص من تحقيق أقصى الأرباح في بعض النشاطات التي تعتبرها الحكومة حيوية وذات أهمية في البنى التحتية، والشكل الأخير للتدخل قد يكون من خلال السيطرة على السعر أو ما يعرف بالتنظيم، وهذا غالبا ما يحدث في حالة الاحتكار الطبيعي لإنتاج وتوزيع الكهرباء والمياه الصالحة للشرب وغيرها، ويكون تدخل الحكومة من خلال سياسة التسعير بالتكلفة المتوسطة، وهنا لا يحقق المحتكر أي أرباح احتكارية، أي ، أما التسعير بالتكلفة الحدية فإنه سيقود إلى مواجهة المحتكر لخسارة.

يمكن أن يفسر تنظيم سوق بوجود مردوديات متزايدة ووضع يستطيع فيه عدد قليل من المنتجين البقاء. في حالة «الاحتكار الطبيعي» يفسر النظام الذي تفرضه الدولة بضرورة حماية المستهلك.

ثالثا: سوق المنافسة الاحتكارية

وهي السوق التي تجمع بين سمات المنافسة التامة وسمات الاحتكار الصافي، ولذلك تعرف هذه السوق بسوق المنافسة الاحتكارية ، وهي أقرب إلى المنافسة التامة منها إلى الاحتكار الصافي. يتميز هذا السوق بوجود عدد كبير من المنشآت تتنافس فيما بينها تنافسا غير سعريا تجاه نفس المستهلكين، وأن السلع التي تنتج هي سلع متشابهة ولكنها غير متطابقة، إن هذه السلع بمثابة بدائل قريبة لبعضها ويترتب على هذا أن منحنى الطلب الذي يواجهه المنتج في المنافسة الاحتكارية يتميز بمرونة أعلى من ذلك الذي يواجه المحتكر وأقل من ذلك الذي يواجه المنتج في المنافسة، وأخيرا نرى أن المنافسة الاحتكارية تتميز بحرية في الدخول إلى النشاط وفي الخروج منه، مما يقود إلى ربح اقتصادي مساويا إلى الصفر في المدى الطويل، كما هو الحال مع المنشأة في المنافسة.

حيث أن المنتجات متميزة عندما لا يعتمد المستهلكون في قراراتهم المتعلقة بالشراء على تباين الأسعار. ويجب أن يكون التمييز كبيرا بما فيه

الكفاية ليجذب زبائن معينين لكن في نفس الوقت لا يجب أن يكون هذا التمييز كبيرا جدا (قد يؤدي إلى رد فعل رفض لصالح المنتجات المجاورة). صارت المنافسة خارج الأسعار ممكنة لأن القانون يمنح المؤسسة احتكارا للأصناف التي ابتكرتها (تملك المؤسسة احتكارا محدودا على ماركتها الخاصة). ومنه يمكن أن يكون تمييز المنتجات:

- في بيئة المنتج (خدمة بعد البيع، ابتسامة البائعة....)؛
- موضوعي (يرتكز على فوارق الجودة)؛
- ذاتي (تخيله المستهلكون بسبب التعبئة أو الشهرة المرتبطة بالماركة).

1- خصائص المنافسة الاحتكارية:

يتميز سوق المنافسة الاحتكارية بالخصائص التالية:

1-1- يوجد في السوق عدد كبير من المؤسسات الصغيرة: إن العدد الكبير المتواجد في السوق يجعل كل مؤسسة أو بائع ضعيف التأثير في تحديد سعر السوق للسلعة.

1-2- حرية الدخول إلى السوق والخروج منه: إن حرية دخول المؤسسات إلى هذا السوق والخروج منه تجعل سوق المنافسة الاحتكارية مشابها لسوق المنافسة الكاملة.

1-3- تشابه السلع المنتجة أو المباعة ولكنها متمايزة: بالرغم من تشابه السلع المنتجة أو المباعة في سوق المنافسة الاحتكارية لكنها ليست متجانسة، وتعتبر متمايزة من حيث النوع والطراز وأسلوب التعبئة والعلامة التجارية والتصميم. ويمتلك المنتج في السوق بعض القوة الاحتكارية ولكن بدرجة قليلة، إذ يستطيع التأثير على سعر السلعة عن طريق التمايز وأساليب الدعاية والإعلان، ورفع السعر وإقناع المستهلك بأن سلعته هي الأفضل. لذلك فإن منحنى الطلب على سلعة المنافس الاحتكاري ميله سالب وينحدر من أعلى إلى أسفل وإلى اليمين.

1-4- الاعتماد على المنافسة غير السعرية لدرجة كبيرة: يعتمد المنافس الاحتكاري على المنافسة غير السعرية لدرجة كبيرة في الترويج لمنتجاته.

أما وسائل المنافسة غير السعرية فهي:

أ - الإنفاق بسخاء على الدعاية والإعلان للتأثير على أذواق المستهلكين.

ب - تسويق السلعة المنتجة على أنها متمايزة من حيث الجودة والتصميم والتعبئة والتغليف والموديل.

ج - استعمال علامات تجارية ذات شهرة عالمية.

د - تقديم خدمات مميزة للمشترين مثل التسهيلات بالدفع، وخدمات الصيانة وإعطاء ضمانات لفترة معينة، وغير ذلك.

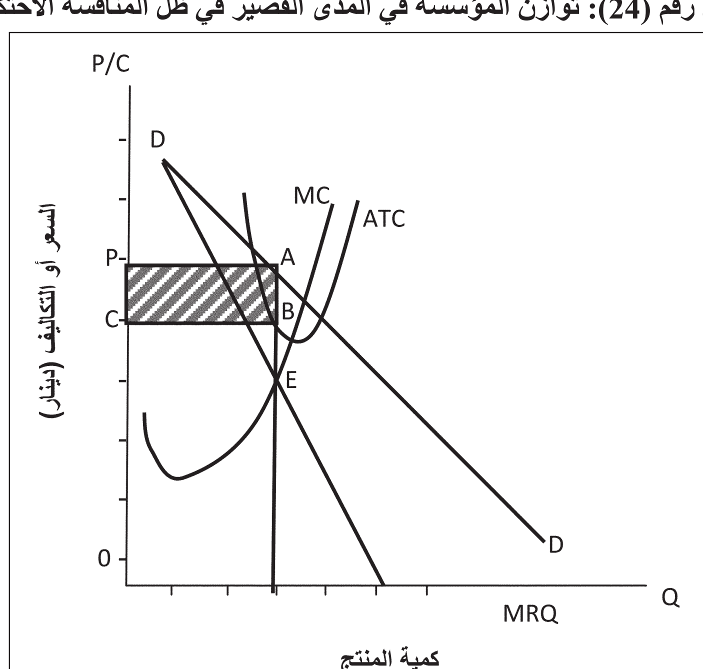
2- توازن المؤسسة في المدى القصير في ظل المنافسة الاحتكارية

إن تحليل سلوك المنتج في سوق الاحتكار التام وسوق المنافسة الاحتكارية متشابه، ويكاد ينعدم الفرق بينهما في المدى القصير. ويسعى المنافس المحتكر إلى تعظيم الربح أو تقليل الخسائر، ويقوم بإنتاج كمية المنتج التي تحقق المساواة بين التكلفة الحدية، والإيراد الحدي كما هو واضح في الشكل أسفله. والنقطة الهامة التي تسترعي الاهتمام في هذا الشكل هي الربح الاقتصادي الذي تحصل عليه المؤسسة في المدى القصير، والممثل بمساحة المستطيل المظلل PABC. فهي تنتج الكمية OQ من السلعة وتحدد سعر بيع الوحدةOP، وهذا السعر أكبر من متوسط التكلفة الكليةATC، أي إن OP>ATC.

كما تقوم المؤسسة بدراسة ظروف السوق والطلب على منتجاتها، مع الأخذ بعين الاعتبار المؤسسات الأخرى المنافسة لها والتي تنتج سلعا متشابهة ولكنها متمايزة، وتحاول التأثير على سلوك المستهلك وجذبه لشرائها. لذلك فإن منحنى الطلب الذي تواجهه المؤسسة في ظل المنافسة الاحتكارية، يكون عالي المرونة، نظرا لتوفر بدائل عدة متقاربة في السوق.

كما أن مرونة الطلب في سوق المنافسة الاحتكارية تكون أكبر منها في سوق الاحتكار التام.

الشكل رقم (24): توازن المؤسسة في المدى القصير في ظل المنافسة الاحتكارية



من الشكل أعلاه نلاحظ ما يلي:

- نقطة التوازن E تحقق المساواة بين MC وMR؛
- OQ تمثل كمية المنتج الذي يعظم الربح للمؤسسة؛
- OP تمثل سعر الوحدة المنتجة والمباعة.

مساحة المستطيل المظلل PABC هي الربح الاقتصادي للمؤسسة في المدى القصير.

3- توازن المؤسسة في المدى البعيد في ظل المنافسة الاحتكارية:

نظرا لحرية المؤسسات في الدخول إلى سوق المنافسة الاحتكارية مدفوعة بأمل الحصول على حصة من الربح الاقتصادي في السوق، فإن ذلك سيؤثر على منحنى طلب السوق للمؤسسات المتواجدة أصلا في ذاك السوق والتي تنتج سلعا متمايزة كبدائل متقاربة. وتستمر المؤسسات الجديدة في التزايد والتأثير على منحنى طلب كل مؤسسة من المؤسسات الموجودة في سوق السلعة، عن طريق إزاحته إلى اليسار تدريجيا نتيجة لانخفاض الطلب على منتجاتها

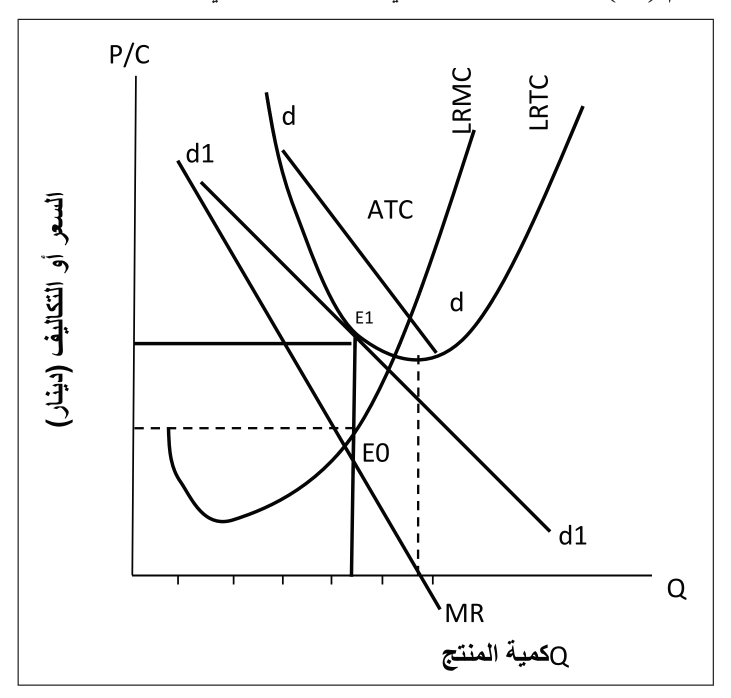
ليصبح أكثر مرونة. وتظل عملية الدخول إلى السوق متواصلة في المدى البعيد حتى تختفي الأرباح الاقتصادية، ويغدو منحنى طلب المؤسسة المتوقع في السوق مماسا لمنحنى متوسط التكلفة الكلية في المدى البعيدLRATC، ويبدو ذلك جليا في الشكل أسفله. ويجدر بنا ملاحظة النقاط التالية في ظل المنافسة الاحتكارية.

3-1- ينتقل منحنى طلب المؤسسة dd تدريجيا إلى اليسار حتى بلوغ نقطة E1، وهي نقطة اختفاء الأرباح الاقتصادية للمؤسسة في المدى البعيد. وحينئذ يكون المنحنى d_1d_1 مماسا لمنحنى LRATC(متوسط التكلفة الكلية في المدى البعيد)، ويتساوى السعر مع LRATC.

3-2- يعتبر السعرOP1 للكمية المنتجة OQ أعلى من السعر OPo والذي يتحقق عند تعادل الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية MR=MC أي $OP_1>OP_0$.

3-3- يعتبر السعرOP_1 أيضا أعلى من سعر نقطة أدنى التكاليف في منحنى LRATC.

الشكل رقم (25): توازن المؤسسة في المدى الطويل في ظل المنافسة الاحتكارية



يتبين من الشكل السابق الملاحظات التالية:

- نقطة E1 هي نقطة اختفاء الأرباح الاقتصادية للمؤسسة في ظل المنافسة الاحتكارية في المدى البعيد وحرية دخول المؤسسات إلى السوق؛
- السعر LRATC=OP1، وهو أعلى من السعر الذي يحقق التعادل بين الإيراد الحدي والتكلفة الحدية، أي $OP1>OP_0$.

4- عيوب المنافسة الاحتكارية:

إن الأبعاد الاجتماعية المتعلقة بالرفاه الاقتصادي في المجتمع يكتنفها الغموض في ظل المنافسة الاحتكارية، إذ تقوم كل مؤسسة بإنتاج أقل من المستوى الأمثل المرغوب اجتماعيا. لذلك نستطيع أن نوجز مساوئ المنافسة الاحتكارية على النحو التالي:

- هناك سوء تخصيص أو توزيع للموارد في المجتمع، أي إن المؤسسة في السوق لا تنتج بكفاءة اقتصادية، لأن السعر الذي يتحدد للكمية المنتجة أعلى من التكلفة الحدية P>MC، ويعتبر سعرا زائدا؛
- إن تعدد السلع المتمايزة في السوق وحرية دخول المؤسسات إليه سوف يؤدي إلى هدر للموارد بحيث لا تستطيع المؤسسة استإلال كل طاقتها الإنتاجية على الوجه الأكمل؛
- إن المؤسسة في سوق المنافسة الاحتكارية لا تتمتع بالكفاءة الإنتاجية، لأن منحنى طلب المؤسسة ليس مماسا لمنحنى متوسط التكلفة الكلية في المدى البعيد عند أدنى نقطة فيه كما يظهر في الشكل السابق، فإن منحنى d_1d_1 مماس لمنحنى LRATC عند النقطة E_1 وهي ليست أدنى نقطة فيه.

رابعا: توازن المؤسسة في أسواق احتكار القلة

يعتبر احتكار القلة شكلا من أشكال السوق، وهو حالة وسط بين الحالات التي بحثناها في أسواق المنافسة الكاملة والاحتكار والمنافسة الاحتكارية. ففي حين نجد بائعا واحدا في سوق الاحتكار التام، فإن المنافسة الكاملة والمنافسة

الاحتكارية تمثلان العكس، ويتواجد في أسواقهما عدد كبير من المؤسسات تنافس بعضها بعضا من الناحية الفنية، ولكن أفعال كل مؤسسة تنافسية في السوق لا يستشعر بها من قبل المؤسسات الأخرى. أما في أسواق احتكار القلة فالعكس هو الصحيح، إذ تنقصها المنافسة من الناحية الفنية، لكن المنافسة الحادة خاصية مميزة في سلوك كل مؤسسة.

ونستطيع القول بأن احتكار القلة يكون موجودا في السوق حينما يتوفر فيه أكثر من بائع واحد، ويكون العدد قليلا لدرجة أن أفعال المتنافس الواحد يدركها الآخرون. ففي سوق احتكار القلة، تتنافس المؤسسات «خارج الأسعار» (أو الهيكلية) وتكون هذه المنافسة مرتبطة بعوامل ليس لها الأثر المباشر نفسه على تكاليف الإنتاج، وهذا لا ينفي دورها في كفاءة المؤسسة على فرض منتجاتها.

إن ممارسة الاحتكار وتحديد السعر والكمية يتم من قبل منتج واحد في حالة الاحتكار الصافي، أما عندما تتم ممارسة الاحتكار من قبل عدد قليل من المنتجين وليس منتجا واحدا، فإن الاحتكار يعرف باسم احتكار القلة، وعندما يكون عدد المنتجين في احتكار القلة منتجين اثنين فقط، يطلق على احتكار القلة اسم الاحتكار الثنائي. ويتفق معظم الاقتصاديين على الحكم على الصناعة بأنها احتكار قلة إذا تجاوزت نسبة التركيز في السوق عن الخمسة في المائة والتي تقاس غالبا بحصة أكبر أربع منشآت في إنتاج الصناعة.

هناك العديد من نماذج احتكار القلة والتي يتعذر علينا دراستها جميعا في هذا المبحث، ومن الأمثلة على نماذج احتكار القلة نموذج الطلب المنكسر ونموذج اتحاد المنتجين ونموذج اللعبة، وسنكتفي هنا بدراسة نموذج الطلب المنكسر واتحاد المنتجين.

1- خصائص السوق:

يجمع سوق احتكار القلة عددا قليلا من المنتجين الذين يواجهون عددا كبيرا من المشترين. فالقوانين التي تحكم هذا النوع من الأسواق أكثر تعقيدا

من النموذج التقليدي للمنافسة. بالفعل يتضمن احتكار القلة عددا محدودا من المؤسسات لكي يكون تأثير أية واحدة منها تأثيرا على المؤسسات الأخرى. في هذه الحالة سيكون لتأثير قرار بائع «m» الخاص بكمية «q_m» على ربح π_n البائع «n» ($\partial\pi_n/q_m$) ذات مدلول). ينتج مستوى ربح كل مؤسسة من تلاقي قرارات كل المؤسسات الموجودة في السوق.

تحاول كل مؤسسة أن تحدد مستوى من الإنتاج الذي يحقق لها أقصى ربح. لكن هذا الحساب عشوائي لأن الربح يرتبط بصورة وثيقة بسلوك المؤسسات الأخرى (تغيرات إنتاج كل مؤسسة من شأنها أن تؤثر على أسعار السوق). وسينتج السعر عن استراتيجيات اعتمدها محتكرون قلة وهو ليس معلومة خارجية (حالة المنافسة المطلقة والكاملة) ولا متغير يتم تحديده بصورة كاملة من طرف المؤسسة (حالة المحتكر). إذا خفض محتكرون قلائل سعر البيع فإن نتائج هذا القرار المنعزل يكون غير أكيد. يمكن أن تتبنى المؤسسات المنافسة نفس السلوك لكن يمكنها أيضا ألا تفعل. فنحن في حالة سوق تكون فيها المنافسة حاضرة لكنها ضعيفة (إمكانية الاتفاق، لا تكون المنتجات متماثلة تماما).

ومنه نستطيع تمييز أسواق احتكار القلة بالخصائص الهامة التالية:

1-1- يوجد في السوق أكثر من بائع واحد ولكن عددهم قليل: إذا سيطر على السوق بائعان اثنان فقط تعتبر هذه حالة «خاصة» وتسمى احتكار قلة ثنائي. وكل بائع يكون على دراية وعلم بأن أفعاله ستكون مؤثرة على تصرفات منافسه، كما أن المنافس الآخر سيكون على استعداد للرد على أية إجراءات ضارة به. ويتراوح العدد القليل عادة ما بين ثلاث أو أربع مؤسسات لها سيطرة تفوق 50% من إجمالي قيمة الإنتاج أو المبيعات في السوق.

1-2- وجود عوائق مرتفعة لدخول السوق: تعتبر وفورات الحجم الكبير أهم عائق لدخول المؤسسات إلى سوق احتكار القلة. فإذا كانت طبيعة سوق السلعة لا تحتمل وجود أكثر من مؤسستين أو ثلاث في بعض الصناعات، فإن

دخول مؤسسة جديدة للسوق سيجعلها تنتج كميات قليلة من السلعة بتكلفة مرتفعة للوحدة، مما يضطرها للخروج من السوق بسبب ما يلحق بها من خسائر جسيمة.

1-3- تجانس السلع المباعة مع تمايزها: إن السلع المنتجة والمباعة في السوق متجانسة، ولكنها متمايزة.

1-4- الاعتماد على المنافسة غير السعرية: لا يلجأ المتنافسون من بائعين أو منتجين في سوق احتكار القلة إلى المنافسة السعرية إلا في حالة الدفاع عن النفس. كما أنهم نادرا ما يشعلون «حروب أسعار» فيما بينهم، خوفا من الانزلاق إلى حالة المنافسة القاتلة التي ستعود على الجميع بالخسائر والضرر. ومن أهم أساليب المنافسة غير السعرية التي سبق وتحدثنا عنها: تمييز السلعة والدعاية والإعلان عنها في الصحف والمجلات والراديو وعلى شاشات التلفزيون وشبكة الانترنت وغيرها.

1-5- وجود اعتماد متبادل في اتخاذ القرارات: تصدر كل مؤسسة أو بائع القرارات المتعلقة بكميات الإنتاج والمبيعات وتحديد الأسعار بالاعتماد على توقعات ردود الفعل لدى المنافسين الآخرين في السوق. كما أن الاعتماد المتبادل بين المحتكرين في اتخاذ القرارات ووضع السياسات سيؤدي بصورة مباشرة إلى التأثير على أفعال الآخرين، والتأثر بإجراءاتهم في نفس الوقت، كما يجعل من العسير تحديد نموذج واحد لاحتكار القلة. لذا تتعدد النماذج في السوق بسبب اختلاف الفرضيات التي تبنى عليها، وبالتالي اختلاف النتائج التي تحصل عليها من سلوك محتكر القلة.

2- توازن سوق احتكار القلة:

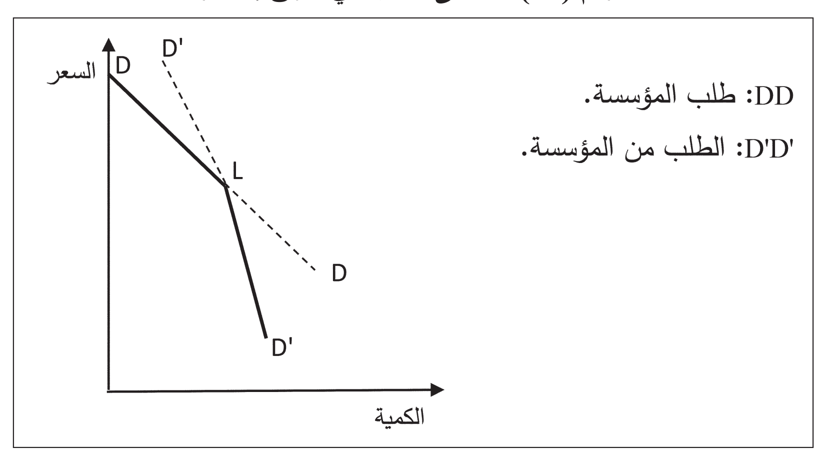
في سوق إحتكار القلة ستحاول كل مؤسسة أن تتوقع ردود أفعال منافسيها قبل أن تنتهي من إعداد استراتيجيتها. وتستطيع المؤسسات أن تتخذ قراراتها بشكل مستقل عن بعضها البعض (توازن غير تعاوني) أو على خلاف ذلك

تحاول أن تجد اتفاقا (توازن تعاوني). فمن مصلحة مؤسسات احتكار القلة أن تتفادى حرب الأسعار باللجوء إلى اتفاق ضمني. يعلم كل منتج أن منافسيه سيقتدون به إذا خفض أسعاره بينما لن يفعلوا ذلك إذا رفع الأسعار.

إذا وجدت كل مؤسسة نفسها في وضع يؤدي فيه انخفاض سعرها إلى أن يقتدي به المحتكرون القلائل بينما كل زيادة لا تؤدي إلى أي تغيير في أسعار المؤسسات المنافسة. وهكذا من المحتمل جدا أن يصبح منحنى الطلب الذي يوجه إلى المؤسسة مرفقيا. بالفعل إذا ميز المحتكر القلي منتجه فإننا نستطيع أن نميز بين منحنيين من الطلب.

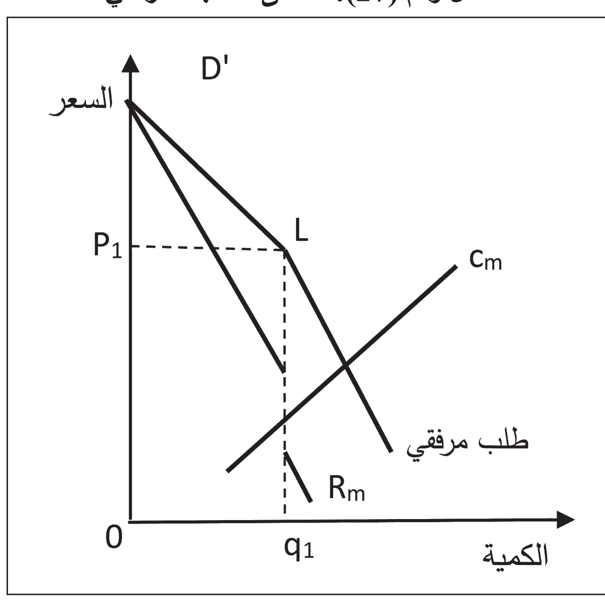
عندما يكون السعر أعلى من سعر التوازن، يكون منحنى الطلب هو منحنى المؤسسة الفردية (التي تكون مرونته أكبر من منتجات احتكار القلة والتي تعتبر منتجات بديلة بعيدة عن منتجات المؤسسات الأخرى). عندما يكون السعر أدنى من سعر التوازن يكون منحنى الطلب هو منحنى قطاع النشاط بما أن المؤسسة التي تخفض سعرها تكون عرضة للتقليد من طرف كل المؤسسات وتكون غير قادرة على تحسين حصتها السوقية. إن وجود منحنى مرفقي هو تفسير ممكن لاستقرار الأسعار التي نلاحظها غالبا خارج كل اتفاق صريح أو ضمني في وضع احتكاري القلة.

الشكل رقم (26): منحنى الطلب في سوق إحتكار القلة



المنحنى DD أكثر مرونة من المنحنى D′D′ بما أننا نفترض أن احتكار القلة نجح في جذب زبائن دائمين باستخدام تمييز المنتجات (الكميات المطلوبة أقل تأثرا بتطور الأسعار).

الشكل رقم (27): منحنى الطلب المرفقي



يرتبط منحنى طلب احتكار القلة بردود أفعال المنافسين، ويكون مرفقيا في L. ويؤدي التغير في السعر إلى انخفاض كبير في الحصة السوقية بينما انخفاض السعر لا يزيد من الكمية إلا بصورة متناسبة مع حصة مجمل مبيعات السوق الخاصة بالمؤسسة وموضوع الدراسة. حيث يكون الإيراد الإجمالي (R_m) متقطعا في q_1 (حجم الإنتاج الذي تقرره مؤسسة الاحتكار القلي بما أن $R_m=C_m$). ويمكن تفسير P_1 بأنه سعر الاحتكار مع التواطؤ.

3- نماذج سوق إحتكار القلة:

تتعدد النماذج من خلال اختلاف ظروف الطلب لكل محتكر وتغير منحنيات الطلب على سلعته حسب فرضيات التأثير والاعتماد المتبادل بين المتنافسين في السوق. سنقوم بشرح النماذج التي لها شهرة واسعة وهي:

3-1- نموذج Sweezy-Hitch: يفترض هذا النموذج أن إنتاج سلعة ما محتكر من قبل عدد قليل من المنتجين، كما يفترض أنه في حالة قيام منتج ما في احتكار القلة بتخفيض السعر فإن المنتجين الآخرين سيفعلون الشيء نفسه، وعند قيامه برفع السعر فإن الآخرين سوف لن يحذوا حذوه، ولا يوجد في الواقع أي اتفاق بين المنتجين على السعر أو على الكمية المنتجة أو اتفاق على اقتسام السوق، ولكن المنتجين يأخذون بنظر الاعتبار ردود أفعال بعضهم البعض.

3-2- نموذج منحنى الطلب المنكسر: يرتكز هذا المنحنى على فرضية محددة لسلوك المتنافسين في سوق احتكار القلة وهي أن يتوقع كل محتكر في السوق أن يقوم منافسوه بمجاراته إذا خفض سعره وعدم الانقياد له إذا رفع سعره. من خلال الشكل أسفله فإن منحنى الطلب الذي يواجه المحتكر يتكون من قسمين:

- القسم العلوي EC فوق نقطة الانكسارE وهو عالي المرونة، أي شديد التأثر عند أي سعر أعلى من OP.
- القسم السفلي EF تحت نقطة الانكسارE وهو غير مرن، أي قليل المرونة عند أي سعر أقل من OP.

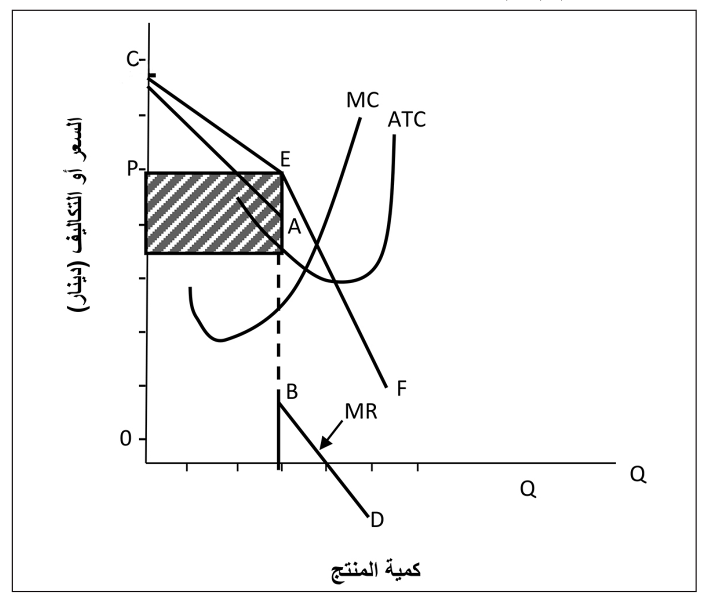
ويعتبر منحنى الطلب المنكسرCEF هو الذي يواجه كل بائع أو محتكر في سوق احتكار القلة. كما أن انكسار منحنى الطلب يسبب فجوة عمودية AB أو عدم اتصال محدود في منحنى الإيراد الحدي MR المشتق من منحنى الطلب المنكسر. لذا فإن CABD يمثل منحنى الإيراد الحدي غير المتصل. ويتحقق توازن المحتكر في سوق احتكار القلة حينما يقوم المحتكر بإنتاج الكمية OQ التي تعظم الربح والتي تحقق التعادل بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي.

وبما أن السعر الذي يحدده المحتكرOP أكبر من متوسط التكلفة الكلية (OP>ATC)، فإنه يحصل على ربح اقتصادي كما هو مبين في المستطيل المظلل. ومما هو جدير بالذكر أن السعر الذي يحدده محتكر القلة OP لا يتغير أو ينخفض

في حالات انخفاض التكلفة الحدية، لأن تقاطع منحنى التكلفة الحدية مع منحنى الإيراد الحدي يحدث في الفجوة العمودية AB، الأمر الذي يدل على جمود الأسعار الاحتكارية في جميع فترات الدورة الاقتصادية وخاصة خلال فترات الكساد أو الركود الاقتصادي، كما حدث خلال الثلاثينات من القرن العشرين.



الشكل رقم (28): منحنى الطلب المنكسر وتوازن محتكر القلة



من الشكل أعلاه يمكن ملاحظة مايلي:

- منحنى الطلب المنكسر الذي يواجه محتكر القلة هو CEF ويتكون من قسمين:

  * القسم العلوي EC عالي المرونة لكل سعر أعلى من السعر المحدد OP.

  * القسم السفلي EF قليل المرونة لكل سعر ينخفض عن السعر المحدد OP.

- منحنى الإيراد الحدي CABD المشتق من منحنى الطلب المنكسر فيه فجوة عمودية AB تبين عدم اتصال محدود للمنحنى؛

- في حالة التوازن يقوم المحتكر بإنتاج الكمية التي تعظم الربح OQ عند السعر المحدد OP الذي يتصف بالجمود وعدم المرونة.

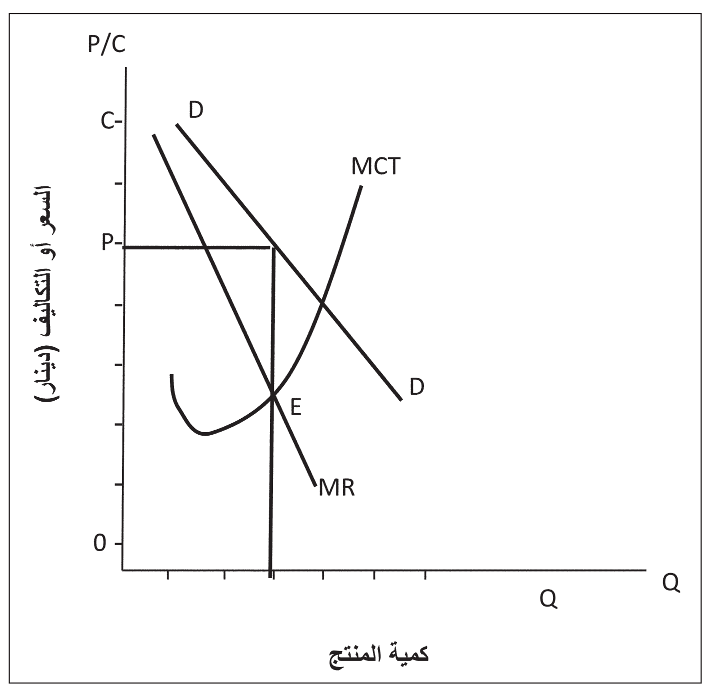
3-3- نموذج الكارتل أو اتحاد المنتجين: عندما يكون من مصلحة مجموعة من المنتجين في نشاط ما، تحديد السعر في السوق، يشكلون اتحاد أو نقابة منتجين أو ما يعرف باسم الكارتيل، ويعتمد نموذج الكارتل أو اتخاذ المنتجين على فرضية الاتفاق أو التواطؤ بين المنتجين في السوق بصورة علنية أو سرية. وبالإمكان تعريف الكارتل على أنها«مجموعة منتجين أو مؤسسات، يجمعها هدف مشترك لتحديد مجالات القوى التنافسية في سوق احتكار القلة». ويمكن أن يأخذ هذا الهدف شكل «تواطؤ مفتوح» تلتزم فيه المؤسسات الأعضاء بتنفيذ عقد يتعلق بتحديد السعر وكمية الإنتاج. وقد يترجم هدف الكارتل في شكل «تواطؤ سري» بين الأعضاء مثل الاتحادات التجارية والصناعية والزراعية والنقابات المهنية التي تمارس عادة أعمالا تقوم بها الكارتل. ومن الخدمات الهامة التي تقدمها الكارتل إلى أعضائها ما يلي:

أ- **تحديد السعر**: يتم تحديد السعر الموحد لبيع السلعة بواسطة لجنة إدارية مركزية تعينها الدول الأعضاء في الكارتل ويلتزم الموقعون على الاتفاق بعدم تخفيض سعر مبيعاتهم عن سعر الكارتل. ومن الأمثلة على اتحاد المنتجين أو الكارتل منظمة أوبيك OPEC وهي منظمة الدول المصدرة للنفط.

ويتصرف المنتجون في الكارتل كأنهم منتج واحد يواجه بنفسه طلب السوق في منحنىDD كما هو مبين في الشكل أسفله، والذي يوضح تعظيم ربح الكارتل. ويبين MR المنحنى المشتق أو الإيراد الحدي. أما منحنى التكلفة الحدية للكارتل MCt فيتم تحديده عن طريق التجميع الأفقي لجميع منحنيات التكلفة الحدية للمؤسسات الأعضاء في الاتحاد. وحتى يتحقق هدف الكارتل فإنها تحدد السعر الاحتكاري للسلعة من خلال تحقيق التعادل بين التكلفة الحدية لجميع المنتجين والإيراد الحدي. ويتم ذلك عند إنتاج الكمية OQ التي تعظم ربح الكارتل، ويكون سعر البيع المحدد هو OP. وتواجه الكارتل مشكلة كيفية توزيع مجموع الإنتاج OQ في شكل حصص مبيعات بين المنتجين الأعضاء.

ب- **اقتسام السوق**: تقوم الكارتل بوضع حصص المبيعات لكل عضو في سوق السلعة، بحيث يلتزم ببيع جميع حصته المقررة بالسعر الموحد، وعدم بيع أية كمية بسعر أقل. أما كمية تحديد حصص المبيعات للعضو الواحد فتتم عن طريق الطاقة الإنتاجية للمؤسسة أو العضو، والنسبة المئوية لمبيعات كل عضو خلال فترة زمنية محددة يتم الاتفاق عليها. وهناك طريقة أخرى لاقتسام السوق بين الأعضاء وهي توزيع حصص المبيعات حسب المنطقة الجغرافية في الأسواق العالمية، مما يستدعي الاتفاق فيما بينهم على تحديد الأقطار ضمن المنطقة الجغرافية الواحدة.

الشكل رقم (29): تعظيم ربح الكارتل



يتبين من الشكل أعلاه النقاط التالية:

- المنحنى DD يمثل طلب السوق لجميع المنتجين؛
- المنحنى MR هو منحنى الإيراد الحدي؛

- المنحنى MCt هو التجميع الأفقي لجميع منحنيات التكلفة الحدية للمؤسسات الأعضاء في الكارتل؛

- سعر البيع المحدد هو OP؛

- كمية المنتج التي تعظم الربح هي OQ.

4 - عيوب احتكار القلة:

مهما كان نموذج احتكار القلة فإن المؤسسة في سوق احتكار القلة لا تنتج الكميات من السلعة عند أدنى نقطة في منحنى متوسط التكلفة الكلية، وهكذا يتم تخصيص الموارد بطريقة لا تتسم بالكفاءة الإنتاجية. يضاف إلى ذلك أن السعر الذي تحدده المؤسسة لبيع السلعة المنتجة يكون فوق نقطة التعادل بين الإيراد الحدي والتكلفة الحدية، لأن هدف المؤسسة إنتاج الكمية التي تعظم الربح الاحتكاري لها.

كما أن التقييم الحدي للمستهلكين يكون أعلى من التكلفة الحدية للمحتكر، نظرا لرغبتهم في شراء كميات أكبر من السلعة التي يقوم المحتكر بعرضها في السوق. وتشير الدراسات التطبيقية في الدول الصناعية إلى أن ظروف المستهلكين في أسواق احتكار القلة تكون أفضل إذا توفرت فيها شروط المنافسة السعرية.

خامسا: نظرية الاحتكار الثنائي

على المؤسسات التي تكون في وضع احتكار ثنائي في سوق ما أي تحوي منتجان حصرا، أن تواجه مشكلة مزدوجة وهي تقييم طلب السلعة التي تنتجها وتوقع سلوك منافسهم الوحيد.

1 - الاحتكار الثنائي لكورنو:

استخدم كورنو كمثال مصدرين يتضاربان لبيع مياه معدنية ذات جودة متماثلة (توازن غير تعاوني). وقد أدخل نموذج ديوبول فرضية تنص على أن

كل منتج يتخذ قراره المتعلق بالإنتاج بأن يعتبر قرار الآخر كمعلومة (تكيف شديد). وهذا يعني أن كل مؤسسة تقرر الحل الأكثر إيجابية لها بأن تعتبر أن هذا الحل غير قادر على تغيير قرار إنتاج منافسها (تفترض كل مؤسسة أن مستوى إنتاج المنافس غير متضرر بتغيرات إنتاجها L).

إذا أسندنا للمؤسستين اللتين وصفهما كورنو الأرقام واحد واثنان نحصل على التكاليف التالية:

التكلفة الإجمالية $C_{tl}(Q_1)$، التكلفة الحدية $C_{m1}=dC_{tl}/dq_1$

التكلفة الإجمالية $C_{t2}(q_2)$، التكلفة الحدية $C_{m2}=dC_{t2}/dq_2$

يكتب إنتاج الفرع كما يلي: $q=q_1+q_2$

تابع الطلب: $P= P(q)= -a.q + b \ (a>0 \ \& \ b>0)$

فيما يتعلق بالمؤسسة الأولى، يكتب تابع الربح كما يلي: $\pi_1=P.q_1-C_{t1} \ (q_1)$

$P= -a(q_1+q_2) +b$

$\pi_1= (-a \ (q_1+q_2) +b).q_1-C_{t1} \ (q_1)$

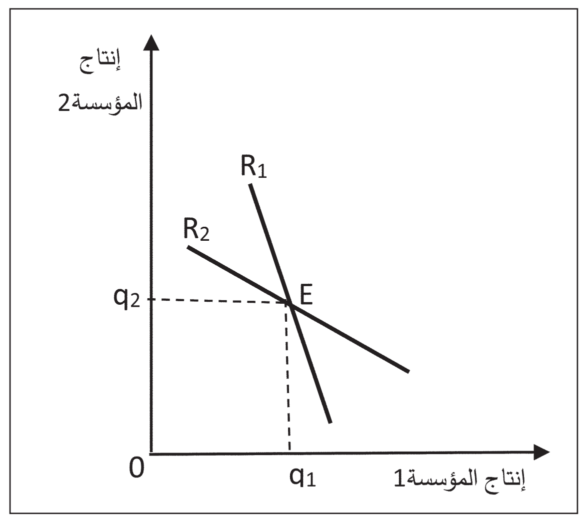
عند النقطة المثلى يبلغ الربح أقصاه عندما تكون المشتقة الأولى معدومة:

$d\pi_1/dq_1= -2aq_1-aq_2+b-C_{m1} \ (q_1)=0$

تشير هذه المعادلة أنه عندما يكون q_2 معلومة كيف تكيف المؤسسة رقم 1 كميتها المنتجة q_1 لتحصل على أقصى ربح. فللمؤسسة رقم 2 تابع رد فعل من نمط:

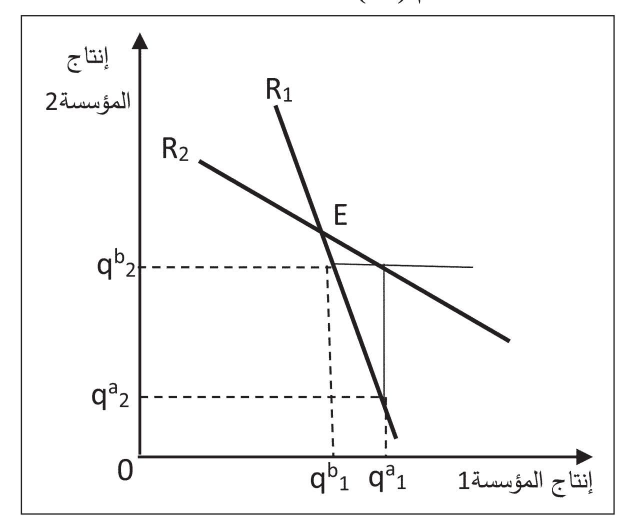
$d\pi_2=dq_2= -2aq_2-aq_1+b-C_{m2} \ (q_2)=0$

الشكل رقم (30): توازن كورنو



- R_1 هو رد فعل المؤسسة رقم 1 لقرارات المؤسسة 2، تم إنشاءه انطلاقا من المعادلة : $2aq_1-aq_2+b-C_{m1}(q_1)=0$
- R_2 هو رد فعل المؤسسة 2 لقرارات المؤسسة رقم 1 تم إنشاؤه انطلاقا من المعادلة : $2aq_2-aq_1+b-C_{m2}(q_2)=0$
- E هي نقطة توازن الاحتكار الثنائي.

الشكل رقم (31): استقرار توازن كورنو



ترتكز التسوية على الكميات. وقد قدر كورنو أن الاحتكارات الثنائية التي تتفادى حرب الأسعار يمكن أن تؤدي بها إلى الإفلاس. بحيث إذا كانت المؤسسة رقم 2 تنتج q^a_2، فالمؤسسة رقم 1 تستجيب بأن تنتج q^a_1 بأن تحقق أقصى ربح. وهكذا تغير المؤسسة رقم 2 مخطط إنتاجها بأن تصنع q^a_2 وتجيب المؤسسة رقم 1 بـ q^a_1 إلخ. وتميل سيرورة التسوية نحو النقطة E وتتحقق توقعات كل مؤسسة. ونقصد هنا التوقعات المتعلقة باختيار المؤسسة المنافسة.

إن جدوى هذا النموذج الذي يمثل أهمية من وجهة نظر تطور تاريخ التفكير الاقتصادي محدودة. بالفعل، يفترض كورنو أن كلا من هاتين المؤسستين عاجزة عن توقع توجه المؤسسة المنافسة لفترة طويلة الأمد. وتبدو هذه الفرضية قليلة المصداقية بما أن منتجًا سيعدل سلوكه عندما يدرك أنه يرتكب أخطاء تقدير بصورة منتظمة.

2- الاحتكار الثنائي لستاكلبيرغ:

يرتكز الاحتكار الثنائي لستاكلبيرغ على فرضية العلاقات المنتظمة بين مؤسستين موجودتين في السوق. في هذه الحالة نفترض أن إحدى المؤسستين في وضع مهيمن مقارنة بالأخرى. ونتيجة لذلك سيتصرف المحتكر المهيمن عليه كما هو الحال في الاحتكار الثنائي لكورنو (يفترض أن قرار إنتاج منافسه معروف). في المقابل تحاول المؤسسة المهيمنة أن تحقق أقصى دخل بأن تأخذ بعين الاعتبار رد فعل (على قراراتها) المؤسسة المهيمن عليها. وهكذا يرتكز هذا النموذج على تخمينات عن سلوك ووضع منافسه.

3- الاحتكار الثنائي لبرتران:

يطابق توازن برتران النموذج التنافسي، حيث تؤدي المعارضة بين المحتكرين الثنائيين إلى جعل التكلفة الحدية والأسعار متساويتين. ولنتخيل أن المؤسستين تبيعان إنتاجيهما بسعرPi أعلى من التكلفة الحدية. وإذا قررت المؤسسة 1 أن تخفض سعرها بمبلغ ΔP بينما تحافظ المؤسسة الأخرى على سعرها

ثابتا. وهكذا سيفضل المستهلكون الشراء من المؤسسة1. وتكون هذه الأخيرة الرابحة الكبيرة من هذه العملية لكن يمكن أن يكون للمؤسسة 2 نفس السلوك. ونتيجة لذلك لا يمكن أن يكون سعر أعلى من سعر التكلفة الحدية سعر توازن والتوازن الوحيد الممكن هو النموذج التنافسي.

تكون هذه النتيجة صالحة فقط إذا شاركت المؤسسات في سيرورة المزادات التنافسية وإذا لم يكن لديها إمكانية تكوين تحالف وإذا كانت تتمتع بنفس القدرة على التفاوض.

الفصل الخامس: نظرية المنافسة والألعاب

تعد نظرية المباريات النظرية الرئيسية التي تعالج اتخاذ القرارات في حالة المواقف التي تتميز بالصراع، وهي الحالة التي يواجه فيها الشخص (متخذ القرار) منافس يؤثر بقراراته على أعمال الشخص (متخذ القرار). تتميز تلك الحالة بأن كل منافس يحاول تحقيق أقصى فائدة له (مصلحته الشخصية) التي تتعارض مع مصلحة المنافس الآخر. وقبل التأكيد على أن متخذ القرار لابد وأن يضع في اعتباره، ورد الفعل الذي سيحدثه قراره على الطرف الآخر، واحتمالات الأفعال التي سيقوم بها الطرف الآخر كنتيجة للقرار الذي اتخذه الطرف الأول. وتحليل رياضي لحالات تضارب المصالح بغرض الإشارة إلى أفضل الخيارات الممكنة لاتخاذ قرارات في ظل الظروف المعطاة تؤدي إلى الحصول على النتيجة المرغوبة. لهذه النظرية تطبيقات اقتصادية وسياسية وعسكرية هامة ولكنها بالأصل تصلح لاتخاذ القرار بأي موقف يتسم بالصراع في أي مجال.

إن نظريات احتكار القلة والاحتكار الثنائي المنافسة تؤدي إلى حلول رياضية متماسكة باستخدام حساب التفاضل ولكنها عرضة للمناقشة لاحتوائها على افتراضات عشوائية عن ما تظنه الوحدات الإنتاجية عن بعضها البعض، وعن ردود، فعلها.

أولا: تاريخ نظرية الألعاب

إن القالب العام لنظرية الألعاب تم وضعه على يد عالم الرياضيات الفرنسي إيمل بورل، الذي كتب أكثر من مقالة عن ألعاب الصدفة، ووضع منهجيات للعب، هذا ويعد أبو نظرية الألعاب الحقيقي هو عالم الرياضيات الهنغاري-الأمريكي جون فون نيومان، الذي أسس عبر سلسلة من المقالات امتدت على مدى عشر سنوات (1920-1930)، الإطار الرياضي لأي تطوير على النظريات الفرعية. فخلال الحرب العالمية الثانية، كانت معظم الخطط

العسكرية ضمن مجال نقل الجنود وإيوائهم الدعم اللوجيستي ومجال الغواصات، والدفاع الجوي، مرتبطة بشكل مباشر مع نظرية الألعاب. بعد ذلك تطورت نظرية الألعاب كثيرا في بيئة علم الاجتماع، ومع ذلك تعتبر نظرية الألعاب نتاج جوهري من علم الرياضيات.

التصنيف المعاصر ينسب إلى جون فون نيومان وأوسكار ومورغنسترن، حيث أسسا علم نظرية الألعاب سنة 1944 عن طريق تأليفهما كتاب Behavior The Theory of Games and Economic. كما تحصل كل من جون فوربوس ناش وريناردد سيلتين وجون هارسانتي سنة 1944 على جائزة نوبل للاقتصاد وذلك لأعمالهم في مجال نظرية الألعاب. وفي أوائل الخمسينات، عمم جون ناش نتائجهم وقدم قاعدة الحقل الحديث لنظرية الألعاب. كما أن الارتفاع السريع في التطورات النظرية أدت إلى تأسيس المجلة الأكاديمية الأولى التي كرست لهذا الحقل. وفي الفترة من 1950 حتى 1960 تقريبا، تم استعمال أول نماذج اقتصادية قائمة على نظرية الألعاب، والقيام ببعض الدراسات في العلوم الاقتصادية التجريبية لتأكد من صحة نتائج نظرية الألعاب. وقد تطورت التطبيقات من قبل أوسكار مورجنسترن في 1972.

في سنة 1972 تم إقحام نظرية الألعاب في البيولوجيا التطورية حيث ألف جون مينارد سميث كتاب Game Theory and the Evolution of Fighting، وتمكن ناش وزملائه عام 1994 من الحصول على جائزة نوبل لعملهم بعنوان: theory of non-games analysis of equilibria in the cooperative.

ثانيا: ماهية نظرية الألعاب

1- تعاريف:

يمكن تعريف اللعبة بأنها موقف تنافس يشترك فيه اثنان أو أكثر. ويسمى المشتركون باللاعبين. فإذا كان هناك لاعبان فقط سميت اللعبة بلعبة شخصين، وإذا كان هناك ثلاثة لاعبون سميت اللعبة بلعبة ثلاثة أشخاص وهكذا. ويكون في متناول كل لاعب عدد من البدائل يسمى بالإستراتيجيات،

واختيار الإستراتيجية يحدد للاعب ما يسمى بدالة الحصيلة. فإذا كان ناتج جمع حصيلة كل اللاعبين مقدار ثابت لأي إستراتيجيات سميت اللعبة بلعبة ثابتة الحصيلة، وخلافا لذلك تعتبر بغير ثابتة الحصيلة.

إن مصطلح لعبة يعني بشكل خاص (معضلة) ما حيث أن الأشخاص أو المجموعات (اللاعبون) يشتركون بمجموعة من القواعد والأنظمة تصنع الظروف والأحداث التي تشكل بداية اللعبة، وتنظم هذه القواعد الحركات القانونية الممكنة في كل مرحلة من اللعب، ومجموع الحركات أو الخطوات بمجملها يشكل ماهية اللعبة بالإضافة إلى النتيجة المرغوبة وهنا نفترض أن اللاعبين أشخاص راشدون يسعون إلى سعادتهم عبر اتخاذهم لسلسلة من القرارات، وأن كل لاعب يسعى للتنبؤ بأفكار وحركات اللاعب الآخر.

2- المفاهيم الاقتصادية المتعلقة بنظرية الألعاب

تستند نظرية الألعاب إلى كون أن الوحدات الإنتاجية تعمل في ظل مجموعة من المتغيرات الأساسية التي يتم من خلالها تحقيق هذه الوحدة لأهدافها. فتظم نظرية التضاد الاقتصادي المفاهيم الاقتصادية التالية:

2-1-الخطة: وهي عبارة عن مجموعة من البرامج التي يتم من خلالها تحقيق أهداف الوحدة الإنتاجية فإذا كانت الوحدة الإنتاجية تستهدف تحديد سعر الوحدة من الإنتاج بمقدار 3.95 دينار من خلال إتقان إعلاني يبلغ 3000 دينار مع حدوث تغير في تغليف السلع المنتجة وبيعها في أسواق معينة فإن مجموعة البرامج المحققة لهذا الهدف تعرف بالخطة.

2-2- عائد الخطة: يمثل العائد الصافي الذي تحققه الخطة فإذا كان هدف الخطة تعظيم أربحية الوحدة الإنتاجية فإن عائد هذه الخطة يقاس بمقدار ما تحققه من ربح أما إذا كان هدف الخطة زيادة مقدار مبيعات الوحدة الإنتاجية فإن عائد الخطة يتمثل في مقدار المبيعات الأمكن تحقيقها بعد تنفيذ هذه الخطة.

2-3- مصفوفة عوائد الخطط: وهي عبارة عن المجموعة المكونة من العوائد التي يمكن للوحدة الإنتاجية تحقيقها في ظل استخدام مختلف التوليفات من الخطط الممكنة لمقابلة خطط المنتجين المنافسين لها.

كما تتمثل أنماط المباريات من وجهة نظر تحليل الأزمات بأن المهام الرئيسية لإدارة الأزمات تتشابه تقريبا مع متطلبات مهام المباريات الإستراتيجية على مستوى الدولة وإدارتها، وتنقسم المباريات من وجهة نظر تحليل الأزمات وإدارتها إلى عدة أنماط وأشكال تتمثل في الآتي:

- **مباريات الحظ**: وهي المباريات التي تعتمد كلية على الحظ فقط، ولا تتوقف نتائجها على المهارة، وهذه المباريات يتم تحليلها علميا باستخدام قوانين ونظرية الاحتمالات فقط.
- **مباريات المهارة**: وهي المباريات التي تعتمد على المهارة الفردية للمتباريين ومعاونة هيئة أركانهم ومساعديهم، ولا تتوقف نتائجها على الحظ أو على الخداع والتمويه.

3- تقسيمات الألعاب:

يمكن تقسيم الألعاب إلى:

3-1- ألعاب ساكنة: حيث يجب على اللاعبين أن يقوموا باختيار إستراتيجياتهم كلهم في نفس الوقت أي أن كلا منهم يتخذ قراره في نفس اللحظة ولا يستطيع أن يرى أولا ماذا فعل المنافس ثم يقرر.

3-2- ألعاب ديناميكية: يمكن للاعبين فيها أن يتخذوا قراراتهم الواحد بعد الآخر.

3-3- ألعاب بمعلومات كاملة: كل اللاعبين يعرفون نوايا (أي ما هي النتيجة التي يريد المنافس أن يصل إليها) منافسيهم ومنافسوهم يعرفون ذلك وهم يعرفون أن منافسيهم يعلمون ذلك.

3-4- ألعاب بمعلومات منقوصة: واحد على الأقل من اللاعبين ليس له علم

كامل بنوايا منافسيه.

3-5- ألعاب تعاونية وألعاب غير تعاونية: تفترض أن سلوك الشخص يؤثر على حالة كل المشاركون الآخرون في اللعبة. وهذه النماذج تبسط التجريد في أغلب الأحيان تماما من تفاعلات العالم الحقيقي. بينما العديد من علماء اللعبة النظريين يتمتعون بلعب الألعاب بالتأكيد «اللعبة» تمثل مجرد للعديد من المواقف الخطيرة ولها غرض جدي. اللاعبون يتصرفون بعقلانية أي أنهم يحاولون جعل احتمال وقوع عملية دفع (أي تفوق أو ربح) أكثر احتمالا. اللاعبون يحسبون أو يتكهنون حركة المنافس أو اللاعب الآخر ويدخلونها في حساباتهم.

4- عناصر المباراة:

تشمل نظرية الألعاب العناصر التالية:

4-1- اللاعبون: واصطلح البعض على تسميتهم متخذي القرارات أو الأطراف المتصارعة.

4-2- الإستراتيجيات: لكل لاعب مجموعة من الإستراتيجيات (الخطط)، يستخدمها كل طرف تجاه الطرف الآخر وذلك من خلال العوامل التي يسيطر عليها كل لاعب.

4-3- مصفوفة العوائد: مصفوفة تعكس العوائد التي يحصل عليها كل طرف نتيجة استخدامه لإحدى الإستراتيجيات (الخطط) لتحقيق أهدافه في مقابل استخدام الطرف الآخر لإحدى إستراتيجياته لتحقيق أهدافه.

5- أنواع المباريات:

للمباريات أنواع عدة تقسم إلى:

5-1- مباراة متوازنة: ذات إستراتيجية واحدة وهذا يعني أن كل لاعب سوف يستخدم إستراتيجية واحدة تسمى الإستراتيجية المثلى وفي هذه المباراة نقطة توازن يرتضيها الطرفين. ذات إستراتيجية واحدة.

5-2- مباراة غير متوازنة: ذات إستراتيجيات مختلطة وهذا يعني أن اللاعب سوف يستخدم أكثر من إستراتيجية (وذلك لعدم وجود إستراتيجية مثلى ونقطة توازن يرتضيها الطرفين) من حيث درجة الصراع:

أ - **مباراة تامة الصراع**: ذات مجموع صفري.

ب - **مباراة غير تامة الصراع**: ذات مجموع غير صفري ومن حيث عدد اللاعبين.

ج - مباراة ذات طرفين.

د - **مباراة متعددة الأطراف**: لا يوجد عارض يمنع أن تكون المباراة خليطا بين هذه الأنواع الثلاثة، فيمكن أن تكون المباراة بين طرفين وتامة الصراع ومتوازنة ويمكن أن تكون بين عدة أطراف وغير تامة الصراع وغير متوازنة.

6- افتراضات نظرية المباراة:

الموضوع الرئيسي هو نموذج العالم الحقيقي يجب أن يجعل الفروض مبسطة، لأن العالم الحقيقي معد جدا لكي يحلل بدقة. وهناك مبادلة ثابتة بين الواقعية والقابلية التقنية لحل المشاكل. حتى إذا أمكن لشخص أن يكتب نموذج يصف بدقة القرارات التي يتخذها الناس عموما، لا يمكن لأي أجهزة كمبيوتر أن تكون قادرة على حسابه. ما الفروض المتخذة عادة؟ إن الفروض العادية هي:

6-1- الرشد: الناس يتخذون إجراءات من المحتمل أن تجعلهم أكثر سعادة، وهم يعرفون ما يجعلونهم سعداء.

6-2- المعرفة العامة: نعلم بأن كل شخص يحاول جعل نفسه سعيد بقدر الإمكان.

تأخذ هذه الفروض العديد من الأشكال الرياضية، منها قوي جدا (وغير واقعي ومن المحتمل) نحو الأشكال الأضعف الكثيرة في دراسة نظرية اللعبة

السلوكية. ويفحص الاقتصاد التجريبي صلاحية هذه الفروض برؤية الناس الحقيقيين يتصرفون وفق البيئات المسيطرة عليهم.

ثالثا: اللعبة المكونة من شخصين وبحصيلة تساوي صفر

إن أي لعبة قد تكون مكونة من حركات متتالية كما هو الحال في لعبة الشطرنج أو قد تكون مكونة من حركة واحدة لكل لاعب من المشتركين في اللعبة فالتحاليل الحالية سوف تكون محددة بالألعاب ذات الحركة الواحدة، ففي هذا المضمار تعرف كلمة إستراتيجية (خطة) بأنها مواصفات حركة معينة لأحد المشاركين في اللعبة. فخطة المحتكر المشتري تتكون من اختيار قيمة معينة لكل واحد من المتغيرات الموجودة تحت تحكمه فإذا كان السعر هو المتغير الوحيد، فإن الخطة سوف تتكون من اختيار سعر معين فإذا كان السعر ومصاريف الإعلان هما المتغيران، فإن الخطة سوف تتكون من احتكار قيمتين محددتين لكلا من السعر ومصاريف الإعلان ويفترض في أن يكون لكل مشترك عددا محددا من الخطط مع أن العدد قد يكون كبيرا جدا. وهذا الافتراض يلغي احتمال التغيير المتواصل للمتغيرات الحركية وسوف تكون نتيجة لعبة المحتكر الثنائي، بمعنى أن الربح المكتسب من كل مشترك سوف يتقرر من التكلفة المباشرة وعلاقات الطلب وذلك حالما يختار كل واحد من المشتركين خطته. نعتمد في تصنيف أنواع الألعاب على معيارين أساسيين هما: عدد المشتركين؛ حصيلة اللعبة.

فالمعيار الأول مجرد إحصاء لعدد الأشخاص المشاركين في اللعبة بمصالحهم المتضاربة فقد يوجد شخص واحد، شخصان، ثلاثة أشخاص، وبالتعميم، قد يوجد عدد n من الأشخاص المشاركين في كل لعبة (أو مجموعة) أما المعيار الثاني فإنه يسمح بأن يكون هناك علامة مميزة بين الألعاب التي تنتهي بحصيلة تساوي صفر وتلك التي تنتهي بحصيلة تساوي صفر وتلك التي تنتهي بحصيلة لا تساوي صفر. فاللعبة المنتهية بحصيلة تساوي صفر هي تلك المجموعة التي يكون حصيلة ناتجها الجبري(مثلا، الأرباح) للمشتركين مساوية لصفر لكل

خليط محتمل من الخطط (الإستراتيجيات)، فاللعبة التي تكون حصيلتها صفرا هي حالة خاصة من اللعبة التي تكون حصيلتها ثابتة بمعنى أنها اللعبة التي تكون حصيلتها ثابتة لكل خليط من الخطط. فكل لعبة بحصيلة ثابتة يمكنه تحويلها إلى لعبة بحصيلة صفر وبالعكس. فالألعاب التي يشترك فيها شخصان وتكون حصيلة ناتجها صفرا يجب أن تكون تنافسية منتظمة (غير تعاونية) لأنه إذا كان أحد اللاعبين يخسر دائما فإن ذلك يعتبر ربحا للآخرين المشاركين في اللعبة فلا يكون هناك أي مكان للتعاون.

إن اللعبة المكونة من شخص واحد وبحصيلة صفر تكون غير ممتعة لأن اللاعب لا يربح شيئا بغض النظر عن اختباره للخطط التي يستخدمها. فالمحتكر أو محتكر الشراء قد يعتبر كالمشارك الوحيد في اللعبة المكونة من شخص واحد وبحصيلة غير صفر. ويمكن تطبيق اللعبة المكونة من شخصين بحصيلة صفر على سوق احتكار الشراء والذي تكون فيه غنيمة (ربح) أحد المشتركين مساوية دائما للقيمة المطلقة لخسارة الآخر. وعموما إذا، كان اللاعب 1 يمتلك n من الخطط فإن الحصيلة المحتملة للعبة توضحها مصفوفة الربح التالية:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mn} \end{bmatrix} \quad ....(01)$$

حيث أن a_{ij} تمثل ربح اللاعب 1 إذا استخدم الخطة رقم i واستخدم خصمه (اللاعب II) الخطة رقم i وبما أن حصيلة هذه اللعبة صفر، فإن الربح المقابل الذي كسبه اللاعب II هو a_{ij}.

مثال: لنعتبر مصفوفة الربح التالية:

$$\begin{bmatrix} 8 & 40 & 20 & 5 \\ 10 & 30 & -10 & -8 \end{bmatrix} \quad ....(02)$$

فإذا استخدم اللاعب 1 خطته الأولى واستخدم اللاعب II خطته الثانية

فإن اللاعب 1 سوف يربح 40 والثاني يربح 40- ولكنه إذا استخدم 1 خطته الثانية واستخدم II خطته الثالثة فإن 1 سوف يربح (10-) وII يربح 10.

إن مشكلة اتخاذ قرار المحتكر المشتري تتكون من اختيار الخطة المثلى فاللاعب 1 يرغب في الحصيلة (40) في الصف الأول والعمود الثاني من المصفوفة (02) واللاعب II يرغب في الحصيلة 10- في الصف الثاني والعمود الثالث. وتعتمد الحصيلة النهائية على الخطط لكلا المحتكرين، ولا يمتلك أي واحد منهما من أن يفرض رغباته فإذا اختار اللاعب 1 خطته الأولى، فإن اللاعب II قد يختار خطته الرابعة وتكون الحصيلة 5 بدلا من 40 ولكن إذا اختار اللاعب II ولكن إذا اختار اللاعب II خطته الثالثة فإن اللاعب 1 قد يختار خطته الأولى، وتكون الحصيلة 20 بدلا من 10-. إن نظريات المجموعات تفترض أنماطا سلوكية تسمح بتقرير التوازن في حالات مثل هذه. فاللاعب 1 يخشى أن يكتشف اللاعب II الخطة رقم i فأقل ربح يحصل عليه وبالتالي يكون أقصى ربح بالنسبة للاعب II يعطيه أصغر عنصر في الصف رقم i من مصفوفة الربح ونرمز له $\min_i a_{ij}$ القيمة الصغرى ل، a_{ij}. فهذا هو الربح المتوقع للاعب 1 من توظيفه للخطة رقم i إذا كان ما يخشاه من معرفة اللاعب II وسلوكه قد تحقق. ويكون ربح 1 أكبر من هذا المقدار إذا فشل II في اختيار الخطة المناسبة. فاللاعب 1يرغب في تحقيق الحد الأعلى من أقل كمية يتوقع الحصول عليها، لذلك فإن (I) سوف يختار الخطة i التي تعطيه أكبر قيمة من القيم الصغرى وتكون الحصيلة المتوقعة هي: $\max_i \min_j a_{ij}$ فهو لا يستطيع أن يكسب أقل ربحا ولكنه قد يربح أكثر.

بالمثل فإن اللاعب II يمتلكه نفس الخشية من معلومات وسلوك اللاعب I فإذا وظف II خطته رقم j فإنه يخشى أن يوظف I الخطة المقابلة لأكبر عنصر في العمود رقم i من مصفوفة الربح $\max_i a_{ij}$ ولهذا فإن II سوف يختار الخطة j التي يكون فيها $\max_i a_{ij}$ هو الأصغر، ويكون ربحه المتوقع هو $-\min_j \max_i a_{ij}$

فتكون قرارات المحتكر المشتري متوافقة ويتحقق التوازن إذا كان:

$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij}$.......(03)

فـإذا اختـرنـا k لتـكـون الـرقـم الاســتـدلالي الذي مـن أجله $\min_j a_{kj} = \max_i \min_j a_{ij}$ واخترنا h لتكون الرقم الاستدلالي الذي من أجله $\max_i a_{ik} = \min_j \max_i a_{ij}$ فإنه إذا تحققت المعادلة (03) فإننا نسمي الخطة رقم k والخطة رقم h للاعب 1 واللاعب II على التوالي زوج توازني من الخطط وبالعودة إلى المثال المعطى بالمعادلة (03) فإن اللاعب I سوف يوظف خطته الأولى إذا توقع اللاعب II هذا الاختيار منI ويكون ربح I هو 5 ولكن إذا وظف I خطته الثانية وتوقع II هذا الاختيار فإن ربحه سوف يكون 10j فاللاعب II سوف يوظف خطته الرابعة ومن ثم فإن هذا سوف يحدد خسارته بالمبلغ 5 لأن الحد الأعلى لحصيلة كل عمود آخر (عمود نعم وعمود لا) من (03) تكون أكبر من 5 ففي هذه الحالة:

$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = a_{14} = 5$

وبهذا تكون قرارات المحتكر المشتري متوافقة ويتحقق التوازن. فلا واحد من المحتكرين يستطيع زيادة ربحه بتغيير خطته إذا بقيت خطة خصمه بدون تغيير.

مثال: لنفترض أن مصفوفة الأرباح هي:

$\begin{bmatrix} -2 & 4 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & 5 & 10 \end{bmatrix}$ ....(04)

حيث أن اللاعب 1يمتلك خطتين وأن اللاعب II يمتلك أربعة. فمن الممكن تبسيط، مصفوفة الأرباح هذه واللعبة المقابلة لها بتعريف فكرة «السيادة» أو السيطرة فبفحص (04) يتضح أن II سوف لا يستخدم أبدا خطته الثالثة لأنه يستطيع دائما أن يحسن من وضعه بتوظيف خطته الأولى بغض النظر عن الخطة اللاعب I فكل عنصر في العمود الثالث يكون أكبر

من العنصر المقابل في العمود الأول وبذلك فإنه يمثل خسارة أكبر للاعب II وعموما فإن العمود رقم j يسيطر (أو يسود) على العمود رقم k إذا كان $a_{ij} \leq a_{ik}$ لجميع i كان $a_{ij} < a_{kj}$ لواحدة j على الأقل أما في المصفوفة (04) فإن لا صف من الصفين يسيطر على الآخر، ولذا فإن اللاعب العاقل سوف لا يوظف أبدا خطة السيطرة وبذلك يمكن تبسيط مصفوفة الأرباح بإزالة جميع خطط السيطرة. فبإزالة العمودين الثالث والرابع من (04) تصبح مصفوفة الأرباح:

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad ....(05)$$

وبإتباع القواعد الموضحة سابقا، فإن اللاعب I يرغب في توظيف خطته الثانية وأن اللاعب II سوف يرغب في توظيف خطته الأولى، ولكن هذه القرارات غير متوافقة.

$$\max_i \min_j a_{ij} = a_{22} = -1 \quad 3 = a_{21} = \min_j \max_i a_{ij}$$

فلو أن المحتكر المشتري وظف هذه الخطط، فإن الحصيلة الأولية سوف تكون $a_{21} = 3$. فإذا وصف II خطته الأولى فإن I لا يستطيع زيادة ربحه بتغيير خططه. ولكن، إذا استخدم I خطته الثانية فإن II يستطيع تخفيض خسارته من 3 إلى 1- بالانتقال إلى خطته الثانية. فيستطيع 1 حينئذ من زيادة ربحه من 1- إلى 4 والانتقال إلى خطته الأولى فيستطيع II حينئذ من تخفيض خسارته من 4 إلى 2- بالانتقال إلى خطته الأولى. فالافتراضات التي أدت إلى موقع توازن للمعادلة (02) نتج عنها ذبذبات غير منتهية للمعادلة (05) ولم ينتج عنها زوج توازن.

1- الخطط الخليط:

قد يكون هناك حل للعبة معينة وقد لا يكون إذا اختار المحتكر المشتري الخطط، بالشكل الذي وضعناه سابقا. فالمازق الممثل باللعبات مثل (05) يمكن الخروج منه بالسماح للمحتكرين المشترين من أن يختارا خططهما على أساس احتمالي، فإذا اخترنا $r_1\ r_2.....,r_m$ لتكون الاحتمالات التي سوف

يستخدمها اللاعب 1 لتوظيف كل واحدة من خططه (وعددها m خطة) بحيث أن $0 \le r_i \le 1$ (i=1,….,m) وأن $\sum_{i=1}^{m} r_i = 1$ افترض أن اللاعب سوف يستخدم عملية عشوائية في اختيار خطة معينة فمثلا إذا كانت m=3 وأن $r_1=0.3$، $r_3=0.6, r_2=0.1$ فقد يعين الأرقام من صفر إلى اثنين للخطة الأولى، وثلاثة للخطة الثانية وأربعة إلى تسعة للخطة الثالثة، وقد يختار رقم بوحدة واحدة بعملية عشوائية ثم يوظف الخطة المقابلة للرقم المختار. فالاختيار العشوائي سوف لا يسمح للاعب II من توقع اختيار اللاعب I إذا عرف احتمالات اللاعب I.

يستطيع اللاعب II من عشوائية اختيار خطته بتعيين الاحتمالات $s_1, s_2,….., s_n$ لخططه بحيث أن (j=1,….,n) $0 \le s_j \le 1$ وأن $\sum_{j=1}^{m} s_j = 1$ فتكون اهتمامات المحتكر المشتري منصبة على الربح المتوقع بدلا من الربح الفعلي. فربحه المتوقع يساوي مجموع الحصيلات المحتملة مضروبة كل واحدة منها باحتمال حدوثها. فمثلا، إذا وظف اللاعب II خطته رقم j باحتمال يساوي واحد، وأن اللاعب I اختار الاحتمالات $r_1,…..,r_m$, فإن الربح المتوقع للاعب I هو $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} r_i$.

إن مشكلة القرار لكل محتكر مشتري هي أن يختار مجموعة قصوى للاحتمالات. فاللاعب I يخشى أن اللاعب II سوف يكتشف خطته وأن II سوف يختار خطة من عنده تمكنه من الحصول على الحد الأعلى من الربح المتوقع، بمعنى أن هذه الخطة سوف تجعل الربح المتوقع للاعب I أقل. وبالمثل فإن اللاعب II يكون لديه نفس الخوف من اللاعب I فتكون الاحتمالات التي يوظفها المحتكر المشتري احتمالات قصوى، إذا كان:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} r_i \ge V \quad j = 1, \ldots\ldots, n \quad ....(06)$$

وإذا كان أيضا:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} s_j \le V \quad j = 1, \ldots\ldots, m \quad ....(07)$$

حيث أن V معرفة على أنها حصيلة اللعبة (قيمة اللعبة) تنص العلاقات (06) على أن الربح المتوقع للاعب I ستكون على الأقل بكبر V إذا وظف II أيا من خططه باحتمال يساوي واحد، وتنص العلاقات (07) أن الخسارة المتوقعة للاعب II تكون على الأقل بصغر V إذا وظف I أيا من خططه باحتمال يساوي واحد. تنص نظرية أساسية من نظريات المجموعات على أن أي حل يعني قيم r وقيم التي تحقق (06) و(07) دائما موجودة، وأن V تكون فريدة فإذا اختار كلا المحتكرين المشترين خططهم على أسس احتمالية، فإن الربح المتوقع للاعب I، E_1 يمكن تقريره من (06):

$$E_1 = \sum_{j=1}^{n} s_j \left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij} r_i \right) \geq \sum_{j=1}^{n} s_j V$$

أو:

$$E_1 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} r_i s_j \geq V \quad ....(08)$$

وكذلك الخسارة المتوقعة للاعب II يمكن تقريرها من (07):

$$E_2 = \sum_{i=1}^{m} r_j \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} s_j \right) \leq \sum_{i=1}^{m} r_i V$$

أو:

$$E_2 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} r_i s_j \leq V \quad ....(09)$$

إن الحدود التي في الوسط في (09) تكون متطابقة (متماثلة)، فالربح المتوقع للاعب I يساوي الخسارة المتوقعة للاعب II وبدمج (08) مع (09):

$$V \leq E_1 = E_2 \leq V$$

والتي تثبت أن: $E_1=E_2=V$

تنص على أن الحصيلة المتوقعة تكون هي نفسها لكل واحد من المحتكرين المشترين وتساوي حصيلة اللعبة (قيمة اللعبة) إذا كان كلاهما يوظف احتمالاتهم القصوى. فإذا وظف I احتمالاته القصوى، فإن ربحه المتوقع لا يقل عن V بغض النظر عن الخطة التي يختارها اللاعب II وتكون أكبر من

V إذا وظف II مجموعة احتمالات غير قصوى. وبالمثل، إذا وظف II احتمالاته القصوى، فإن خسارته المتوقعة سوف لا تزيد عن V بغض النظر عن الخطة التي يختارها I سوف تكون أقل إذا وظف مجموعة احتمالات غير قصوى.

2- البرمجة الخطية المماثلة (المكافئة):

إن من الممكن تقرير الخطط القصوى للمحتكرين وكذلك حصيلة اللعبة وذلك بتحويل مشاكل اللعبة إلى إطار البرمجة الخطية. أولا تعتبر الحالات التي تكون فيها $V>0$ ثم نعرف المتغيرات الآتية للمحتكر الشرائيII:

$z_j = \frac{s_j}{V} \quad j = 1, \ldots, n$ ....(10)

ومن منطلق هذا التعريف نجد أن:

$\frac{1}{V} = z_1 + z_2 + \cdots + z_n$ ....(11)

ويرغب اللاعب II في أن يجعل خسارته العظمى المتوقعة صغيرة بقدر المستطاع أو ما يماثل ذلك (أو يكافئه) أنه يرغب في جعل 1/V بأكبر حجم ممكن فتكون البرمجة الخطية المماثلة له هي في أن يجد القيم التي من أجلها تكون $i=1,\ldots,\pi$ والتي تعطيه الحد الأعلى من (11) بشرط أن:

$a_{i1}z_1+a_{i2}z_2+\ldots+a_{in}z_n \le 1 \quad i=1,\ldots,m$ ....(12)

ولقد اشتقت العلاقات في (12) بقسمة (07) على V ثم بالتعويض من (10).

وبتعريف المتغيرات الخاصة بالمحتكر المشتري I:

$w_i = \frac{r_i}{V} \quad i = 1, \ldots, m$ ....(13)

ومن منطلق هذا التعريف نجد أن:

$\frac{1}{V} = w_1 + w_2 + \cdots + w_m$ .... (14)

يرغب اللاعب I في أن يجعل ربحه الأدنى المتوقع أكبر ما يمكن أو ما يماثل ذلك أنه يرغب في 1/V أصغر ما يمكن، فتكون البرمجة الخطية المماثلة

له في إيجاد القيم التي من أجلها $z_j \geq 0$ $(j=1,\dots,n)$ والتي تعطي الحد الأدنى للمعادلات في (14) بشرط أن:

$$a_{1j}w_1+a_{2j}w_2+\dots+a_{mj}w_m \geq 1 \quad j=1,\dots,n \qquad \dots\dots\dots(15)$$

ولقد اشتقت العلاقات في (15) بقسمة العلاقات في (06) على 7 ثم بالتعويض من (13).

إن نظام البرمجة للاعب I المعطى بمجموعتي المعادلات (14) و(15) هي االثنائي لنظام البرمجة للاعب II المعطاة بمجموعتي المعادلات (11) و(12) بحيث أن مقلوب (معكوس) حصيلة اللعبة المعطى بالقيمة القصوى للمعادلات (11) والذي يساوي القيمة الأدنى للمعادلات (14) ويمكن، وبسهولة الوصول إلى الاحتمالات القصوى للمحتكرين المشترين باستخدام (10) وباستخدام (13) من القيم القصوى للمتغيرات z_i وw_i.

إن صيغة وضع البرمجة الخطية يسهل الحصول على إثبات أن الحلول تحقق دائما للعبات المشترك فيها شخصان بحصيلة صفر. وهذا الإثبات ينبثق من الإقرار بأن عددا محددا من الحلول القصوى يتحقق دائما لنظام البرمجة المتماثلة، ومن ثم التدليل على أن حلول البرمجة القصوى تقدم حلا للعبة القائمة، ففي البداية نفترض أن جميع a_{ij} أكبر من صفر، بمعنى أن $a_{ij}>0$ فأحد الحلول الممكنة ولكنه ليس الحل الأقصى للنظام المبرمج في المعادلات(11) و(12)تعطيه المعادلة $a^0 = \min_{i.j} a_{ij}$ فإذا جعلنا $z_j=0$ $(j=1,\dots,n)$ فإن أحد الحلول الممكنة للنظام المعطى بالمعادلات (14) و(15) تعطيه المعادلة $w_i= 1/a^0$ $(i=1,\dots,m)$. فللحصول على محدد من الحلول القصوى للأنظمة المبرمجة فيتم ذلك أحد النظريات الازدواجية والتي تنص على أنه: إذا تحقق وجود حلول ممكنة (ولكن غير قصوى) للنظام المبرمج وأن مزوجها موجود ومحقق، فإن عددا محددا من الحلول القصوى سوف يوجد ويتحقق للنظامين معا.

فإذا افترضنا أن القيم القصوى للمتغيرات المبرمجة تكون معطاة بـ: $w_1^*,\dots,w_m^*$ وكذلك $Z_1^*,\dots,z_n^*$ فعلى الأقل أحد w_i^* لابد وأن يكون

موجبا لأن $w_i^* = 0$ (i=1,...,m) لا يكون ممكنا للمعادلات (15) وبالمثل، على الأقل أحد z_i^* يجب أن تكون موجبة لأنه لو كانت جميع قيم z_i^* مساوية لصفر، فإن شروط المعادلات (12) سوف تتحقق على أساس أنها متراجحة منضبطة ولكن بعد هذا، كما أثبت بنظرية الازدواجية فإن جميع قيم w_i^* سوف تساوي صفر والتي أثبت أنها مستحيلة. وبما أن على الأقل أحد z^* وأن أحد w^* يجب أن تكون موجبة، فإنه من الممكن مساواة مقلوبات القيم القصوى للدوال في (11) و في (14):

$$V = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} z_j^*} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} w_i^*}$$

وأنه كذلك:

$$V = \sum_{j=1}^{n} z_j^* = V \sum_{i=1}^{m} w_i^* = 1$$

وبالتعويض من (10) و(13):

$$\sum_{j=1}^{n} s_{j=1} \quad s_j \geq 0 \qquad \sum_{i=1}^{m} r_{i=1} \quad r_i \geq 0$$

وهما احتمالات اللعبة وبالتعويض من (10) و(13) في (12) وفي (15) يكون من السهل التحقق من أن هذه الاحتمالات سوف تكون حلا للعبة كما عرفناه بالمعادلات في (06) و(07).

إن المعادلات في (08) وفي (09) يعرفوا حصيلة اللعبة على أنها متوسط مرجح لعناصر مصفوفة الأرباح. فمن الضروري أن تكون V موجبة لتحقيق المتطلبات غير السالبة للمتغيرات المبرمجة ولكنه عامة، قد نستنتج أن V تكون موجبة إلا إذا كانت جميع قيم a_{ij} موجبة وهذه الصعوبة يمكن حلها بتعريف حلا معدلا بقيم موجبة فلو أن واحدا وأكثر من a_{ij} كان أقل من أو مساويا لصفر $a_{ij} \leq 0$ فما علينا إلا أن نختار رقما، ويمكن K بالخاصية التالية:

$a_{ij} + k > 0$ لجميع j, i ثم نضيف k لكل عنصر من عناصر مصفوفة الأرباح، فنجد أن حصيلة هذه اللعبة المعدلة سوف يتعدى حصيلة اللعبة الأولية بمقدار k:

$$V' = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}(a_{ij}+k)r_i s_j = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} a_{ij} r_i s_j + k\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} r_i s_j = V + k$$
...........(16)

وتكون القيمة موجبة كما أردنا لها بالتركيب، وتكون الاحتمالات القصوى هي نفسها للعبة الأولية والعدلية. ولذا فإن حلا للعبة الأولية يمكن الحصول عليه من حلا للبرمجة الخطية اللعبة المعدل. وبالعودة إلى اللعبة المعطاة بالمعادلة (04) وبوضع $k=4$ فإن مصفوفة الأرباح للعبة المعدلة ستكون:

$$\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

ويكون نظام البرمجة الخطي للاعب II هو إيجاد قيم ل، $z_1,z_2\geq 0$ والتي تعطي الحد الأقصى لـ:

$$\frac{1}{V'} = z_1 + z_2$$

بشرط:

$$2z_1+8z_2\leq 1$$
$$7z_1+3z_2\leq 1$$

ويمكن التحقق عن طريق الرسم من أن الحل الأقصى الوحيد هو: $z_1= 0.1$, $z_2=0.1$, $1/V' =0.2$ وبالاستفادة من (10) وكذلك (16) تكون الاحتمالات القصوى للاعب II هي $s_1=0.5$ $s_2=0.5$ $V=1$ ويمكن كذلك من التحقق بأن الحل الأقصى للنظام المبرمج المزدوج هو $w_1=0.08$, $w_2=0.12$ والتي تعطي احتمالات قصوى للاعب I على أنها: $r_1=0.4$, $r_2= 0.6$.

رابعا: اللعبة (المجموعات) التعاونية

إن نظريات المجموعات التنافسية المنضبطة لا تمثل توضيحا كافيا لسلوك المحتكرين القلة فمصالح أي محتكر منهم لا يكون دائما على طرفي نقيض، وإنما يمكن تشخيص تصرفاته بخليط من التنافس والتعاون. وتظهر خاصية التعاون في اللعبة التي تكون حصيلتها غير صفر (غير ثابتة) ولكن مثل هذه اللعبة لا تؤول بالضرورة إلى التعاون ولكن النتائج (حالة الشراء) بحيث

أن القانون يحرم الحل التواطئ (التامري) وكذلك نفترض أن الرشاوي وإعادة توزيع الربح أيضا لا يسمح بها القانون، فكل واحد من المحتكرين تكون له خطتين:

- أن يعلن بأنه «رائد» leader ومن ثم ينتج كمية لا بأس بها من المنتجات.
- يستطيع أن يعلن بأنه «تابع» ومن ثم ينتج كمية صغيرة نسبيا من المنتجات، وبعدها يعلن كل واحد منهما عن رغبته فإن عليه أن يلتزم بما أعلن ويتبع ذلك بالطبع، كمية الإنتاج التي ينتجها بغض النظر عن ماذا أعلن عنه خصمه. ولنفرض أن مصفوفة الأرباح هي:

رائد	رائد	تابع المحتكرII
Leader	Leader	Follower
(17)	(200,250)	(1000,200)
	المحتكر I	
	تابع	
Follower	(150,950)	(800, 800)

إن الرقم الأول والثاني من كل مجموعة أقواس يمثلان مستويات الربح للاعب I واللاعب II على التوالي. يمكن الحصول على أفضل حصيلة لكل واحد منهما إذا كان هو الرائد وكان منافسه هو التابع، وتكون الحصيلة أسوأ ما يمكن إذا عكس دورهما. فقد يناقش البعض بأنه من المعقول أن يعلن كل واحد منها عن كونه تابعا ليتحصل على ربحا متوسطا معقولا وتكون هذه هي أفضل خطة لكل واحد منهما. ولكن لو أن I اعتقد أن II سوف يكون تابعا، فإن I سوف يعلن أنه هو الرائد بالتزكية وبالمثل للاعب II وبما أ، لكل واحد منهما الحافز الذي يدفعه لأن يكون رائدا فإن سلوكهما غير التعاوني سوف يقود كل واحد منهما للحصول على أدنى مستوى من الأرباح. وفي الحقيقة بأن خطط الزيادة للمحتكرين الاثنين تمثل زوجا توازنيا بينما خطط التبعية المفضلة لا تمثل زوجا توازنيا فمن الواضح أن كلاهما سوف

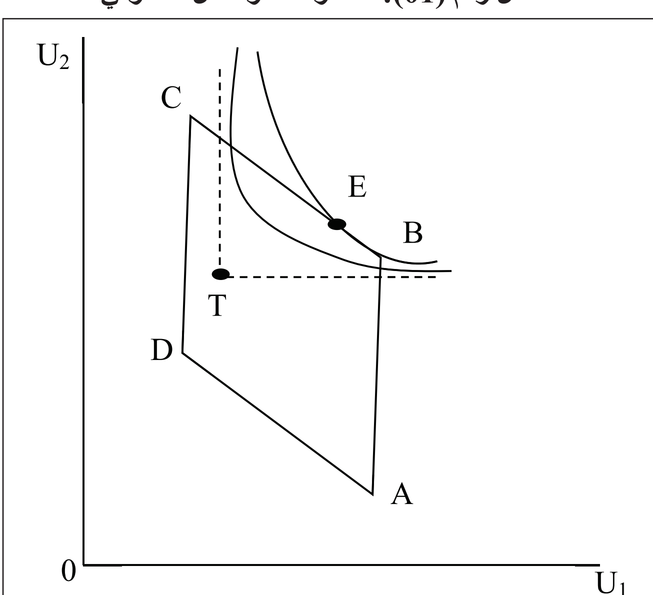
يستفيد من التعاون، ولكنه ليس من الواضح كيفية الوصول إلى اتفاق بشأن هذا التعاون، وحتى ولو وافق كل واحد منهما على أن يكون تابعا، فإن لكل منهما الحوافز التي تدفعه لإخلال هذا العقد وإعلان نفسه رائدا، فاحتمال وجود حلول تعاونية يعتمد على احتمال التوصل إلى التزامات وضمانات غير قابلة للإخلال بها أو عدم التقيد بها.

1- حل المفاوضة لناش:

لنعتبر الحالة التي يحاول فيها المحتكرين التفاوض من أجل التوصل إلى حل تعاوني للمثال في (16) فإذا افترضنا أن كل واحد منهما راغبا في الحصول على الحد الأقصى من المنفعة المتوقعة من أرباحه وأن كل واحد منهما يتمسك ببديهيات فون نيومات مورجنستيرن. ولنفترض أن النقاط الأربع A B, C, D, في الشكل (01) يمثلون حصيلة الربح للأربعة معادلات (16) مطبقة في فراغ المنفعة. فإذا افترضنا أن المحتكرين سوف يتبعان الخطط الخليطة، فإننا نستطيع أن نتحقق من أن منطقة المنفعة المحتملة في هذه الحالة تكون معطاة بالشكل ABCD (رباعي الأضلاع)، فالمفاوضات في مثل هذه الحالة تتمثل في اختيار نقطة من المجموعة (مجموعة منطقة المنفعة المحتملة).

فإذا افترضنا أن المحتكرين لم ينجحا في التوصل إلى اتفاق فإنه ليس باستطاعة أي منهما تهديد الآخر ببيع منتجاته بأسعار مخفضة لبيوت البيع بالتخفيض بربح مضمون فإذا افترضنا أن $(\overline{U}_1, \overline{U}_2)$ تمثلان منافع هذه الأرباح فإن النقطة T على الشكل (01) يكون لها الإحداثيات $(\overline{U}_1, \overline{U}_2)$ ولا يحتاج أي واحد منهما على أن يوافق على قبول ربحا أقل من الربح الذي تقدمه له خطة التهديد فالهدف من الحل التعاوني هو أن على كل محتكر أن يختار نقطة على شمال شرق نقطة T على حدود مناطق المنفعة المحتملة وبالبديهية فإنه يوجد أعداد لا حصر لها لمثل هذه الحلول.

الشكل رقم (01): المفاوضة أو الحل التعاوني



ولذا فإنه حسب حل المفاوضة لناش فإن كل واحد من المحتكرين يجب أن يوافق على خطط بحيث أن الدالة:

$$W = (U_1 - \bar{U}_1)(U_2 - \bar{U}_2) \quad ....(17)$$

تكون هي الدالة العظمى بشروط الضوابط التي تنص على أن النقاط الموجودة في منطقة المنفعة المحتملة هي فقط المتوفرة فيها الشروط والمقبولة. وتعرف هنا المنحنى المعادل لـ W على أنه المحل الهندسي لنقط المنفعة التي تعطي قيمة محددة لـلمنحنى.

هذه المنحنيات ما هي إلا قطع زائدة قائمة بحيث أن القيمة الثابتة لـ W تزداد مع ازدياد المسافة من T فاثنين من مثل هذه المنحنيات موجود في الشكل (01) فنقطة E تعطي حل ناش وتقع على أعلى منحنى من منحنيات المعادلة لـ W والتي يكون لها، على الأقل نقطة واحدة مشتركة مع منطقة المنفعة المحتملة. فعلى الخط الواصل بين نقطتي B (تمثل كلا المحتكرين كتابعين) وC (تمثل I كتابع، وII كرائد) سوف يوظف I الخطة التي تجعل منه تابعا أما II

فإنه سوف يوظف خطة مختلطة وتكون احتمالات كونه رائدا معطاة بالنسبة BE إلى BC وتكون احتمالات كونه تابعا معطاة بالنسبة EC إلى BC ويجب أن نلاحظ أن هذا الحل يتطلب (يستلزم) مقارنة شخصية لمنافع فون-نيومان مورجنستيرن.

2- الاحتكار الثنائي (الاحتكار بين طرفين):

إن المحتكر لا يمتلك دالة عرض إنتاج تربط السعر والكمية، فهو يختار نقطة على دالة طلب المشتري والتي تعطيه الحد الأقصى من أرباح. وبالمثل فإن محتكر الشراء لا يمتلك دالة طلب لمدخلات فهو يختار نقطة على دالة عرض المشتري والتي تعطيه الحد الأقصى من الأرباح. فالاحتكار الثنائي هو عبارة عن حالة في السوق تتمثل بوجود مشتر واحد فقط وبائع واحد فقط فليس من المحتمل للبائع أن يتصرف كمحتكر ولا البائع كمحتكر مشتري في نفس الوقت. فلا يستطيع البائع أن يستغل دالة طلب غير موجودة، ولا المشتري أن يستغل دالة طلب غير موجودة. فلابد من أن أحد يتنازل. فهناك احتمالات لثلاث نتائج عامة:

- قد يسيطر (يتحكم) أحد المشتركين ويجبر الآخر على قبول قرارات سعره و/أو كمياته المنتجة؛
- قد يتعاون البائع والمشتري ويحققا حلا مثل حل ناش؛
- قد تتحطم آلية السوق بالمعنى أن لا يكون هناك من متاجرة أبدا.

فنظريات الاحتكار، واحتكار القلة ونظريات المجموعات تساعد على تفهم النتائج المختلفة المحتملة.

3 - الحلول المرجعية (أو الإسنادية):

افترض حالة احتكار ثنائي في سوق السلعة المنتجة Q_2 فالمشتري للسلعة Q_2 يستخدمها كمدخل لإنتاج Q_1 حسب دالة إنتاجه $q_1=h(q_2)$ فهو يبيع السلعة

Q_1 في سوق تنافسية بالسعر الثابت p_1 أما البائع فإنه يستخدم دخلا واحد هو X لإنتاج Q_2 فهو يشتري X من سوق تنافسية بالسعر الثابت r لنفترض أنه يمكن وضع دالة إنتاجه في الشكل المعكوس $x=H(q_2)$ فالحلول المنشودة من قبل الاحتكار، والمحتكرين، وشبه التنافس تعطي نقط إسنادا (مرجع) مفيدة لمن يقوم بتحليل هذه السوق. فمن الممكن الحصول على حل احتكاري إذا كان بإمكان البائع السيطرة وفرض السعر الذي يرغبه على المشتري ويكون ربح المشتري: $\pi_R=p_1h(q_2)-p_2q_2$

فهو يضع $d\pi_B/dq_2$ مساوية لصفر للحصول على الحد الأقصى من الربح:

$$\frac{d\pi_B}{dq_2}=p_1h'(q_2)-p_2=0$$

$$P_2=p_1h'(q_2) \quad ....(18)$$

وهي تمثل مقلوب دالة الطلب للمشتري للسلعة Q_2 فالمشتري يشتري السلعة Q_2 للحد الذي تكون عنده قيمة إنتاجه الحدي مساوية للسعر الذي وضعه البائع. فالبائع المحتكر سوف يعوض من (18) بالسعر p_2 ويتحصل على الحد الأقصى من الربح: $\pi_s=p_1h'(q_2)\ p_2-rH(q_2)$

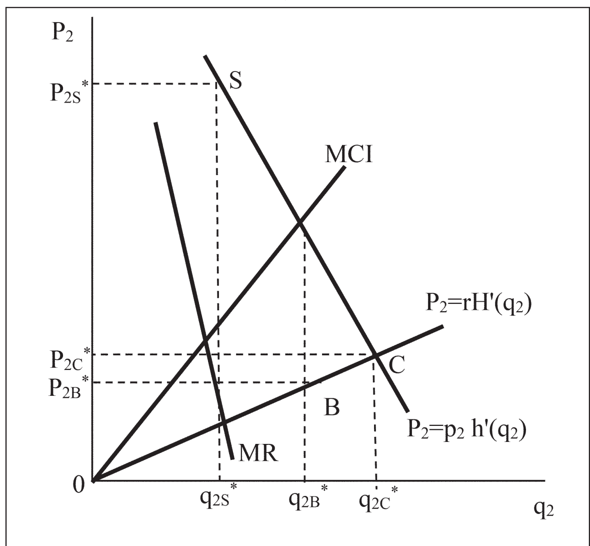
$$\frac{d\pi_s}{dq_2}=p_1\left[h'(q_2)+h''(q_2)q_2\right]-rH'(q_2)=0$$

$$p_1\left[h'(q_2)+h''(q_2)q_2\right]-rH'(q_2) \quad ....(19)$$

فشرط التوازن (19) ينص على أن البائع يساوي بين MR الخاص به وبين MC وللحصول على سعر الاحتكار p_{2s}^*، فإننا نقوم بحل (19) لإنتاج الاحتكار q_{2s}^* ثم نعوض بهذه القيمة في (19) فمثال لمثل هذا الحل الاحتكاري تعطيه النقطة S في الشكل (02).



الشكل رقم (02):



إنه من الممكن تحقيق حل لاحتكار الشراء وذلك إذا سيطر المشتري وأملى سعره على البائع وأجبره على قبوله فيكون ربح البائع هو: $\pi s=p_2q_2-rH(q_2)$

فهو يضع $d_{\pi s}/dq_2$ تساوي صفر للحصول على الحد الأقصى من الربح على الشكل التالي:

$$\frac{d\pi_s}{dq_2} = p_2\text{-}rH^{'}(q_2) = 0$$

$$p_2 = rH^{'}(q_2) \quad ....(20)$$

وهذا هو مقلوب دالة عرض السلعة Q_2 فالبائع ينتج ويبيع السلعة Q_2 للحد الذي يكون عنده تكلفته الحدية مساوية للسعر الذي وضعه المشتري.
فالمشتري المحتكر يعوض من (20) من أجل p_2 ويحصل على الحد الأعلى من الربح: $\pi_B=p_1h'(q_2\ \text{-}rH(q_2)\ q_2$

$$\frac{d\pi_s}{dq_2} = p_1h^{'}(q_2)\text{-}r\left[H^{'}(q_2) + H^{''}(q_2)q_2\right] = 0$$

$$p_1h^{'}(q_2) = r\left[H^{'}(q_2)+H^{''}(q_2)q_2\right] \quad ....(21)$$

وشرط التوازن (21) ينص على أن المشتري يساوي قيمة إنتاجه الحدي

بالتكلفة الحدية للداخل (MCI) وللحصول على سعر المشتري المحتكر p_{2B}^{*} فإننا نقوم بحل (21) للحصول على إنتاج المحتكر المشتري q_{2B}^{*} ثم نعوض بهذه القيمة في(20) فمثال لمثل هذا الحل تعطيه النقطة B على الشكل (02).

أخيرا إذا اعتبرنا السعر والكمية التي يمكن التوصل إليها إذا كان كلا من البائع والمشتري متقبلين للأسعار (أي أن الأسعار تملى عليهما) فإن مقلوب دالتي الطلب (18) والعرض (20). سوف تكون فعالة وتتحدد الكمية الشبه تنافسية q_{2C}^{*} بمساواة سعر العرض والطلب:

$p_{2C}^{*} = p_1 h'\left(q_{2C}^{*}\right) = rH'(q_{2C}^{*})$ ....(22)

وسوف يساوي سعر شبه-التنافس بين قيمة الإنتاج الحدي للمشتري والتكلفة الحدية للبائع. وهذه النتيجة الشبه تنافسية قد لا تكون حصيلة ممكنة بسوق يتميز بكونه احتكاريا ثنائيا، ولكنها تمدنا بنقطة إسناد (مرجع) أخرى مفيدة. فمثال الحل الشبه تنافسي تعطيه النقطة C على الشكل (02). فمن الممكن تعميم بعض نتائج المقارنة بين حلول الاحتكار (B) واحتكار لشراء (S) وشبه التنافس (C) على الشكل (02) لتغطي جميع الحالات التي يكون فيها منحنى الطلب [$p_1h'(q_2)$] بميل سالب يكون فيها منحنى العرض [$rH'(q_2)$] بميل موجب بمعنى الحالات التي يكون فيها $h''(q_2)<0$ وكذلك $H''(q_2)>0$ وسوف تقع نقاط توازن الاحتكار والاحتكار الثنائي إلى الجهة اليسرى من تقاطع منحنى العرض والطلب وبهذا تكون q_{2B}^{*} وq_{2S}^{*} ففي الشكل (02) تكون $q_{2B}^{*} < q_{2S}^{*}$ وهذه النتيجة لا تتحقق دائما فإنتاج الاحتكار والاحتكار الثنائي يعتمد على ميل كل من منحنى الطلب ومنحنى العرض.

يمكن بناء حالة يكون فيها $q_{2B}^{*} < q_{2S}^{*}$ وسوف يقع سعر التوازن دائما بين سعري الاحتكار الثنائي. وبما أن توازن الاحتكار يقع على منحنى الطلب على الجهة اليسرى من الحل شبه-التنافسي. فإن $q_{2S}^{*} < q_{2C}^{*}$ وبما أن توازن احتكار يقع على منحنى العرض على الجهة اليسرى من الحل شبه-التنافسي فإن

افترض أن: $q^*_{2C} > q^*_{2B}$ $^*_{SB}$ $^*_{SC}$ $^*_{SS}$ يمثلون مستويات أرباح البائع في الحالات الثلاثة فإنه عموما يكون: $^*_{SS} > {}^*_{SC} > {}^*_{SB}$

وإذا افترضنا أن: $^*_{BB}$ $^*_{BC}$ $^*_{BS}$ يمثلون مستويات أرباح المشتري فإنه عموما يكون: $^*_{BS} > {}^*_{BC} > {}^*_{BB}$

4- التواطؤ والمفاوضة:

إن من العادة الافتراض بأن المشاركين في السوق سوف يتعرفون على اعتماد بعضهم على البعض الآخر بطريقة تعاونية وأنهم سوف يتوصلون إلى اتفاق يواف جميع الأطراف من حيث السعر والكمية فيمكن لمرحلة المفاوضة أن تتم على خطوتين منفصلتين الأولى أن يقرر المشتركون الكمية التي تمكنهم من الحصول على الحد الأعلى من الربح المشترك وثانيا تقرير السعر الذي يوزع الربح المشترك بينهم ومعادلة هذا الربح هي:

$\pi=\pi_B+\pi_S=[p_1h(q_2)-p_2q_2]+[p_2q_2-rH(q_2)]=p_1h(_{q2})-rH(q_2)$

وبوضع $d\pi/dq_2$ مساوية لصفر:

$$\frac{d\pi_s}{dq_2} = p_1 h^{'}(q_2)\text{-}rH^{'}(q_2) = 0$$

$$p_1 h^{'}(q_2) = r\ H^{'}(q_2)$$

وهذا الربح المشترك سوف يكون عند حده الأقصى عند الإنتاج الذي يتساوى عنده قيمة الإنتاج الحدي للمشتري مع التكلفة الحدية للبائع. وهذا مشابها للحل الشبه-تنافسي المعطى بالمعادلة (15) ويكون مستوى الإنتاج التواطئي الأقصى مشابها لمستوى الإنتاج الشبه تنافسي q^*_{2C} وسوف يتصرف الاحتكار الثنائي التواطئي بنفس الطريقة التي تتصرف بها الوحدات المتنافسة وذلك بالنسبة للعالم الخارجي. ليس من الضروري أن يتبع سعر شبه التنافس من حل التواطئ لأن البائع سوف يرغب بأعلى سعر يمكن الحصول عليه للكمية المطلوبة وكذلك المشتري فإنه يرغب بأقل سعر ممكن، فإذا افترضنا أن الحد الأعلى هو ذلك السعر الذي يجبر ربح المشتري لأن يكون صفرا، وأن

يكون الحد الأدنى هو ذلك السعر الذي يجبر ربح البائع لأن يكون صفرا:

$$\frac{p_1 h(q_{2C}^{*})}{q_{2C}^{*}} \geq p_2 \geq \frac{rH(q_{2C}^{*})}{q_{2C}^{*}} \qquad ....(23)$$

وبما أن ربحا سالبا سوف يجبر أحد الوحدات الإنتاجية على عدم استمرارية عملياتها الإنتاجية، فإن السعر لا يمكن تحديده خارج هذه الحدود. والبديل هو أن نفترض أن المشتري لا يمكن أن يعمل أسوأ من الحل الاحتكاري وأن البائع لا يمكن أن يعمل أسوأ من حل الاحتكار الشرائي.

$$p_1 h(q_{2C}^{*})\text{-}p_2 q_{2C}^{*} \geq {}^{*}_{BS}$$

$$p_2 q_{2C}^{*}\text{-rH}(q_{2C}^{*}) \geq {}^{*}_{SB}$$

وبحل كل واحدة من اللامتساويات السابقة لقيمة P_2:

$$\frac{p_1 h(q_{2C}^{*})\text{-}\ {}^{*}_{BS}}{q_{2C}^{*}} \geq p_2 \geq \frac{rH(q_{2C}^{*})+\ {}^{*}_{SB}}{q_{2C}^{*}} ....(24)$$

وهذه الحدود يمكن الحصول عليها من حلول الإسناد (المراجع). فإذا كان ${}^{*}_{BS}$ ${}^{*}_{SB}$ موجبين فإن (24) سوف تمدنا بمدى أضيق للمفاوضة والمساومة من (23) ففي الحالتين يكون تحديد سعرا معينا ضمن حدود المفاوضة معتمدا على قوة المفاوضة النسبية للبائع والمشتري.

خامسا: الحل البياني للعبة

يمكن حل اللعبة في حالة استخدام الإستراتيجيات المختلطة برسم المعادلتين الخاصتين بكل لاعب بيانيا كالآتي: ففي حالة اللاعب A نرسم المعادلتين

E_1=p(50) + (1-p)60

E_2=p(55) + (1-p)40

فيمثل المحور الأفقي الاحتمالات التي تتراوح قيمتها بين صفر وواحد صحيح بينما يمثل المحور الرأسي قيم حصيلة اللعبة (E) المقابلة لكل احتمال.

ويوضح الشكل البياني أسفله، أنه إذا اختار اللاعب A الاحتمال p=0.4 يحصل على حصيلة تمثلها النقطة L لو اختار منافسة الإستراتيجية 1 وحصيلة

تمثلها النقطةK لو اختار المنافس الإستراتيجية 2. وبإتباع الافتراض السابق نفسه بخصوص السلوك المحافظ لكل لاعب نجد أن اللاعب A سوف يقتصر اختياره على النقط الواقعة خارج حدود المساحة المظللة أي يقتصر اختياره على الخط MNR ويختار أعلى النقط على هذا الخط وهي النقطة N. وواضح أن النقطة N تقابل احتمالا قدره 0.8 وحصيلة قدرها 52 أي أن الحل البياني يعطي:

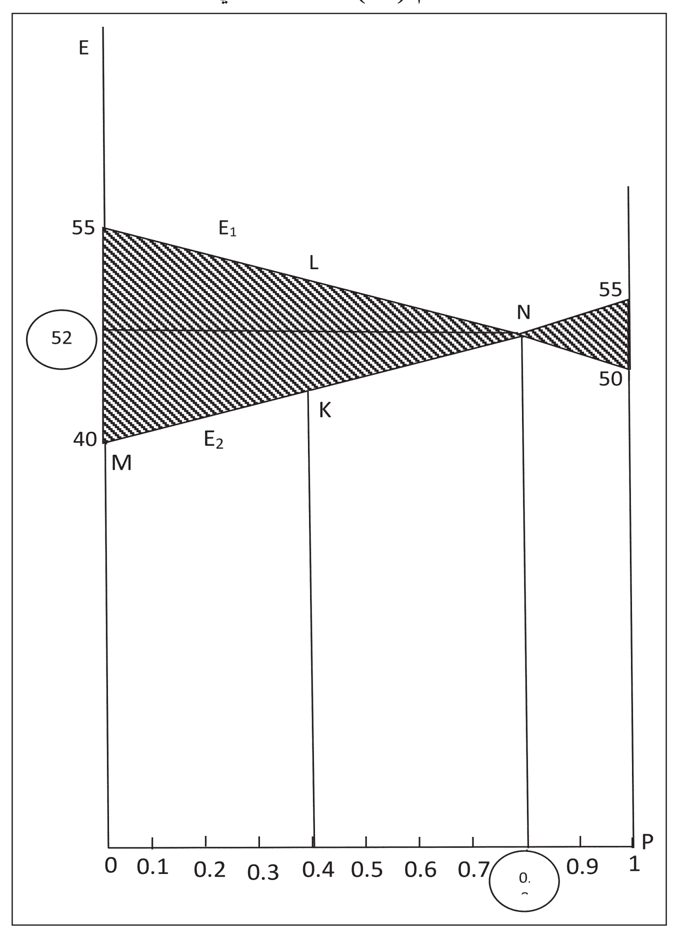
P=0.8

1-p=0.2

E=52

وهو الحل نفسه الذي حصلنا عليه جبريا.

الشكل رقم (03): الحل البياني للعبة



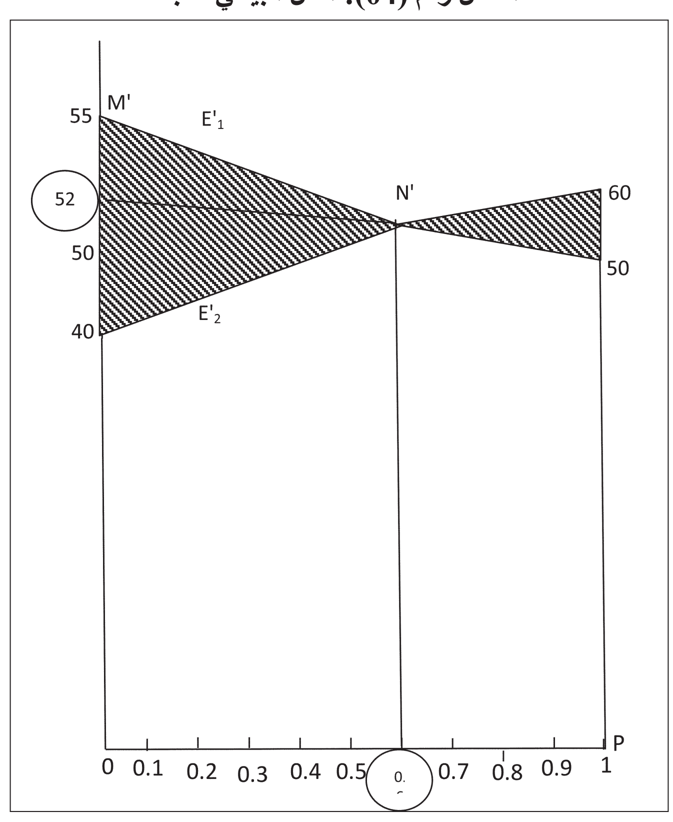
ويمكن إتباع الخطوات نفسها لحل مشكلة B بيانيا فنحصل من الشكل أسفله على الحل:

Q=0.4
1-q=0.6
E’=52

الحل نفسه الذي حصلنا عليه جبريا.

ويلاحظ أن اللاعب B يقتصر اختياره على النقاط التي تعلو حدود المساحة المظللة أي على الخطM'N'R' ويختار أقل نقطة عليها (نقطة 'N) والتي تمثل (minim).

الشكل رقم (04): الحل البياني للعبة



الفصل السادس: اقتصاديات المعلومات

المعلومات تساعد على تحويل الأفكار والآراء إلى أفعال وتصرفات تقود إلى التقدم المستمر، فهي تصبح معرفة عندما يقوم أحدهم بتطبيقها في شيء مفيد. إذ يعرف David Olson المعلومات على أنها البيانات التي تمت معالجتها، بحيث أصبحت ذات مغزى عند المستفيد، وذات قيمة حقيقية مدركة ومحسوسة في الإجراءات الحالية أو المستقبلية المتطورة أو في عملية صنع القرارات.

أولاً: مفاهيم

يعتمد مجتمع المعلوماتية في تطوره بالدرجة الأولى على المعلومات وأنظمة الحاسوب وشبكات الاتصالات، وهو المجتمع الذي يستطيع كل فرد فيه استحداث المعلومات والمعارف والوصول إليها واستخدامها وتقاسمها بحيث يمكن الأفراد والمجتمعات والشعوب تسخير كامل إمكاناتهم في النهوض بتنميتهم المستدامة وفي تحسين نوعية حياتهم.

1 - مفهوم إقتصاديات المعلومات:

اقتصاديات المعلومات هي حقل معرفي يجمع بين مجالين معرفيين هما: الاقتصاد والمعلومات، وهو مجال واسع يتناول كل الظواهر التي يلتقي فيها الاقتصاد بالمعلومات، أي أنه العلم الذي يختص بدراسة الأبعاد الخاصة بالخصائص الاقتصادية للمعلومات بوصفها أحد الموارد المهمة في حياتنا المعاصرة، والاستثمار في المعلومات والآلية المعتمدة في احتساب تكلفة المعلومات وقيمتها. ويعد علما لأنه يقوم على منهج البحث العلمي، ويعتمد طرق البحث العلمي في استنباط واستقراء دراسة المشاكل المتعلقة بالاستثمار في المعلومات، وتكلفة المعلومات وقيمتها، بهدف الوصول إلى الحلول الملائمة لهذه المشاكل، وأيضا في فهم طبيعة العلاقة الاقتصادية بين هذه الجوانب.

2 - أهمية المعلومات:

أهمية المعلومات وتأثيرها في المجتمعات يتوقف على مدى رواجها وكثرة تطبيقاتها والاستفادة منها، ويمكن التعبير عن هذه الأهمية في النقاط الآتية:

- ارتباط المعلومات بمختلف أوجه النشاط البشري، وخاصة في مجال البحث العلمي؛
- تستخدم المعلومات في حل المشاكل على تعددها وتنوعها وفي إيداع المزيد من الآراء والمستحدثات الحضارية وغيرها في سبيل التقدم والرفاهية؛
- تساهم المعلومات بفعالية في اتخاذ القرارات السليمة من قبل الأفراد والهيئات والمؤسسات سواء كان ذلك في مراحل التخطيط أو التنفيذ؛
- تستخدم المعلومات في إجراء البحوث الأساسية والتطويرية سواء في مجال الخدمات أو الإنتاج؛
- المعلومات تدعم المعارف المهنية والوظيفية في أي نشاط أو جهد تقوم به المنظمات والهيئات والأفراد؛
- الاستخدام الصحيح للمعلومات يساعد في الاستفادة من المعلومات الوطنية من موارد بشرية ومادية ومالية؛
- المعلومات هي القوة التي تساعد الإنسان في التعامل مع الواقع لكي يفهم الحقيقة.

3 - الأدوار الاقتصادية للمعلومات:

تتقمص المعلومات العديد من الادوار في الحقل الإقتصادي، ومن بين أهم الأدوار نجد:

3-1- اتخاذ القرار: لقد كان للعمل الذي قام به كل من Von Neurmann and Moergenstern عام 1982، حيث تكمن أهميته في وضع إطار لاتخاذ القرارات معتمدين على التوافق الرياضي، والذي يمكن القيام بداخله

بالبحوث الرياضية ذات الدقة المتناهية. حيث أكدت اللجنة الوطنية لعلم مرافق المعلومات والمعلومات عام 1982 على هذا الدور المهم. ومع ذلك فهناك خلاف بشأن دور المعلومات في اتخاذ القرارات، ذلك لأن هذا الدور لا يتصف بالوضوح وتحديد المعنى. فعلماء النفس لا يجدون في التعريف الرياضي دعما كثيرا لدراساتهم خصوصا في وجود مفهوم الشك ومعالجة المعلومات. وفي واقع الأمر، فإن المعلومات تظهر في بعض المواقف على أنها تبرير للقرارات التي اتخذت فعلا وليس لتحديد ما ينبغي اتخاذه من قرارات.

3-2- الإدارة التشغيلية: هذا الدور يتحقق مع تطبيق نظم المعلومات الإدارية والتي تدعم العمليات اليومية لكل أنواع المنظمات والقيمة الاقتصادية هنا واضحة. فالإدارة المثلى هي الإدارة التي تتمتع بمعلومات أفضل.

3-3- بديلا للكيانات المادية: يمكن أن تُستخدم المعلومات في بعض السياقات كبديل للكيانات المادية، ويظهر هذا الدور في الاتصال عن بعد، حيث يتم استبدال نقل البيانات بحركة الناس، وفي الطب يتم استبدال الاكتشاف من خلال الصورة بالاكتشاف من خلال الجراحة. والقيم الاقتصادية واضحة الشمول في الحالتين.

3-4- المسح البيئي: تُعد المعلومات أساسا للمسح البيئي، حيث تُعتبر وسيلة لتعلم ما يحدث في العالم، ومتضمنة كلام الإدارة التشغيلية واتخاذ القرارات، أي أن الإدارة هنا تصور للحقيقة الخارجية، كما يلاحظ هنا دور المعلومات سيكون أكثر توافقا وانتظاما مع الأساليب التي يتم القيام بها لصنع القرارات في واقع الحال.

3-5- التأثير والاستمالة: فالدور الاقتصادي للإعلان في اقتصاديات السوق يعتبر دورا حاسما لأنه يخدم القائمتين بالشراء الذين يريدون معرفة المنتجات المتوافرة، كما أن المعلومات وسيلة القائمين بالبيع الذين يريدون إقناع المشترين بقيمة منتجاتهم، ولعل من أهميتها تتعاظم عند

تقديمها لوسائل تمويل منتجات معلوماتية أخرى كالمجلات والصحف.

3-6- **التعليم**: يكمن دور المعلومات هنا في قيامها بجزء من عملية التعلم بوساطة الكتب ووسائل الاتصال وملفات الحواسيب حين تستخدم في تقديم المادة العلمية وفي كونها أداة مكملة للتفاعل مع المدرسين، وقد تخدم المعلومات كبؤرة للتعليم ذاته، وذلك لأن أدوات الوصول للمعلومات وكيفية استخدامها تعتبر من بين أعداد المواد أو الأشياء التي لابد من تعلمها.. وكل واحدة من هذه الوسائل تعتبر ذات أهمية اقتصادية سواء بالنسبة للفرد وإجمالي مكتسبات حياته أو بالنسبة للمجتمع وزيادة إنتاجيته.

3-7- **الثقافة والترويج**: على الرغم من صعوبة التعرف على القيمة الاقتصادية للمستفيدين من المعلومات بناء على هذا الدور، فهناك من غير شك رغبة لدى الناس في دفع ثمن منتجات وخدمات المعلومات وهذا هو أساس نجاح صناعات المعلومات التي تتبنى هذا الدور في الاقتصاد العام.

3-8- **المنتجات والسلع والخدمات**: تعني بالمعلومات كسلعة أنها الشيء الذي ينتج كحزمة موحدة للبيع ويمكن شراؤها كذلك لأسباب متعددة، وخدمة على اعتبار توصيل المنتج للمشتري الفرد كحزمة مفصلة طبقا لاحتياجات محددة بالمقارنة بالحزمة الموحدة الكامنة في المنتج. علماء الإحصاء وعلماء الاقتصاد يميلون إلى قياس سلع وخدمات المعلومات بناء على الكيانات المادية المنتجة والمصدرة والمباعة والمجمعة والمستخدمة والمستهلكة أكثر من قيامهم بهذا القياس بناء على المحتوى. ونتيجة لذلك، فإن القياسات الاقتصادية تعكس الجوانب المادية وليست الجوانب المعلوماتية.

3-9- **المورد الرأسمالي**: أي أنها استثمار يُستخدم في إنتاج منتجات وخدمات المعلومات، ويُعتبر هذا الدور ذا أهمية خاصة في تلك الصناعات، أي في إدارة الإنتاج، وبيع منتجات قواعد البيانات هي الاستثمار الرأسمالي

الرئيسي لها، وهي بذلك أكثر أهمية من التجهيزات أو المباني. كما ينبغي أن نعترف بأن ملفات نظم المعلومات الإدارية في كل الشركات هي مصادر أو موارد رأسمالية حاسمة كأساس في الإدارة التشغيلية.

4 – صفات المعلومات:

ظهرت صفات خاصة للمعلومات من خلال الدراسات والقياسات الإقتصادية وهي كما يلي:

- منتجات المعلومات لا يمكن استبدالها بمنتجات معلومات أخرى إذا لم تكن محتويات المعلومات في كل منهما متشابهة؛
- منتجات المعلومات تضيف قيمة ولكن مزايا هذه المنتجات تعتمد كذلك على مقدرة المستفيد على استعمالها؛
- لا تبلى المعلومات بالاستخدام، ولكن الزمن فقط يجعل المعلومات شبيهة بالبضائع الاستهلاكية في حالات معينة، كما هو الحال مثلا بالنسبة للمعلومات عن معدلات تبادل الأسهم.. وفيما عدا ذلك فالمعلومات تشبه أكثر البضائع الاستثمارية؛
- المعلومات لا تمثل ثوابت، ومعنى ذلك أنها بصفة عامة لا يتم التعبير عنها كميا؛
- المعلومات تتميز بالتجريد، أي أنها تنتج وتختزن وتستخدم من خلال أجهزة وخدمات مختلفة؛
- يتم إنتاج المعلومات الجديدة بصفة رئيسية عن طريق الميزانية العامة، خصوصا بالنسبة للبحوث الأساسية، ولكن التكاليف الإنتاجية الكلية نادرا ما تكون مشمولة في ثمن السوق؛
- يصعب قياس الفائدة الحقيقية للمعلومات لأنها مربوطة باستخدامها، وهذا أمر لا يخضع للتنبؤ.

ثانيا: أهمية دراسة إقتصاديات المعلومات وأهدافها

تكتسب اقتصاديات المعلومات أهمية على عدة مستويات، ولها العديد من الأهداف نوجزهما في الأتي:

1 – أهمية دراسة اقتصاديات المعلومات:

تكمن أهمية دراسة اقتصاديات المعلومات على المستوى الدولي، الوطني، المنظماتي، الفردي. كما يأتي:

1-1- **المستوى الدولي**: تتجسد أهمية المعلومات من خلال عدها المعيار لتصنيف الدول والشعوب إلى دول وشعوب متقدمة وأخرى متأخرة، ذلك لأن معامل القدرة على التعامل مع المعلومات وتشغيل شبكات متقدمة من وسائل الاتصال في عصرنا الحاضر يعد المؤشر الأكثر دلالة على التقدم النسبي للشعوب، إذ يتناسب توزيعها عادة مع التوزيعات الأخرى لثورة المعرفة ومصادرها مثل الإنفاق على جهود البحث والتطوير وعدد العلماء المتخصصين وأساتذة الجامعات...إلخ. فالدول مثل: الصين والولايات المتحدة الأمريكية واليابان وفرنسا والمملكة المتحدة وكندا وألمانيا وغيرها تبعا لهذا المعيار تصنف في خانة الدول والشعوب المتقدمة، في حين تصنف دول الجنوب ومن ضمنها الأقطار العربية ضمن خانة الدول والشعوب المتأخرة وفق هذا الأساس، ويمكن تلخيص أهمية إقتصاديات المعلومات على المستوى الدولي في الجدول التالي:

الجدول رقم 01: أهمية اقتصاديات المعلومات في تصنيف الدول والشعوب

الخصائص	الدول المتقدمة	الدول المتخلفة
التعامل مع المعلومات	قدرة عالية ومتعاظمة على التعامل مع المعلومات	قدرة ضعيفة وبطيئة على التعامل مع المعلومات
شبكات الاتصالات	تشغيل شبكات اتصالات متطورة وحديثة	شبكات اتصالات قديمة وغير فاعلة
البحث والتطوير	تشجيع البحث والتطوير واحتضان الباحثين وتبني البحوث	إهمال للبحث والتطوير وتجاهل للبحوث والباحثين

عدد المتخصصين	عدد كبير ومتزايد من المتخصصين في المعلومات	عدد قليل ومحدود من المتخصصين في المعلومات
الدعم الإسناد	استثمار كبير في تكنولوجيا المعلومات	يشكل الإنفاق على تكنولوجيا المعلومات نسبة ضئيلة جدا

وقد اعتمد الباحث Jung، نموذجا جديدا في تصنيف الدول والمجتمعات في ضوء اقتصاديات المعلومات حدد فيه صنفين:

أ - **الدول والمجتمعات عالية المعلومات**: وأهم خصائصها ومؤشراتها هي النمو الأعلى لقطاع المعلومات والذي يسهم بأكثر من (35%) من إجمالي الناتج المحلي وبأكثر من (35%) من إجمالي قوة العمل وانخفاض القطاع الزراعي إلى ما نسبته (10%) أو أقل.

ب - **الدول والمجتمعات متوسطة المعلومات**: والتي يكون فيها معدل نمو قطاع المعلومات في مؤخرة قطاعات النمو الاقتصادي، ويكون القطاع الزراعي هو القطاع المتحكم في النشاط الاقتصادي.

1-2- **المستوى الوطني**: مجهود التنمية الاقتصادية تحول في التصنيع إلى المعلومات وأن النسبة الأكبر من إجمالي الناتج الوطني في الدول ذات الناتج الوطني العالمي يسهم به قطاع المعلومات، فأكثر من 50% من إجمالي الناتج الوطني والقوة العاملة في بعض الدول المتقدمة يعملون في الأنشطة المعلوماتية. إذ يؤكد Jonscher بأن تكنولوجيا المعلومات أسهمت بدور جوهري في تسريع الإنتاجية في مختلف القطاعات في الولايات المتحدة الأمريكية وفي دول منظمة التعاون الاقتصادي خلال السبعينيات والثمانينيات من القرن الماضي وإلى يومنا هذا. ويجسد Wellenius أهمية اقتصاديات المعلومات من خلال الإشارة إلى أن قطاع المعلومات لا يسهم في توفير الفرص الاستثنائية الجديدة لتحقيق التنمية الاقتصادية بوصفها ناتجا ذاتيا له فحسب، وإنما في توفير الفرص التي تعزز إنتاجية القطاعات الأخرى الزراعية والصناعية والخدمية، ويؤكد أيضا الباحث Sinan على

هذه الأهمية من خلال ما يطلق عليه «التحول الكامل» الذي يعني تحول اقتصاد الدولة في الحالة التي تتساوى فيها قوة العمل في قطاع الصناعة مع قوة العمل في قطاع الزراعة إلى الحالة التي تتساوى فيها قوة العمل في قطاع المعلوماتية بقوة العمل في قطاع الصناعة، وهي العملية التي استغرقت في اليابان عشر سنوات (1962-1972) وفي الولايات المتحدة خمسون عاما (1906-1954).

يشير الكاتب "بولين أثرتون" إلى أن هذه الفجوة التي ينبغي تخطيها لدفع عملية التنمية في الكثير من الدول النامية هي الفجوة في تسهيل طرق الوصول إلى المعلومات وفي تناولها. وتشير الدراسات إلى أن الهوة الرقمية ليست قائمة بين الدول والمجتمعات فحسب وإنما في داخلها أيضا، أي بين من يطلق عليهم الأغنياء والفقراء للمعلومات، ومن ثم ظهور نخبة جديدة من الأفراد هي "نخبة المعلومات"، إذ تتوافر الأدلة على أن استعمال الانترنت يقسم إلى طبقات، وهو الأكثر شيوعا بين الشباب منه بين الأكبر سنا. وبين الرجال منه بين النساء، وبين سكان المدن فيه بين سكان الأرياف، وفي صفوف الأفراد الذين يتمتعون بمستويات أعلى من التعليم والدخل.

1-3- **مستوى المنظمة**: يؤكد Hall على أن أهمية المعلومات لا تقتصر على دورها في الاقتصاد الكلي، وإنما على مستوى الاقتصاد الجزئي، وبخاصة ما يتعلق بتأثيرات خصائصها غير العادية على هيكلية المنظمات وأنشطتها وإستراتيجياتها بالثورة الصناعية التي حدثت في القرن التاسع عشر. كما تشير الباحثة "ناريمان متولي" إلى أنه إذا كان علماء الاقتصاد قد حددوا دورا للمعلومات في النماذج الاقتصادية التي يتولون بناءها نظرا لأهميتها في أداء السوق، إلا أنه في ظل اقتصاديات المعلومات، فإن التأكيد ينصب على أهمية التغيير المنظماتي والتغيير التكنولوجي والتسارع المعلوماتي في التحليل الاقتصادي. فالمنظمة عادة تدرك أهمية

المعلومات بطرق سليمة، بمعنى أنها يمكن أن تلمس ما يترتب على غياب المعلومات المناسبة في موقف معين من آثار سلبية في الأداء يبلغ حد الكارثة أحيانا، في حين أنها قد لا تدرك ما لتوفر المعلومات المناسبة من أثر إيجابي في موقف معين بنفس الدرجة في التحديد والوضوح.

1-4- **مستوى الفرد**: تعد المعلومات سلعة استهلاكية رئيسية في حياة كل إنسان، فلا تستغرب عندما تؤكد على حقيقة أننا نعالج البيانات في كل مرة تمارس فيها النشاط الإنساني، فكلما نصغي إلى صوت الطبيعة أو نشاهد المرئية أو نتذوق الطعام أو نتلمس قطعة قماش فنحن بذلك نعالج البيانات بطريقة مبسطة وبأسلوب مشابه عندما نكتب أو نرسم أو نعزف الموسيقى، فإننا بذلك نعالج البيانات لنتيح المعلومات إلى الآخرين، ومن هنا فإن معالجة البيانات لإتاحة المعلومات للآخرين تعد الأساس لكل الأنشطة الإنسانية دون استثناء.

ومنه يرى المتخصصين وجود علاقة قوية بين المعلومات وبين مستوى الأداء الفردي لكل صانع قرار، والمعلومات يتم توفيرها بمواصفات نسبية يمكن قياسها رياضيا على أساس ما لها من أثر على وضع صانع القرار في موقف قرار معين. كما إدراك المجتمعات لأهمية المعلومات في شتى مناحي حياة الفرد ومختلف جوانب النشاط الإنساني خلق الدعوة إلى وجود حماية لحقوق الإنسان في المعلومات عبر إسباغ الحماية على تدفق وانسياب المعلومات والحصول عليها من جهة، وتوفير الأدوات القانونية لمنع الاعتداءات على هذا الحق من جهة ثانية. ويعد الحق في المعلومات وما يتعلق به من حقوق أخرى مثل الحق في الحياة الخاصة، والحق في الملكية الأدبية للمعلومات من أهم هذه الحقوق الجديدة.

2- أهداف إقتصاديات المعلومات:

لقد حدد المختصون أهداف علم اقتصاديات المعلومات على النحو الآتي:

- تحديد احتياجات الجهات المستفيدة في المعلومات لتلبية هذه الاحتياجات، والتي تتصف بأنها احتياجات متنوعة ومختلفة ومتطورة ومتجددة باستمرار؛

- تحديد الجهات التي تقوم بتوليد وإنتاج هذه المعلومات في إطار دراسات السوق والعرض والطلب؛
- تحديد أسلوب توليد وإنتاج هذه المعلومات على النحو الذي يكفل نجاح الاستثمار في المعلومات، ويحقق الاستثمار الأفضل للموارد المتاحة في إطار هذا الاستثمار؛
- تحديد كميات المعلومات المنتجة ونوعيتها وذلك من خلال معرفة مقدار المعلومات المطلوبة لتلبية احتياجات مختلف المستفيدين، مع مراعاة جودة هذه المعلومات التي تلائم هذه الاحتياجات.

ثالثا: معلومات الاقتصاد والصناعة

أشار Machlup إلى قطاع المعلومات على اعتبار أنه صناعات المعرفة والتي تضم الأقسام الخمسة التالية: التعليم، البحوث والتنمية، الاتصالات، آلات المعلومات، وخدمات المعلومات. كما يورد N.Moore إن قطاع المعلومات هو الذي يتكون من المؤسسات في كلا القطاعين العام والخاص، تلك التي تنتج المحتوى المعلوماتي أو الملكية الفكرية، وتلك التي تقدم التسهيلات لتسليم المعلومات للمستهلكين، وتلك التي تنتج الأجهزة والبرامج التي تمكننا من معالجة المعلومات.

1- تقسيم صناعة المعلومات:

يمكن تقسيم المعلومات إلى ثلاثة أقسام رئيسية على النحو التالي:

1-1- **صناعة المحتوى المعلوماتي**: تتم هذه الصناعة عن طريق المؤسسات في القطاعين العام والخاص التي تنتج الملكية الفكرية عن طريق الكتاب، المحررين... وهؤلاء يبيعون عملهم للناشرين والموزعين وشركات الإنتاج التي تأخذ الملكية الفكرية الخام وتجهيزها بطرق مختلفة ثم توزيعها وتبيعها لمستهلكي المعلومات. أيضا يوجد جزء خاص لا علاقة له بالإبداع وإنما يهتم بجمع المعلومات مثل جميع الأعمال المرجعية وقواعد البيانات والسلاسل الإحصائية.

1-2- **صناعة تسليم وبث المعلومات**: إنشاء وإدارة شركات الاتصال والبث التي يتم من خلالها توصيل المعلومات، وهي تشمل شركات الاتصالات بعيدة المدى، والشركات التي تدير شبكات البث المرئي وغيرها لتوزع المحتوى المعلوماتي مثل بائعي الكتب ومرافق المعلومات.

1-3- **صناعة معالجة المعلومات**: تقوم هذه الصناعة على منتجي الأجهزة ومنتجي البرمجيات، ويتولى منتجو الأجهزة تصميم صناعة وتسويق الحواسيب وتجهيزات الاتصالات بعيدة المدى والإلكترونيات، وهم يتركزون في الولايات المتحدة وشرق آسيا، أما فئة منتجي البرمجيات فهي تقدم نظم التشغيل Unix & Windows...

2- مهمة صناعة المعلومات:

يفرض الإيقاع المتسارع لدورة الإلمام بالمعلومات في عصر المعلومات ضرورة النظر إلى صناعة المعلومات كمهمة ذات شقين:

2-1- **إنتاج معلومات جديدة**: يختلف إنتاج المعلومات في عصر المعلوماتية عن الماضي في كثير من خصائصها والتي من أهمها:

- معلومات سريعة دائمة التجدد تحفظ للعقل حيويته وتبقيه قادرا على إحداث المفاجآت؛
- معلومات أكثر صلابة من خلال الحوار الفعال بين النظري والتطبيقي، والصلة الوثيقة بعالم الواقع؛
- معلومات تولد معرفة جسورة تقفز فوق الراهن المستقر، وتنتهك السائد الرائج، وتستأنس المشوش والغامض وغير المكتمل، وتحتفي بالعقول الضبابية على أن تنفذ خلال التعقد المعتم؛
- معلومات تنهي الخصومة التي أقامها علم الماضي مع الطبيعة، وهذه الخصومة كادت أن تؤدي بعالمنا إلى مدارك التهلكة. وتبدد موارده وتهدد أمن بشره وأمانهم؛

- معلومات صامدة، تعيد الوصال بين العلم وبين ما هو خارجه حتى لا يقع فريسة هوى اقتصاد معصوب العينين؛
- معلومات تخلصنا من حضارة الانفصال، بمعنى آخر الانفصال داخل محراب العلم ذاته، الانفصال بين علوم الطبيعيات وعلوم الإنسانيات.
- معلومات تخلصنا من بربرية التخصص والثنائية الثقافية التي تنخر في نخاعنا الفكري وتعزل بين نصفي المخ الأيمن والأيسر، معلومات ترى العلم والفن والتكنولوجيا في نسق معرفي متكامل ومتفاعل.

2-2- الإحلال الدائم للمعلومات: تشمل عملية الإحلال والمعلومات عدة مهام أساسية نلخصها فيما يلي:

- تقطير المعلومات القديمة من أجل استخلاص حكمتها للاحتفاظ بها كرصيد إستراتيجي معرض لا غنى عنه، فإعلان القطيعة معها لا يفي الإهمال التام لحصادها، إن العلم سيجد نفسه مضطرا، وهو يواجه زحام المشكلات التي تحيط به من كل صوب، أن يداوم التنقيب في ذلك الرصيد الإستراتيجي بحثا عن مناهل جديدة؛
- الربط بين المعلومات القديمة وما يستجد من معارف؛
- سرعة تنفيذ وتكذيب الفروض والنظريات العلمية، لزيادة القدرة على الاصطفاء العلمي.

3- خصائص صناعة المعلومات:

تتميز بعدة خصائص فريدة منها:

- إن صناعة المعلومات صناعة كثيفة العلم، كثيفة رأس المال، وتتميز بقدر كبير من التركيز؛
- المعلومات تنتج لعدد كبير من الأسواق الوطنية في وقت واحد، فهي بذلك صناعة متعددة الجنسيات؛

- إن صناعة المعلومات تتمتع بالمزايا غير العادية من لا مركزية ولا محلية الإنتاج وهي من سمات المشروعات متعددة الجنسيات؛
- عدم التكافؤ بين الدول حيث سيطرة متتابعة فيما بين الدول الرأسمالية الكبرى التي قطعت شوطا كبيرا في السيطرة على التكنولوجيا الحديثة وهي تؤدي إلى تقسيم دولي جديد للعمل؛
- إن المعلومات بوصفها (سلعة) بضاعة عامة هي أحد الأشياء التي لا تقل أهميتها أو قيمتها بالنسبة لعدد الأفراد الذين يستخدمونها؛
- إن صناعة المعلومات ترتبط ارتباطا وثيقا بفروع الصناعة الأخرى، وأولى هذه الصناعات هي الطابعة وإنتاج الورق، والصناعات الإلكترونية ...الخ؛
- تحتوي صناعة المعلومات على ما يمكن أن يسمى (صناعة الثقافة)، بمعنى أنها تعيد إنتاج أو نقل منتجات ثقافية، أو أعمال فنية وثقافية بالوسائل الصناعية؛
- من الممكن بيع المعلومات باعتبارها سلعة لأكثر من مشتر واحد في الوقت نفسه دون أن ينتقص هذا من رصيد صاحبها أو مشتريها. ومن أجل أن يتحدد لها ثمن لابد للمشتري أن يتعرف على جوهرها؛
- إن وجود المعلومات ليس كافيا لتحقيق الاستفادة منها، لأن المعلومات بصورتها العامة التي تخرج بها ليست سوى المادة الخام التي تصنع منها العقول (معارف) ذا قيمة، كما أن المعلومات حتى تكون مفيدة ومؤثرة، لابد أن يتحقق الاستثمار الأمثل لها في نظم المعلومات المتطورة للتنمية الوطنية؛
- ينبغي أن يكون إعداد المعلومات وإنتاجها في الوقت المطلوب وحسب الضرورة التي تستخدم فيها، كما أن زيادة سرعة استحداث أو تكوين المعلومات تزيد من كلفتها، وفي الوقت نفسه تكون المعلومات غير مفيدة في حالة وصولها متأخرة. ويؤدي ذلك إلى التبذير في الوقت والكلفة.

رابعا: قيمة المعلومات

يعد موضوع قيمة المعلومات من المواضيع المهمة والحيوية والذي تناوله الكثير من المتخصصين في مجال نظم المعلومات وفي مجارات علم الاقتصاد وعلم الإحصاء نظرا للدور الكبير الذي يتركه على مستقبل المنظمة وديمومتها.

1- مفهوم قيمة المعلومات:

هناك عدم إتفاق على تعريف واضح وثابت لهذا المفهوم، لأنه مفهوم متعدد الأبعاد. عليه يعرف Dock & other قيمة المعلومات أنها زيادة ثقة وقناعة المدراء مستخدمي المعلومات بالمعلومات المستخدمة، أما Gess ford فيرى قيمة المعلومات على أنها صلة المستخدم بالمعلومات وما تتضمنه تلك المعلومات من قيمة إخبارية لذلك المستخدم، كما وضع Hilton ثلاثة تعاريف لقيمة المعلومات عبر عنها بثلاث معادلات، وبصفة كمية تجسد قيمة المعلومات من خلال معدات المنفعة المتحققة وقيم الطلب والعرض. تجسد الأولى قيمة المعلومات من خلال الزيادة في المنفعة المتوقعة الناتجة من الانتفاع من المعلومات، وتحدد الثانية قيمة المعلومات من خلال قيمة الطلب للمعلومات والتي تمثل الكميات القصوى المقاسة بالوحدات ذاتها التي تقاس بها نواتج القرارات، وتشير الثالثة إلى قيمة العرض للمعلومات والتي تمثل الكمية الدنيا والمقاسة بوحدات قياس نواتج القرارات.

وأخيرا، فإن تعريف Davis & Olson لقيمة المعلومات بوصفه تعريفا إجرائيا لقيمة المعلومات إذ يعرفها على أنها «التغير في سلوك القرار المتسبب عن المعلومات ناقصا كلفة الحصول على تلك المعلومات»، وذلك لكونه تعريفا شاملا للجوانب المؤكدة آنفا والتي تتكامل فيها قيمة المعلومات.

ومنه مهما تعدد مفاهيم قيمة المعلومات، فإن تكامل قيمة المعلومات في ثلاثة جوانب هي: التغير في سلوكية المدراء، وتعزيز مستوى ثقة المدراء، والصلة بين المعلومات وصانع القرار. فالقيمة الاقتصادية للمعلومات تم تقسيمها إلى أربعة أنواع متداخلة بعضها في بعض، ويمكن تعريف كل نوع من هذه الأنواع الأربعة كالآتي:

- **قيمة الكلفة**: هي الكلفة الكلية لإنتاج مفردة معينة بما في ذلك كلف العمالة البشرية وكلف المواد الأخرى.
- **قيمة التبادل**: هي مقياس لكل الخواص أو النوعيات الخاصة بمفردة معينة والتي تجعل أي فرد يتعامل مع تلك المادة بأن يعطيها قيمة إضافية تضاف إلى مواصفاتها الذاتية.
- **قيمة التثمين**: مقياس لكافة الخواص والمزايا التي تجعل مسألة امتلاك مفردة معينة أمرا مرغوبا.
- **قيمة الاستخدام**: تعني القيمة التي تستند إلى الخصائص الآلية أو إلى النوعيات التي تمتلكها المفردة المعنية أو إلى العمل والخدمة التي تستطيع أداءها أو تساعد في إنجازها.

2- جودة المعلومات:

تحدد جودة المعلومات ثلاثة أشياء هي: منفعة المعلومات، ودرجة الرضا عن المعلومات، ودرجة الخطأ والتحيز فيها.

2-1- منفعة المعلومات: إن أية معلومة يمكن أن تقيم، من زاوية المنفعة المستمدة منها، وتتمثل هذه المنفعة في عنصرين هما: صحة المعلومات، وسهولة استخدامها، وهناك أربعة منافع للمعلومات هي:

أ- **منفعة شكلية**: كلما تطابق شكل المعلومات مع متطلبات متخذ القرار، كلما كانت قيمة هذه المعلومات عالية.

ب- **منفعة زمنية**: تكون للمعلومات قيمة كبيرة جدا، إذا توافرت لدى متخذ القرار في الوقت الذي يحتاج فيه إليها.

ج- **منفعة مكانية**: تكون للمعلومات قيمة كبيرة، إذا أمكن الوصول إليها أو الحصول عليها بسهولة، ولذا فإن طريقة الاتصال المباشرة بالحاسوب تعظم كلا من المنفعة الزمنية والمكانية للمعلومات.

د- **منفعة تملك**: يؤثر معد المعلومات في قيمة هذه المعلومات، من خلال الرقابة التي يمارسها على عملية توزيع ونشر هذه المعلومات في أرجاء التنظيم.

2-2- **درجة الرضا عن المعلومات**: من الصعب الحكم على ما ساهمت به المعلومات في تحسين القرار المتخذ، لذا فإن البديل لقياس كفاءة المعلومات، هو استخدام مقياس الرضا عن هذه المعلومات، من قبل من يتخذ القرار. تتحدد جودة المعلومات، وكيفية استخدامها، بواسطة متخذ القرارات أي أن جودة المعلومات، تتحدد بقدرتها على تحفيز الفرد متخذ القرار، كي يصل إلى قرارات أكثر فعالية.

2-3- **درجة الأخطاء والتحيز**: هناك مديرون يفضلون جودة المعلومات، على كمية المعلومات المتاحة، ولاشك أن جودة المعلومات تتفاوت باختلاف الأخطاء والتحيز، الموجودة في هذه المعلومات. ويمكن القول إن التحيز في البيانات والمعلومات من السهل علاجه، إذا تم إدراكه ومعرفته.

3- مجالات قيمة المعلومات:

يمكن أن تستمد المعلومات قيمتها من جوانب أخرى، غير عملية المساعدة في اتخاذ القرارات مثل: التحفيز، وبناء النماذج، أو تكوين خلفية عامة عن أي موضوع.

3-1- **قيمة المعلومات كحافز**: تعد بعض أنواع المعلومات، مصدرا لتحفيز الأفراد، فهي تزودهم بتقرير عن درجة كفاءتهم في أداء العمل. حيث تساعدهم على فهم نموذج التنظيم الذي يعملون فيه وهي أيضا تساعدهم على التعرف على نتائج قراراتهم، وتصرفاتهم، مما يدفعهم إلى بذل المزيد من الجهد.

3-2- **بناء النماذج**: إن إدارة عمليات المشروع، تتم كلها مع وجود نماذج محددة لهذا المشروع، في فكر وعقل المديرين والمنفذين داخل المشروع، وقد تكون هذه النماذج بسيطة، أو معقدة، صحيحة، أو غير صحيحة.

وقد تؤدي المعلومات التي يتلقاها المديرون والمنفذون، إلى تدعيم، أو تغيير هذه النماذج الذهنية عن المنظمة، هذه العمليات هي شكل من أشكال التعلم واكتساب الخبرة وبنائها.

4- العمر الزمني للمعلومات:

المقصود هنا هو خاصية العمر الزمني للمعلومات، التي تحويها التقارير الدورية...إلخ، وفي هذا السياق هناك نوعان من البيانات هما:

4-1- بيانات خاصة بموقف ما: وهي البيانات التي تتعلق بنقطة زمنية محددة، أي تاريخ محدد.

4-2- بيانات عن التشغيل، والتي تعبر عن أي تغيير، خلال فترة زمنية معينة، مثل المخزون المستخدم خلال شهر، أو رقم المبيعات الأسبوعي.

5- قياس قيمة المعلومات:

لكل مورد تكلفة أو قيمة، سوف نستخدم القيمة المتوقعة لقياس قيمة المعلومات. والقيمة المتوقعة هي مجموع حاصل ضرب القيم المشروطة في احتمالاتها. الاحتمال هو الإمكانية النسبية لوقوع حدث معين، على أن مجموع الاحتمالات لحدوث حدث معين، يساوي واحد صحيح.

مثال (1): إذا رمينا قطعة نقود منتظمة 200 مرة، وظهرت الصورة 98 مرة وظهرت الكتابة 102 مرة، فما هو احتمال ظهور الصورة وكذلك ما هو احتمال ظهور الكتابة.

الحل:

احتمال ظهور الصورة $= \frac{98}{200} = 0.49$

احتمال ظهور الكتابة $= \frac{102}{200} = 0.51$

لاحظ أن مجموع الاحتمالين = 0.49+0.51= 1(واحد صحيح).

مثال (2): افتراض وجود 6 صناديق مغلقة، ويوجد في واحد منها مبلغ 100ون ولقد كان أمامك بديلين هما:

البديل الأول: أن نختار صندوقا من بين الـ6 صناديق فقد تحصل على 100ون.

البديل الثاني: أن تأخذ 50ون.

المطلوب: أي البديلين تختار؟

الحل:

البديل الثاني: هو بديل مؤكد، بمعنى أنه يتيح الحصول على 50 ون تماما.

البديل الأول: بديل محتمل، بمعنى أنه أمامنا فرصتان، إما الحصول على 100ون أو عدم الحصول على شيء. لاتخاذ القرار، سنعتمد على فكرة أو مدخل القيمة، بمعنى ما هو احتمال أن أحصل على 100ون.

الاحتمال هو $\frac{1}{6}$ (لأنه توجد فرصة اختيار صندوق واحد من بين 6 صناديق).

إذا: ما هي القيمة المتوقعة في هذه الحالة؟

القيمة المتوقعة تساوي القيمة المشروطة x احتمال حدوثها.

$$= \frac{1}{6}x100 = 16.7$$ ون تقريبا

من التحليل السابق نجد أن البديل الثاني يتيح الحصول على 50ون بشكل مؤكد (ظروف تأكد)، أما البديل الأول يتيح الحصول على 16.7ون بشكل محتمل (حالة الخطر)، ولاشك في هذه الحالة أن البديل الثاني قد يكون أكثر جاذبية. لكن لو استطعنا أن نحصر مبلغ الـ 100ون في أربعة صناديق فقط، بمعنى أنه يمكننا استبعاد صندوقين من عملية الاختيار، ما أثر هذه المعلومات على النتائج التي تتوصل إليها؟

في الحقيقة فإن احتمال الحصول على الصندوق الذي به الـ 100ون في هذه الحالة هو 1 (اختيار صندوق من بين 4 صناديق) أي 0.25ون. إذا القيمة المتوقعة للبديل الأول في هذه الحالة تساوي 100 . 0.25=25ون. والذي نلاحظه هو تحسين نتيجة البديل الأول من 16.7ون إلى 25ون لكن ما هو سبب هذا الفرق؟

السبب يرجع إلى المعلومات الإضافية التي حصلنا عليها، والتي على أساسها استبعدنا صندوقين من بين الصناديق الستة. والفرق يساوي 8.3ون (25-16.7) وهو قيمة المعلومات الإضافية، لكن السؤال الذي يفرض نفسه الآن، ماذا لو أن لدينا معلومات كاملة بمعنى إننا نعرف على وجه اليقين الصندوق الذي به الـ 100ون، هذا يعني بالطبع أن الظروف تغيرت، وانتقلت من حالة عدم التأكد إلى حالة التأكد التام، في هذه الحالة سنختار البديل الأول والذي سوف نتمكن في ظله من الحصول على الـ 100ون.

ما معنى ذلك؟ إنه في ظل المعلومات الكاملة سوف نحصل بالتأكيد على نتائج أفضل قرار. ولكن كيف يمكن حساب القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة.

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة = (القيمة المتوقعة في ظل ظروف التأكد التام) (القيمة المتوقعة في ظل المعلومات المتاحة) = 100-16.7=83.3ون.

لعلنا نكون بهذه المقدمة البسيطة قد أوضحنا ماذا نقصد بقيمة المعلومات وكيف يتسنى لنا قياسها. إلا أن الأمر لا يتوقف عند هذا الحد، كما أنه ليس بتلك البساطة.

مثال (3): كان أمام أحد رجال الأعمال بديلان لتأجير مبنى كمعرض للسيارات لأحد العملاء:

البديل الأول: يتمثل في الحصول على مبلغ 30.000ون بالإضافة إلى 50ون عن كل سيارة مباعة.

البديل الثاني: يتمثل في الحصول على مبلغ 70ون لكل سيارة مباعة. ولقد أتيحت بعض المعلومات لرجل الأعمال تنطوي على أن السوق تتحمل أن يواجه حالة ركود أو حالة رواج، وأن المبيعات المتوقعة في حالة ركود السوق هي 1700 سيارة وأن المبيعات المتوقعة في حالة الرواج هي 2000 سيارة وأن احتمال حدوث حالة الركود هو 0.4 واحتمال حدوث حالة الرواج بالطبع هو 0.6.

المطلوب:

- مساعدة رجل الأعمال في اتخاذ القرار المناسب.
- حساب القيمة المتوقعة في ظل المعلومات الكاملة على فرض أن المبيعات هي 1200ون.

الحل:

1- تُحسب القيمة المشروطة لكل بديل.

- القيمة المشروطة للبديل الأول في ظل حالة الركود (أ/م 1).

=90000=60.000+30.000=1200X50+30.000 ون.

- القيمة المشروطة للبديل الأول في ظل حالة الرواج (أ/م 2).

=130000=100.000+30.000=200X500+30.000 ون.

- القيمة المشروطة للبديل الثاني في ظل حالة الركود (ب/م 1).

=84.000=1200X70 ون.

- القيمة المشروطة للبديل الثاني في ظل حالة الرواج (ب/م 2).

=140000=2000=1200X70ون.

2- تكوين جدول القيمة المشروطة أو جدول العائد المشروط:

الأحداث / البدائل	حالة الركود المبيعات 1200 (م1) الاحتمال 0.4	حالة الرواج المبيعات 2000(م2) الاحتمال 0.6
البديل الأول (أ)	90.000	130.000
البديل الثاني (ب)	84000	140.000

3- أفضل بديل ممكن في ظل المعلومات المتاحة.

يتم ذلك عن طريق تحديد القيمة المتوقعة لكل بديل.

القيمة المتوقعة للبديل الأول (أ)= 0.6 X 130.000 + 0.4 X 90.000 =
114000=78000+36000ون.

القيمة المتوقعة للبديل الثاني (ب)=0.6X140.000+0.4X84000=
117600=84000+33600ون.

القرار: ننصح رجال الأعمال باختيار البديل الثاني (ب) لأنه سيعطينا قيمة متوقعة أكبر.

حساب القيمة المتوقعة في ظل المعلومات الكاملة:

يمكن حساب القيمة المتوقعة في ظل المعلومات الكاملة بالمعادلة التالية:

القيمة المتوقعة في ظل المعلومات الكاملة	=	القيمة المتوقعة لأفضل بديل في ظل مبيعات 1200 (م)	+	القيمة المتوقعة لأفضل بديل في وحدة (م)

=0.6X140.000+0.4X90.000 =120000=84000+36000ون.

والسؤال الآن: كيف يمكننا حساب قيمة المعلومات الكاملة (أو القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة)؟

قيمة المعلومات الكاملة	=	القيمة المتوقعة في ظل المعلومات الكاملة (التأكد التام)	-	القيمة المتوقعة في ظل المعلومات المتاحة (ظروف عدم التأكد)

=120.000 - 2400=117600ون.

ويلاحظ أن مبلغ الـ2400ون هو أقصى مبلغ يمكن دفعه للحصول على المعلومات الكاملة.

س: هل هناك طريقة أخرى لحساب قيمة المعلومات الكاملة؟

ج: نعم يمكن حساب قيمة المعلومات الكاملة عن طريق جدول الخسائر المشروطة، وتقوم فكرة إعداد جدول الخسائر المشروطة على مفهوم تكلفة الفرصة البديلة، ولكي نوضح فكرة الفرصة البديلة، نضع أمامنا مرة أخرى جدول القيمة المشروطة (المتوقعة) الذي سبق إعداده.

الأحداث / البدائل	حالة الركود المبيعات 1200 (1) الاحتمال 0.4	حالة الرواج المبيعات 2000(م) الاحتمال 0.6
البديل الأول (أ)	90.000	130.000
البديل الثاني (ب)	84000	140.000

ونتساءل: ما هو أثر توافر المعلومات؟

1- في ظل حالة الركود، تمكننا المعلومات الكاملة من اختيار البديل الأول (أ) الذي يترتب عليه مبيعات تقدر بـ 90.000ون، إلا أنه في ظل معلومات غير كاملة يحتمل أن نتخذ قرارا خاطئا، باختيار البديل الثاني (ب) والذي يترتب عليه مبيعات تقدر 84000ون. إذن تكلفة الخطأ في القرار (الفرصة البديلة) = 90.000 -84000=6000ون.

2- في ظل حالة الرواج، تمكننا المعلومات الكاملة من اختيار البديل الثاني (ب) والذي يترتب عليه مبيعات تقدر بـ140.000، إلا أنه في ظل معلومات غير كاملة يحتمل أن نتخذ قرار خاطئا باختيار البديل (أ) والذي يترتب عليه مبيعات تقدر بـ 130.000ون.

إذن تكلفة الخطأ في القرار (الفرصة البديلة) = 140.000-130.000= 10000ون.

مما سبق يمكن تكوين جدول الخسائر المشروطة (المتوقعة).

الأحداث / البدائل	حالة الركود المبيعات 1200 (م) الاحتمال 0.4	حالة الرواج المبيعات 2000(م) الاحتمال 0.6
البديل الأول (أ)	صفر	10.000
البديل الثاني (ب)	6000	صفر

من جدول الخسائر المتوقعة، يمكن إيجاد القيمة المتوقعة للخسائر، والقيمة المتوقعة للخطأ في القرار، طالما أن المبيعات 1200 وحدة (كما ذكر في المثال).

إذن القيمة المتوقعة للخسارة = 0.4X6000 = 2400 ون. ويلاحظ أن 2400 ون هي أقصى تكلفة متوقعة لحدوث خطأ في القرار، لذلك فإن المعلومات الكاملة التي تمكننا من اتخاذ قرار صحيح يجب ألا تزيد تكلفتها عن 2400ون.

خامسا: الخصائص الاقتصادية والصفات العامة للمعلومات

المعلومات كيان اقتصادي ارتبط بكل من التكاليف والقيم، وإن كان الناس يختلفون في إدراكهم للتوازن بين الاثنين، تتصف المعلومات شأنها شأن الموارد الأخرى، بمجموعة من الصفات الاقتصادية التي تشترك فيها مع الموارد الأخرى أو تتمايز عنها، ولكنها تختلف عن معظم الموارد الأخرى في آن هذه الخصائص معقدة وغير عادية.

1- الخصائص الاقتصادية للمعلومات:

للمعلومات خصائص محددة ، والتي تؤثر بصفة مباشرة على القرارات على المستويين الكلي والجزئي.

1-1- **المعلومات مستقلة عن شكلها المادي:** على الرغم من إمكانية تمثيل المعلومات في شكل مادي، فإنها تصبح غير ملموسة متى يتم ترميزها، وبالتالي يمكن إتاحتها على أي وسط. وبالمقارنة بالسلع المالية والتي يتطلب إنتاجها كميات كبيرة من الطاقة والمصادر المالية، فإن السلع الفكرية يمكن أن تنشأ بطاقة محدودة ومصادر مادية قليلة، وغالبا ما تكون منتجا إضافيا لعمليات أخرى، هذا وتتميز المعلومات بسهولة ورخص نقلها والمشاركة فيها، وبالتالي فثمن المعلومات له علاقة محدودة بالنسبة لتكاليف إعداد النسخ المتاحة، ذلك لأن النسخة الأولى تمثل معظم التكاليف، بينما تشكل تكاليف الاستنساخ تكاليف قليلة، وبالتالي يمكن إنتاج كمية المعلومات دون استنزاف كبير للموارد المادية.

1-2- **المعلومات لها قيمة غير محققة**: توجد علاقة واضحة ومباشرة بين السلع المادية وقيمة المواد المادية المستخدمة في إنتاجها، فنحن نعرف على سبيل التحديد كمية الطلب اللازمة لإنتاج السيارة، ولكن ليس هناك بالمقارنة علاقة مباشرة بين إنتاج أي نوع من السلع مالية كانت أو معلوماتية، وبين المعلومات ومعنى ذلك أن قيمة البحوث أو معلومات السوق أو الإعلان، هي قيمة غير محققة وهي قيمة احتمالية على أحسن الفروض.

1-3- **يؤثر الزمن على قيمة المعلومات**: تتحدد قيمة المعلومات عادة بالفترة الزمنية التي يمكن أن تتاح فيها أكثر مما تتحدد بتكاليف الحصول عليها أو حتى بالمحتوى الفعلي لها، وفي واقع الأمر، هناك علاقة معقدة بين الزمن الذي نحصل فيه على المعلومات وبين قيمتها، فقد تكمن قيمة المعلومات في حداثتها، حيث تنعدم قيمة المعلومات التي حصلنا عليها بالأمس في أعمال الغد، وقد تكون قيمة المعلومات بالنسبة للبعض في المستقبل وليس الوقت الحاضر، كما أن معظم هذه القيمة له وزنه الاحتمالي وليس الفعلي، هذا والمعلومات نفسها قد تحمل قيما مختلفة لمستفيدين مختلفين في أزمان مختلفة.

1-4- **يختلف الأفراد في إدراكهم للمعلومات**: هناك مفهوم محوري في النظرية الاقتصادية وهو اختلاف الأفراد بالنسبة لإدراكهم لأي كيان اقتصادي، ويصدق ذلك جيدا على المعلومات، حيث يختلف الأشخاص في طرق استخدامهم للمعلومات وفي قدرتهم على استخدامها وفي رغبتهم لهذا الاستخدام وفي تقييمهم لثمن هذا الاستخدام وفي قدرتهم على دفع نفقات الاستخدام.

1-5- **تؤثر المسافة في كمية استخدام المعلومات**: يتأثر استخدام المعلومات شأنها في ذلك شأن الكيانات الاقتصادية الأخرى بالمسافة التي يجب أن يقطعها المستفيد للوصول إليها، والنظرية المتصلة بتحديد الأماكن

تشير إلى أن استخدام خدمة معينة، يتناقص كلما زادت المسافة كدالة لتكلفة السفر، وإذا كانت التكلفة خطية يكون التناقص أسيا، أما إذا كانت التكلفة اللوغاريتمية فإن التناقص يكون تربيعيا، وتطبق هذه النظرية جيدا على مصادر المعلومات.

1-6- تزيد قيمة المعلومات كلما تراكمت: لعل أهم مميزات وخصائص المعلومات كمورد، هي الزيادة في قيمتها نتيجة تراكمها، وعندما يتم التحامها مع معلومات أخرى يمكن أن توضع نظرات جديدة ورؤى متعمقة جديدة أيضا بناء على الارتباطات الداخلية بين مختلف أنواع هذه المعلومات. وفي واقع الأمر، فإن قيمة التراكم للمعلومات يعتبر أكثر من مجرد مجموعة القيم الفردية، ونتيجة لذلك تزداد قيمة المعلومات مع زيادة كمية البيانات ودرجة التحليل التي تقدم لهذه البيانات.

1-7- المعلومات قابلة للتوليد المتعدد والذاتي: تعتبر هذه الخاصية ذات أهمية واضحة ذلك لأنها تعني إنشاء سلع فكرية بكميات غير محدودة، ويلاحظ في هذا الصدد النمو المتزايد لكل من قواعد البيانات وطرق معالجتها وتوزيعها والقدرة على استخدامها، فضلا عن أن النمو التراكمي للمعلومات يؤدي إلى موارد أكثر ثراء نتيجة العلاقات الترابطية الجديدة ويلاحظ كذلك أن التزايد المتضاعف للقدرات والمعلومات يضخم من مشكلة القدرة التفاضلية على استخدام المعلومات.

1-8- تكلفة المعلومات المستقلة عن مدى الاستعمال: يستخدم الاقتصاديون مصطلحات «غير مقسمة في الاستخدام» بمعنى أن التكاليف مستقلة عن مدى وكمية التشغيل، أي أنه لا يتم تجزئة المعلومات في واقع الأمر، وبالتالي فهناك اقتصاديات الإنتاج الكبير. وإذا وضع ذلك إلى جانب قيمة المعلومات في تجميعها فإن ذلك سيزود المستفيدين بحوافز قوية على نطاق واسع للحصول على المعلومات، ولنفس السبب فهناك كفاءة في استخدام المعلومات تعاونيا مع الغير أكثر من مجرد التجميع المستقل

لهذه المعلومات، ونتيجة ذلك، فإن الاستهلاك المشترك يعتبر نتيجة طبيعية، لأننا لا نستطيع أن نمنع الخدمة عن أولئك الذين لا يدفعون مقابلا لها.

1-9- **صعوبة تخصيص أو استبعاد إمكانية الوصول إلى المعلومات**: لا يفقد الشخص المعلومات التي يمتلكها عن طريق بثها، وبالتالي فإن مشتري المعلومات يستطيع أن يعيد بيعها بسهولة وحتى إذا حصل الشخص على المعلومات بتكاليف باهظة فيمكن بث هذه المعلومات بعد الحصول عليها بثمن رخيص، وهنا لابد أيضا من جانبين أساسيين توجههما الهيئات المختلفة. فعلى الجانب الأول يمكن للهيئات التي تواجه التدفق المفتوح للمعلومات، أن تقلل من استثمارها في البحوث والتنمية، لأن النتائج ستصبح شائعة ولا يمكن تخصيصها للشركة التي قامت بتمويل البحث. وعلى الجانب الآخر، إذا كان بإمكان المؤسسات حجب هذه المعلومات وفرض السرية عليها. فإن النتيجة يمكن أن تكون استثمارا زائدا تقوم به تلك المؤسسات نظرا لتكرار عمليات البحث.

1-10- **المعلومات سلعة عامة من بعض الجوانب**: يستخدم علماء الاقتصاد مصطلح سلع عامة عندما تكون هذه السلعة المقدمة لشخص معين متاحة بالمجان للجميع فاستخدام المعلومات أو نقلها لا يؤدي إلى فقدها أو استهلاكها، ذلك لأن المعلومات نفسها يمكن أن يستخدمها ويمتلكها أكثر من شخص واحد، كما يمكن إعادة بيعها دون أن يقلل ذلك من محتواها أو قيمتها للآخرين، وهذا كله يعكس خاصية المعلومات كسلعة عامة.

1-11- **يمكن اعتبار المعلومات سلعة خاصة أيضا**: إذا كانت هناك حاجة للاستثمار في إنشاء وإنتاج وتوزيع المنتجات والخدمات، فهناك حاجة مقابلة لاستعادة هذا الاستثمار، وإلا فإن العملية لن تتم أساسا، كما

يمكن أن تكون هناك قيمة حقيقية ترتبط باحتكار المؤسسة للمعرفة، وفي هذه الحالة فلابد من أن يكون هناك دافع لإتاحة هذه المعلومات للآخرين، ذلك لأن هناك تنافسا قائما على مصادر المعلومات. هناك قيمة تتميز بها في معالجة المعلومات كسلعة خاصة ذات إمكانيات محدودة للإتاحة والوصول إليها، ومن المعروف أن الحماية ضد التجسس الصناعي له تبريراته الاقتصادية القوية، فضلا عن إمكانية تأثير المعلومات الخاصة على تحطيم السوق للمشاركة في المخاطر.

1-12- **قد تتبادل المعلومات صفتيها بين كونها سلعة عامة أو خاصة**: يقع معظم أشكال خدمات ومنتجات المعلومات وبين كونها سلعا عامة خالصة، كما قد تأخذ المعلومات نفسها أوضاعا تبادلية كسلع عامة أو سلع خاصة مختلفة من عملية نقل المعلومات، ومع ذلك فسيكون لدى فريق من الناس المقدرة على شراء نسخ من المعلومات وامتلاكها في ذات الوقت الذي سيستبعد فيه فريق آخر من المستفيدين المحتملين نظرا لعدم استطاعتهم الوصول لتلك المعلومات أو قيود مانعة أخرى كحق التأليف أو حق النشر.

1-13- **حق النشر يحقق التوازن في موقع المعلومات كسلعة عامة أو خاصة**: يعني تراكم الخصائص السابقة للمعلومات، أن حماية الحقوق الخاصة يعتبر ضرورة اقتصادية، إذا أردنا تشجيع الاستثمار الضروري لمنتجي المعلومات. ومع ذلك، فإن هذه الحقوق يجب أن يتم توازنها مع حقوق استخدام المعلومات، وإلا انعدم الدافع لشرائها، ويعتبر حق التأليف أحد الأساليب التي يمكن بواسطتها تحقيق هذا التوازن.

1-14- **القيمة المتبادلة والقيمة المستفادة للمعلومات**: يعرف الاقتصاديون المعلومات بأنها ظاهرة لتقليل عدم اليقين، وتدرس عادة بالنسبة للقيم المتبادلة، ولكن يجب التمييز بين هذه القيم المتبادلة والقيم المستفادة فهما شيئان مختلفان، فإن في الحالة الأولى تستبدل شيئا بشيء آخر، وهذا

يتم عادة بناء على شروط مالية ملموسة. أي أنه كنتيجة لهذه العملية، فإن الكيان له قيمة مالية، وقد يكون التبادل على أساس المقايضة وهذه العملية خارج العالم الذي شيده الاقتصاديون والسلطات الضريبية، والمعلومات في العديد من الحالات توجد خارج هذا العالم أيضا. والقيمة التبادلية لا تعبر بالضرورة عن القيمة المستفادة بل وقد تختلف عنها تماما، وإن كانت تتدخل في تحديدها لأن القيمة المستفادة تنشئ شروط تبادل الشيء بآخر.

2- الصفات العامة للمعلومات:

تجدر الإشارة هنا إلى أن هذه الصفات تتمركز حول ما يطلق عليه الاقتصاديون «الموفرات الخارجية الإيجابية». وهذه الخصائص هي:

2-1- سوق المعلومات: إن سوق المعلومات هي التي يتحقق فيها عرض المعلومات والطلب عليها، إذ تخضع عملية تداول المعلومات لآلية السوق من خلال عرض المعلومات والطلب عليها بطريقة مشابهة لطريقة تداول السلع والخدمات. إذ يقر IPLA بأن المعلومات منتج يخضع للتسعيرة، وأن عملية التسعيرة تتحكم فيها قوانين وقواعد السوق التجارية في إطار ما يطلق عليه بسوق المعلومات.

2-2- المنفعة: يرى الاقتصاديون أن الشيء الذي يشبع حاجة لدى الإنسان فهو نافع. وهذا الوصف ينطبق على المعلومات، مع مراعاة ثلاث ملاحظات جوهرية هي:

- بخصوص المنفعة الكلية والمنفعة الحدية، فإن الكتاب يشيرون إلى أن المعلومات تخضع للتحليل الحدي، بما في ذلك تناقص المنفعة الحدية والذي ينص على أن المنفعة التييحصل عليها المستفيد في أية معلومات تتناقص كلما زادت الكمية التي يستخدمها في هذه المعلومات؛
- يتعذر تطبيق مبدأ الإحلال الذي يشير إلى أن أحد الموارد يكون بديلا جيدا عن استخدام المورد الآخر على النحو الذي يمكن إحلاله

محله، لا ينطبق على المعلومات لأن المعلومات المختلفة لا يمكن أن تؤدي نفس الغرض كما في هذا المثال، فإذا كان المستفيد بحاجة إلى معلومات إستراتيجية عن المنافسين، فإن أية معلومات أخرى لا يمكن أن تكون بديلة جيدة لهذا النوع من المعلومات. أي تساوي المنافع المحققة من المعلومات مع المبالغ المستثمرة في تكنولوجيا المعلومات ونظم المعلومات للحصول على هذه المعلومات.

2-3- **الاحتكار**: يمكن القول بأنه لما كانت المعلومات منتجا ذا قيمة في الاستهلاك والإنتاج، فإن بعض المزايا تتحقق عند ممارسة التحكم الاحتكاري على عرض هذه المعلومات في بعض المواقف، كما هو الحال بالنسبة إلى المعلومات السرية أو الخاصة والمعلومات التي تتولد من أجل استخدام الحكومي، هذا وقد يمارس التحكم الاحتكاري في القطاع الخاص أيضا عن طريق الالتزام بحقوق الطبع أو براءات الاختراع، مع التنويه إلى أن جميع حالات الاحتكار المذكورة وما شابهها تحصل بدرجات متفاوتة. فبعض أنواع المعلومات تخضع للاحتكار المطلق عندما يتمكن منتج واحد من احتكار المعلومات والتحكم في سوقها من خلال تحديد الكمية أو السعر، وقد يحصل هذا الاحتكار بسبب ما يطلق عليه الاحتكار القانوني مثل براءة الاختراع والذي بموجبه لا يسمح لمنتج آخر إنتاج المعلومات قانونا أو الاحتكار الفعلي عندما تكون تكاليف إنتاج المعلومات عالية جدا. وعلى الرغم مما ذكر، ونظرا لأن المعلومات تتصف بالإفلات من القيود سواء الضريبية أو الجمركية أو قيود المكان بما يجعلها أقل خضوعا للاحتكار.

2-4- **القيمة المضافة**: القيمة المضافة تتحقق بعد إنجاز كل خطوة من خطوات معالجة البيانات بدءا من تجميع البيانات وتهيئتها للإدخال وإجراء التصفية والفهرسة وإعداد التقارير والتخزين والتحديث والاسترجاع إلى تصبح المعلومات معرفة بنوعيها المعرفة الإعلامية التي تسهم في

إحاطة الفرد علما بالشيء موضوع المعلومة، والمعرفة المنتجة (التي تسهم في صنع القرارات).

2-5- **المعلومات منتج عام أو شبه عام**: على الرغم من أن المعلومات لا يتم الاستفادة منها عادة بصفة مباشرة من قبل أحد الأفراد أو جماعة من الأفراد بدون تحمل بعض التكاليف وإن كانت التكاليف الإضافية صغيرة جدا بالمقارنة مع التكاليف المبدئية لتقديم المعلومات للفرد الأول أو الجماعة الأولى، إلا أن سهولة تطويع المعلومات لاستخدام أحد الأفراد يوفر إمكانية استخدام أفراد آخرين لنفس المعلومات دون الحاجة إلى إنتاجها مجددا لمرة أخرى لكل منهم على انفراد، أي أنه سوف لا يكون للمعلومات إلا تكاليف حدية منخفضة بالنسبة للمستفيدين الإضافيين. وبينما نجد أن تكاليف إنتاج المعلومات عالية نموذجيا وأحيانا مقيدة لإنتاجها، إلا أن هذه المعلومات يمكن نسخها بتكلفة بسيطة جدا. من هنا يمكن القول إنه على الرغم من أن مفهوم المعلومات كمنتج يثير العديد من الصعوبات بسبب الخصائص المميزة لها، فإنها ليست منتجا خاصا، كما أنها ليست منتجا عاما بصورة كلية.

2-6- **القيمة التبادلية**: القيمة التبادلية قد تفسر على أنها استبدال شيء بشيء آخر اعتمادا على شروط مالية ملموسة ، وبناء عليه فإن المعلومات تكون ذات قيمة مالية عندما يمكن مبادلتها بمبلغ مالي محدد، وقد تفسر على أساس المقايضة من خلال مقايضة الشيء بشيء آخر ولكن المعلومات تقع خارج هذا الإطار. فالقيمة التبادلية لا تجسد بالضرورة القيمة المستفادة، بل وقد تختلف عنها تماما وإن كانت القيمة المستفادة تسهم في تحديد القيمة التبادلية. ذلك لأن القيمة المستفادة هي التي تنشئ شروط تبادل الشيء الآخر.

2-7- **الندرة النسبية للمعلومات**: على الرغم من أن الكميات الموجودة في المعلومات والمتاحة للمستفيدين قد تبدو كبيرة بشكل عام سواء على

المستوى الفردي أو المنظمي أو الإقليمي أو العالمي، إلا أن المعلومات تتصف بالندرة النسبية مقارنة مع الاحتياجات الإنسانية المتزايدة والمتنوعة والمتجددة باستمرار لمختلف المستفيدين والتي يجب إشباعها. وقد تتصف المعلومات بأنها متجددة في مشكلة الندرة تلك المشكلة التي عاش لها وبها علم الاقتصاد، فليس في المعلومات عموما ندرة بل العكس هو الصحيح، وهو أنها تزداد مع الاستخدام فاستخدام المعلومات يولد المعلومات.

2-8- **عدم الاستحواذ الكامل**: إن المداخل النظرية الشائعة في التعرف على الأساس الاقتصادي الجزئي للمعلومات تفرض وجود حالة سوق يتصف بالمنافسة غير الكاملة (منافسة مقيدة) بحيث لا تتأثر هذه السوق بالقرارات الاقتصادية الفردية، وأن المعلومات منتج ذو نمو داخلي وتسهم في وضع جميع أنواع القرارات. وضمن هذا الوصف فإنه يتعذر الاستحواذ الكامل على المعلومات من قبل الفرد أو الجهة، فهي تنتشر حتى لو كانت موجهة في الأصل إلى فرد محدد أو جهة معينة. بتعبير آخر لا يمكن احتواء المعلومات أو احتجازها لاستخدام معين.

2-9- **عدم النضوب**: المعلومات لا تنضب، فهي قد تستخدم من قبل الفرد الأول ثم تمرر إلى الفرد الثاني والثالث وهكذا عبر سلسلة من الأفراد المنتفعين منها ولكنها بخلاف الموارد المادية الأخرى المستهلكة ستظل موجودة بعد الاستخدام دون أن تتعرض للنضوب، هذا يعني أن المعلومات يمكن الحصول عليها واختزانها كاستثمار وليس كمنتج للاستهلاك، مع الاحتفاظ بنفس خصائصها المتعلقة بعدم النضوب وعدم الاستحواذ الكامل.

سادسا: إنتاجية المعلومات وتكاليف المعلومات

1- إنتاجية المعلومات:

قطاع المعلومات يقوم بالتنقيب عن المعرفة في مناجم البيانات مع دفع كثير من الباحثين لإيضاح إنتاجية المعلومات ولقد اقترح كل من Cronin, B Gudim في مراجعتهما للبحوث المتصلة بالإنتاجية والمعلومات مصفوفة تربط بين مختلف الطرق البحثية بحيث يكون لها بؤرات رئيسية ثلاث، أما المداخل البحثية فتتضمن رؤوس الموضوعات السبعة التالية:

- التحليل المتعدد المتغيرات؛
- النماذج القياسية الاقتصادية؛
- دراسات الحالة؛
- دراسات حالة مضاهاة؛
- تحليل عائد التكلفة؛
- المقارنات الاقتصادية الوطنية؛
- الدراسات التتبعية.

الدراسات الأخيرة هي للتعرف على الروابط بين البحوث الأساسية والتنمية والابتكارات التكنولوجية. أما البؤرات الرئيسية الثلاث على المحور الرأسي فهي: تكنولوجيا المعلومات، ونظم المعلومات، والمعلومات...وهناك بعد ثالث وهو القطاع العام- القطاع الخاص. والمقصود بالنموذج القياسي الاقتصادي هو نموذج Cobb-Douglas للإنتاج الذي افترض علاقة دالة بين الإنتاج وكل من رأس المال والعمل. والأساس الذي يعتمد عليه هذا النموذج هو أن الإنتاج لكل موظف (أي الإنتاجية) تعتبر دالة الاستثمار الرأسمالي لكل موظف كما يعتبر كلا من رأس المال والعمل لأغراض المعادلة، يمكن تبادل الواحد منهما مكان الآخر.

2-تكاليف المعلومات:

تصنف تكاليف المعلومات بموجب المعايير المحاسبية إلى ثلاثة أنواع رئيسة، وثلاثة أنواع مشتقة يتم احتسابها في ضوء هذه الأنواع الثلاثة الرئيسية.

2-1- الأنواع الرئيسة هي:

أ- **التكاليف الثابتة**: وهي التكاليف التي يجب أن تتحملها المنظمة أو الجهة صانعة القرار، سواء تم إنتاج المعلومات أم لم يتم إنتاجها، أي أنها لا ترتبط بحجم الإنتاج في المعلومات مثل ذلك الإيجار، اندثار المباني والأجهزة والمعدات، إيجار الأجهزة.

ب- **التكاليف المتغيرة**: وهي التكاليف التي تتغير بتغير حجم الإنتاج في المعلومات مثل الأجور والرواتب المدفوعة للأفراد العاملين والقرطاسية وأجور الماء والكهرباء.

ج- **التكاليف شبه المتغيرة**: وهي التكاليف التي تقع في حالة وسط بين التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة.

ووفقا لـ Willoughby يوضح الجدول التالي النسب المئوية التي تستحوذ عليها كل نوع من أنواع التكاليف الرئيسية الثلاثة، كما أشارت إلى ذلك بعض الدراسات في مجال نظم المعلومات الإدارية.

الجدول رقم 02: أنواع التكاليف للمعلومات على أساس المعايير المحاسبية:

التكلفة	طبيعة التكاليف	النسبة المئوية %
1	التكاليف الثابتة للمعلومات	74
2	التكاليف المتغيرة للمعلومات	20
3	التكاليف شبه المتغيرة للمعلومات	6
4	التكاليف الكلية للمعلومات	100

2-2- الأنواع المشتقة هي:

أ- **التكاليـف الكليـة**: وهي مجموعة الأنـواع الثلاثة المذكـورة في أعلاه، أي الثابتـة والمتغـيرة وشـبه المتغـيرة، كما هي موضحـة في الجدول أعلاه.

ب- **التكاليف الحدية**: وهي مقدار التغير في التكاليف الكلية للمعلومات والناجمة عن زيادة أو نقصان إنتاج المعلومات أو الحصول عليها بمقدار وحدة واحدة.

ج- **معـدل التكاليـف**: هي تكاليـف الوحـدة الواحـدة في المعلومـات المنتجـة أو الـتي يتـم الحصـول عليهـا، تمثـل المحصلـة لقسـمة التكاليـف الكليـة للمعلومـات على حجـم المعلومـات المنتجـة أو الـتي تـم الحصـول عليها.

سـابعا: الأسـاليب المسـتخدمة في قيـاس قيمـة المعلومـات والاسـتثمار فيهـا

1 – الاساليب المستخدمة في قياس قيمة المعلومات:

1-1- طريقة نظرية القرار الإحصائي: إن نظرية القرار الإحصائية هي نظرية اتخاذ القرار، أي الاختيار بين البدائل، إذ تعد أسلوبا جيدا في تحديد منافع المعلومات، إذ ينبغي عند تطبيق هذه النظرية القيام بنوعين من التحليل هما:

أ – **تحليل تفصيلي**: الغرض منه كشف النقاط التي تؤثر فيها المعلومات على المنظمة، لأن تحديد أين وكيف تؤثر المعلومات في القرارات والرقابة عليها مطلب أساس لتحديد وقياس تكاليف ومنافع المعلومات.

ب – **تحليل كيفية اعتماد المعلومات في صنع القرارات**: ومدى أثر هذه المعلومات في نوعية القرارات المصنوعة.

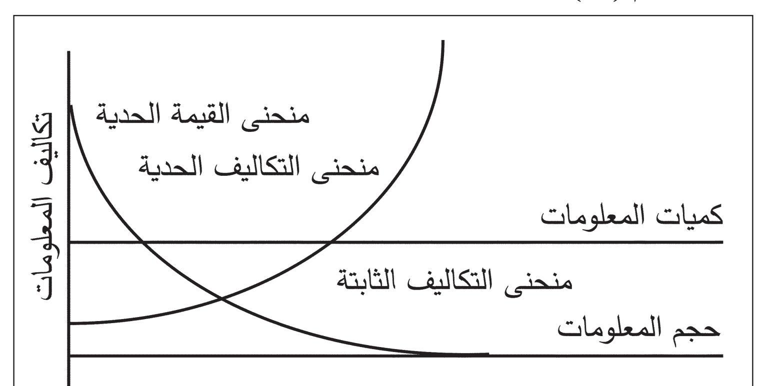
إن هذه التحليلات ضرورية، لأنها تلقي الضوء على جوانب مهمة عديدة منها:

- تحديد مقدار المنافع المتغيرة التي تحدث وتظهر بمرور الزمن؛
- تأتي المنافع نتيجة تحسين عملية صنع القرارات، وعليه فإن تحليل القرارات يحدد مقدار المنافع المتأتية منها؛
- تظهر تكاليف ثابتة بسبب تحصيل المعلومات، تنتج من عملية صنع القرارات وليست عن القرارات بحد ذاتها؛
- إن المصدر الأساسي للتكاليف المتغيرة هو بدائل القرارات، التي تتم المفاضلة بينها فيما بعد.

1-2- **أسلوب التقديرات الاحتمالية**: ارتبط هذا الأسلوب بمفاهيم التكلفة الحدية والقيمة الحدية لتوضيح العلاقة المثلى بين الكلفة والقيمة. إن هدف نظام المعلومات هو الوصول إلى نقطة تتساوى عندها القيمة الحدية للمعلومات مع التكلفة الحدية التي تنفق لتوفير تلك المعلومات. إن المستوى المثالي للمعلومات هو عندما تتساوى التكلفة الحدية لتوفير المعلومات مع القيمة الحدية لتلك المعلومات وقدر تعلق الأمر بمستوى المخرجات فقد وضع marchak عام1968 المبادئ الآتية كما هي موضحة في الشكل الآتي أدناه:

- إذا كانت القيمة الحدية أكبر من الكلفة الحدية، زيادة حجم المعلومات؛
- إذا كانت القيمة الحدية أصغر من الكلفة الحدية، خفض حجم المعلومات؛
- إذا كانت القيمة الحدية = الكلفة الحدية، حجم المعلومات في حده الأمثل.

الشكل رقم (01): العلاقة بين القيمة الحدية والكلفة الحدية للمعلومات.



2- الاستثمار في المعلومات

الاستثمار في المعلومات يعني الرشد والصواب، بينما يعني تجاهلها الخلط والاضطراب. أي بتوفير مقومات استثمار هذه المعلومات، والتي تتمثل في الجوانب التنظيمية ووجود المستفيد الواعي الذي يدرك أهمية هذه المعلومات، ويعرف مبررات استخدامها والهدف من الاستخدام وكيفية الاستخدام. من هنا استأثر موضوع الاستثمار في المعلومات على اهتمامات الباحثين في مجالات الاقتصاد والإدارة المالية.

2-1- مفهوم الاستثمار في المعلومات: تتباين المفاهيم التي وردت بخصوص مصطلح الاستثمار تبعا لتباين وجهتي النظر الاقتصادية والمالية، إذ ينظر الاقتصاديون نظرة مغايرة تماما براء المتخصصون في الإدارة المالية وفيما يأتي نوضح أهم جوانب هذا الاختلاف:

أ - **المفهوم الاقتصادي للاستثمار**: يجمع الاقتصاديون على عد الاستثمار بمثابة الفعل المناظر للادخار والذي يتمثل في تحديد الثروة من الاستهلاك، في حين ينصب الاستثمار على استخدام

هذه الثروة في تكوين رأس المال. أي أنه التوظيف المنتج لرأس المال عن طريق توجيه المدخرات نحو استخدامات تؤدي إلى إشباع حاجة أو حاجات اقتصادية.

ب - **المفهوم المالي للاستثمار**: الاستثمار يعني توظيف أموال في الموجودات المختلفة الثابتة والمتداولة والموجودات الأخرى، أو أنه إيداع مقدار من الأموال في الوقت الحاضر في إطار التوقع بالحصول على مقدار أكبر منه في المستقبل،

2-2- أهمية الاستثمار في المعلومات: هناك إقبالا كبيرا من قبل الإدارة الحديثة على الإنفاق في تكنولوجيا المعلومات، وأن الفوائد المتحققة من هذا الاستثمار تفوق كثيرا تلك التي تحققت في أي نوع آخر من الاستثمار. يمكن تجسيد أهمية الاستثمار في المعلومات من خلال العناصر التالية:

أ- **المؤشر الوحيد**: يعد الاستثمار في المعلومات مؤشر الإنفاق الوحيد الذي يمتلكه المدراء لتحديد مستويات الإنفاق على المعلومات من قبل المنظمات المختلفة سواء تم ذلك اعتمادا على النسبة المئوية من العائدات أو مقدار الزيادة في موازنة الإنفاق على المعلومات في السنوات الأخيرة.

ب- **تعزيز مستوى الأداء التنظيمي**: يعزز الاستثمار في المعلومات من أداء المنظمات التي تتمتع بمركز إستراتيجي قوي على عكس المنظمات ذات المركز الإستراتيجي الضعيف.

ج- **قياس الربحية**: يعد الاستثمار في المعلومات ضروريا في تأشيرة ما إذا كانت الزيادة في الاستثمار في المعلومات تسهم في تحقيق زيادة في ربحية المنظمة، حيث أن أغلب الشركات التي حققت الأرباح هي التي أنفقت الجزء الأكبر من ميزانياتها على الاستثمار في المعلومات.

د- **تحديد الحد الأدنى والحد الأقصى من الاستثمار**: يجب على المنظمات عند إنفاقها على المعلومات أن تحدد مستويات الاستثمار الملائمة لها من خلال تحديد الحد الأدنى والحد الأقصى من المبالغ التي تخصص لغرض الاستثمار، حيث أن شركات التأمين التي ستستثمر دون مستوى المعدلات المقبولة يكون أداؤها ضعيفا.

هـ- **تشجيع الإبداع والابتكار**: إن الاستثمار في المعلومات يسهم في تحرير الأفراد العاملين من العمل الروتيني ويدفعه باتجاه العمل الخلاق ويسهم في فتح مجالات جديدة للإبداع أمامه.

و- توفير الأجـواء المناسبة لتحقيق الربط والتكامل بين وحدات وتشكيلات المنظمة في إطار المنظمة الواحدة وأيضا بين المنظمة وفروعها المنتشرة وبينها وبين المنظمات الأخرى من خلال الربط الحاسوبي، وباستخدام شبكات الانترنت وأجهزة ومعدات الاتصالات الأخرى.

ز- دعم الأهداف الإستراتيجية للمنظمة إلى جانب تخفيض كلفة العمل الإداري بنسب عالية.

ح- حفزت مشكلات الاستثمار في المعلومات الباحثين للعمل على دراستها بقصد تشخيص أهم الأسباب التي تكمن وراءها، فضلا عن تقديم المقترحات التي تسهم في تسهيل مهمة تقويم الاستثمار فيها بشكل سليم واختيار المداخل الملائمة في التقويم.

ط- **تعزيز الموقف التنافسي للمنظمة**: إن الاستثمار في المعلومات سوف يدعم الموقف التنافسي للمنظمات، وعليه فإن الاستثمار في المعلومات في إطار مقومات المنافسة يمكن أن يتحول إلى قيد يعوق دخول المنافسين الجدد.

ي- **تعزيز شبكات سلسلة التجهيز**: المنظمات التي تشكل جزءا من نظام سلسلة تجهيز متكاملة يمكنها بناء علاقات من جسور الثقة مع المجهزين على النحو الذي يحقق لها فوائد عدة من أهمها وقت تسليم أسرع، فالمنظمات التي تقع خارج هذه السلسلة سوف تواجه صعوبات جمة في المنافسة.

ك- **تعزيز القدرة على إدارة قنوات التوزيع**: إن الاستثمار في المعلومات يمكن أن يضمن وقت تسليم أسرع إلى الزبائن، ومشاكل أقل في التسليم، وأفضلية في المعاملات.

ل- **تكرس العلامة التجارية**: في الغالب نجد أن المنظمات التي تستثمر مبالغ كبيرة في الإعلان عن العلامة التجارية والترويج لها، تكرس هذه العلامة التجارية.

م- **تعزيز عمليات الإنتاج**: أصبحت نظم المعلومات ضرورة حتمية في إدارة عمليات الإنتاج الكبيرة، إذ أكد "بورتر" أن الاستثمار في المعلومات يسمح للمنشأة بالمرونة في مستويات مخرجاتها بشكل يجعل في اقتصاديات الحجم عائقا فهي أمام دخول المنافسين الجدد. يضاف إلى ذلك تعزيز إمكانية الإنتاج وفقا لطلب الزبون.

ن- **التمايز**: يسهل الاستثمار في المعلوماتية مهمة استخدام التكنولوجيا المتطورة لتيسير التطوير السريع للمنتجات، وتعزيز فرص إدخال منتجات جديدة، ومن ثم تميز منتجات المنشأة عن منتجات المنظمات المنافسة وهذا بدوره يقود إلى تباين وعدم تمازج، بين المنتجات المتنافسة بالشكل الذي يقود إلى زيادة تكاليف تحول الزبون إلى منشأة أخرى.

س- تحقيق مزايا منحنى التعلم والخبرة في مجال المعلومات عندما تحصل إدارات المنظمة، على الخبرة الضرورية في اعتماد تطبيقات نظم المعلومات المختلفة، وبذلك تصبح ملمة بمجموعة من أفضل التطبيقات التي قد تكون غير معروفة لقيادات المنظمات الأخرى في الصناعة أو تكون خبرتهم قليلة فيها بشكل يؤدي إلى حدوث فجوة كبيرة تستغرق وقتا طويلا لسدهما.

ع- **تعزيز الاستقرار المنظمي**: الاستثمار في المعلومات يسهم بشكل أو بآخر في تعزيز إستقرارية للمنظمة، فالمنشآت التي نجحت في الاستثمار في المعلومات حققت فرصا أفضل في التفاعل مع الزبائن والمجهزين والجهات الأخرى ذات العلاقة، ومن ثم استقرار أكثر في أداء أنشطتها.

الفصل السابع: اقتصاديات الرفاهية

إن دراسة القواعد الاقتصادية المحددة لتحقيق رفاهية المجتمع ككل تتم من خلال التوزيع الأمثل للسلع الاستهلاكية بين مستهلكي هذه السلع وكذلك التوزيع الأمثل للموارد الإنتاجية المختلفة أي تحقيق ما يطلق عليه بأمثلية باريتو وذلك في ظل سيادة التنافس التام وكذلك في ظل سيادة التنافس الاحتكاري ثم دراسة أثر العوامل الخارجية على الإنتاج والاستهلاك السلعي.

إن الغرض من اقتصاديات الرفاهية هو تقديم رغبة المجتمع في الحالات الاقتصادية البديلة. يتم التركيز الأساسي على فكرة دالة الرفاه التي تزود بالطريقة جمع منافع المستهلكين المختلفة مع بعضها فنقول بشكل عام أن دالة الرفاهية توفر طريقة لترتيب للتوزيعات المختلفة المختلفة للمنفعة بين المستهلكين. وقبل تحققنا من الآثار المترتبة عن هذا المفهوم من المفيد أن نعتبر كيف للمرء أن يجمع تفضيلات المستهلكين المنفردين لينشئ نوع من التفضيلات الاجتماعية.

أولا: أمثلية باريتو

يتم وصف عملية التخصيص بمستويات الاستهلاك المحددة لكل مستهلك ومستويات المدخلات والمخرجات المحددة لكل منتج. فأمثلية باريتو تعطينا تعريفا للكفاءة الاقتصادية لعملية التخصيص التي تخدم كأساس للكثير من اقتصاديات الرفاهية، فيكون التخصيص أمثلا أو كفؤ من وجهة نظر باريتو إذا لم يكن بالإمكان إعادة تنظيم الإنتاج والتوزيع، أي توزيع الدخل لزيادة المنفعة لشخص واحد أو أكثر بدون خفض المنفعة للآخرين. وبالعكس يكون التخصيص غير مثالي من وجهة نظر باريتو إذا زادت منفعة شخص ما بدون إلحاق الضرر بأي شخص آخر. ونسمي التخصيصات بتفوق إذا كانت المنفعة لشخص واحد أو أكثر أعلى غير أقل من أي شخص، وحتى إذا لم يكن التخصيص أمثلا من وجهة نظر باريتو.

إن تحليل أمثلية باريتو يقترب من التقييمات والمقارنات الشخصية لمستويات المنفعة ونتيجة لذلك فإن التغيرات التي تحسن أوضاع البعض ولكن تسبب تدهورا في منفعة أولئك الآخرين الذي لا يقدرون على التقييم بالنسبة للكفاءة. فقد تكون نتيجة الحركة هذه نافعة أو لا تكون. فيقال أن الرفاهية أخذت في الازدياد (في التناقص) إذا تحسن وضع شخص واحد على الأقل (أو تدهور) بدون تغيير في أوضاع الآخرين. فمن الواضح أنه من غير الممكن أن تكون الحالة أمثلية إلا إذا كانت جميع التحسينات من هذا النوع، كون إن التحاليل الراهنة محدودة بالكفاءة غير الحركية.

1- أمثلية باريتو للاستهلاك:

يكون توزيع السلع الاستهلاكية بأمثلية باريتو متضمنا وقت الفراغ والعوامل الأولى الأخرى غير المستخدمة، إذا كانت إعادة تخصيص السلع التي تزيد المنفعة لشخص واحد أو أكثر سوف ينتج عنها انخفاض في منفعة مستهلك واحد آخر على الأقل. وسوف نتحصل على أمثلية باريتو إذا كانت منفعة كل مستهلك عند حدها الأقصى إذا أعطينا مستويات المنفعة لجميع المستهلكين الآخرين.

مثال: لنفترض أنه يوجد مستهلكين اثنين فقط نرمز لهما بالعددين (1) و(2) وكذلك توجد سلعتين اثنين فقط Q_2, Q_1 وتكون دالتي المنفعة للمستهلكين: $U_2(q_{21}, q_{22}), U1(q_{11}, q_{12})$، حيث أن: $q_{11}+q_{21}=q_1^0$ ثابت وأن: $q_{12}+q_{22}=q_2^0$، ونفترض أن المستهلك II يتمتع بمستوى القناعة، ثابت $=U_2^0$. فمن أجل الحصول على الحد الأعلى لمنفعة المستهلك I تحت شرط الميزانية ثم تكون الدالة:

$$U_1^*= U_1(q_{11},q_{12}) +\lambda[U_2(q_1^0-q_{11}, q_2^0-q_{12})-U_2^0]$$

حيث أن λ هو مضاعف لاغرانج، وبوضع اشتقاقات هذه الدالة الجزئية مساوية لصفر:

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial q_{11}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} \text{-} \lambda \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}} = 0$$

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial q_{12}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{12}} \text{-} \lambda \frac{\partial U_2}{\partial q_{22}} = 0$$

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial \lambda} = U_2(q_1^0 \text{-} q_{11}, q_2^0 \text{-} q_{12}) \text{-} U_2^0 \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} = 0$$

$$\frac{\partial U_1/\partial q_{11}}{\partial U_1/\partial q_{12}} = \frac{\partial U_2/\partial q_{21}}{\partial U_2/\partial q_{22}} \quad ....(01)$$

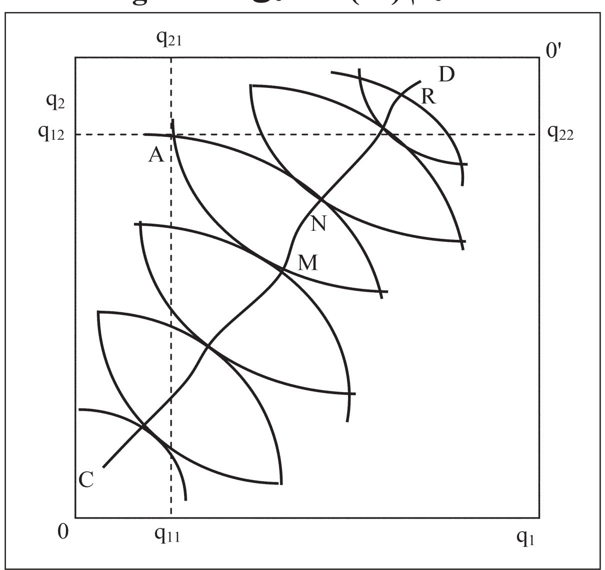
حيث أن الطرف الأيسر من المعادلة يمثل المعدل الحدي للإحلال أو الإستبدال MRS للمستهلك I، ويمثل الطرف الأيمن MRS للمستهلك II ولتحقيق أمثلية باريتو يجب أن يتساوى MRS للمستهلكين في حالة الاستهلاك. فإذا لم تتحقق (01) فإنه من الممكن إعادة توزيع السلع بطريقة تسمح بزيادة منفعة I بدون خفض منفعة II والعكس صحيح. وينتج شرط (01) من الحصول على الحد الأعلى لمنفعة II إذا أعطينا مستوى ثابتا لمنفعة I، ولهذا فإذا لم تتحقق (01) فإنه من الممكن أيضا زيادة منفعة II بدون خفض منفعة I ويمكن تعميم التحاليل الرياضية لحالة المستهلكين الاثنين بسهولة لتغطي أي عدد من المستهلكين.

من الممكن التحليل عن طريق استخدام صندوق Edgeworth وتمثل أبعاد المستطيل في الشكل (01) مجموع الكميات المتوفرة من السلعتين Q1 و Q2 ضمن إطار اقتصادي تقايضي بحت فأي نقطة داخل الصندوق تمثل توزيعا معينا من السلع بين المستهلكين الاثنين.

مثال: إذا كانت طريقة توزيع السلعتين معطاة كما في النقطة A فإن الكميات من Q_1 وQ_2 المستهلكة من قبل I يجب أن تقاس عن طريق إحداثيات A مستخدمين في ذلك الركن الجنوبي الغربي O كنقطة أصل، أما الكميات المستهلكة من قبل II فإنها تقاس بإحداثيات النقطة A باستخدام الركن الشمالي الشرقي O كنقطة أصل ولقد رسمت منحنيات السواء للمستهلك I باستخدام O كنقطة أصل ومنحنيات (خريطة) السواء للمستهلك II

باستخدام O كنقطة أصل وتكون MRS للمستهلكين متساوية حيث يحدث تماس بين خريطة سواء المستهلك I وخريطة سواء المستهلك II فيكون المحل الهندسي لجميع هذه النقاط هو منحنى الاتفاق. وتعطي المعادلة (01) الشكل الرياضي لمنحنى الاتفاق وهو بدلالة q_{11} وq_{12}.

الشكل رقم (01): صندوق Edgeworth



إن معدلات تعويض السلع غير متساوية عند النقطة A ولكن من الممكن زيادة مستويات المنفعة لكلا المستهلكين بتغيير التوزيع الحالي. فلو أن الوضع النهائي وذلك بعد إعادة توزيع Q_1 وQ_2 كان بين: N, M فإن كلا المستهلكين سوف يكسب، لأن كلاهما سوف يكون على منحنيات سواء أعلى من تلك عند النقطة A، فلو أن النقطة النهائية كانت عند M أو N، فإن أحد المستهلكين سوف يكسب بدون أي تدهور في وضع المستهلك الثاني، فإذا وصلنا إلى نقطة على منحنى الاتفاق، فإنه ليس من المحتمل تحسين وضع كلا المستهلكين بدون حدوث تدهور في مكانة الآخر. فحسب شروط أمثلية باريتو فإن أي نقطة من M إلى N سوف تكون أكثر تفضيلا من النقطة A ولكن تقييم النقط البديل على منحنى الاتفاق سوف يحدث فيه مقارنة شخصية للمنافع وبذلك لا يكون ممكننا ضمن الإطار الحالي.

2- أمثلية باريتو للإنتاج:

إذا افترضنا أن المستهلكين غير متخمين وأن مستوى المنفعة لكل فرد مستقلا عن الكميات المستهلكة من قبل الآخرين، فإن أي زيادة في كمية سلع أي مستهلك بدون نقصان في كمية سلع أي مستهلك آخر سوف تؤدي إلى زيادة في المنفعة لأحد المستهلكين على الأقل بدون نقص في منفعة الآخرين. ولهذا فإن أمثلية باريتو للمنتجين تتطلب أن يكون مستوى الناتج لكل سلعة مستهلكة عند قيمته وذلك إذا أعطينا مستويات الناتج لجميع السلع المستهلكة الأخرى.

مثال: نفترض أنه يوجد اثنين من المنتجين وأنهم يستخدما اثنين من المدخلات لإنتاج سلعتين باستخدام دالتي الإنتاج:

$q_1=f_1(x_{11},x_{12})$

$q_2=f_2(x_{21},x_{22})$

حيث أن: $x_{11}+x_{21}=x_1^0$ وأن $x_{12}+x_{22}=x_2^0$ يمثلان كميات المدخلات المتوفرة وأن q_2, q_1 يمثلان مستويات الناتج، وبالحصول على الحد الأقصى من ناتج السلعة I تحت الشرط بأن يكون ناتج السلعة II يكون على مستوى مقرر سابقا وهو q_2^0 ثم تكون الدالة التالية:

$$L=f_1(x_{11},x_{12})+\lambda[f_2(x_1^0-x_{11},x_2^0-x_{12})-q_2^0]$$

ثم نضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية لصفر:

$$\frac{\partial L}{\partial x_{11}}=\frac{\partial f_1}{\partial x_{11}}-\lambda\frac{\partial f_2}{\partial x_{21}}=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_{12}}=\frac{\partial f_1}{\partial x_{12}}-\lambda\frac{\partial f_2}{\partial x_{22}}=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=f_2(x_1^0-x_{11},x_2^0-x_{12})-q_2^0=0$$

$$\frac{\partial f_1/\partial x_{11}}{\partial f_1/\partial x_{12}}=\frac{\partial f_2/\partial x_{21}}{\partial f_2/\partial x_{22}}\quad ....(02)$$

إن الجانب الأيسر من (02) يمثل MRS للمستهلك I من أجل x_1، x_2 ونجد أن الجانب الأيمن يمثل MRS للمستهلك II من أجل x_2, x_1 ويجب أن تتساوى MRS للمنتجين لتحقيق أمثلية باريتو في الإنتاج. فلو أن (02) لم تتحقق فإنه من الممكن زيادة إنتاج إحدى السلع بدون انخفاض في إنتاج الآخر، وكما يمكن إثبات إنه من المحتمل زيادة إنتاج كلا السلعتين.

3 - أمثلية باريتو على وجه العموم:

إن شروط باريتو المشتقة سابقا بالنسبة للمستهلكين والمنتجين يمكن تعميمها وتوسيعها لتشمل اعتبارات للاقتصاد ككل. لنعتبر الآن وجود اقتصاد مكون من عدد m من المستهلكين وعدد N من المنتجين وعدد n من العوامل الأولية، وعدد s من السلع المنتجة. وللتبسيط نفترض أن كل مستهلك يستهلك جميع السلع المنتجة، وأن كل منتج يستخدم جميع العوامل الأولية وينتج جميع السلع فتصبح دوال المنفعة للمستهلكين كما يلي:

$$U_i = U_i\left(q_{i1}^*, \dots, q_{is}^*, x_{i1}^0\text{-}x_{i1}^*, \dots, x_{in}^0\text{-}x_{in}^*\right) \quad i = 1, \dots, m \quad ....(03)$$

حيث أن q_{ik}^* هي الكمية المستهلكة من Q_k والتي استهلكها المستهلك i وأن x_{ij}^0 هي الكمية الثابتة، مما يمتلكه مبدئيا من العامل الأولي j وأن x_{ij}^* هي الكمية المعروضة من المستهلك i للمنتجين وأن $x_{ij}^0\text{-}x_{ij}^*$ هي الكمية التي يستهلكها. ونعطي هنا دوال الإنتاج في الشكل الضمني:

$$F_h = (\, q_{h1}, \dots, q_{hs,}\, x_{h1}, \dots,\, x_{hn}) = 0 \quad h = 1, \dots, N \quad ....(04)$$

حيث أن q_{hk} هي الناتج للسلعة Q_k بواسطة الوحدة الإنتاجية h وأن x_{hj} هي الكمية من X_j التي يستخدمها. فتكون الكميات الإجمالية للعوامل الأولية التي يعرضها المستهلكون مساوية للكميات الإجمالية المستخدمة من المنتجين.

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^* = \sum_{n=1}^{N} x_{kj} \quad j = 1, \dots, n \quad ....(05)$$

وتكون كذلك إجمالي مستويات الاستهلاك من السلع المنتجة مساويا لإجمالي مستويات خارجها:

$$\sum_{i=1}^{m} q_{ik}^{*} = \sum_{n=1}^{N} q_{hk} \quad k = 1, \dots, s \quad ....(06)$$

وسوف نصل إلى أمثلية باريتو إذا كانت منفعة كل مستهلك عند حدها الأقصى وذلك إذا أعطينا مستويات المنفعة للمستهلكين الآخرين تحت الشروط (04) و(05) و(06)، نعتبر الآن الحصول على الحد الأعلى من منفعة المستهلك I تحت هذه الشروط ثم نكون دالة لاغرانج:

$$z = U_i(q_{11}^{*}, .., x_{in}^{0}, x_{in}^{*}) + \sum_{i=2}^{m} \lambda_i [U_i(q_{i1}^{*}, .., x_{in}^{0} - x_{in}^{*}) - U_i^{0}] = \sum_{h=1}^{N} \theta_h F_h(q_{h1}, .., x_{hn}) + \sum_{j=1}^{n} \delta_j \left(\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^{*} - \sum_{h=1}^{N} x_{hj} \right)$$

حيث أن $\sigma_k, \delta_j, \theta_h, \lambda_i$ هم مضاعفات لاغرانج. وبوضع الاشتقاقات الجزئية للدالة z مساوية لصفر:

$$\frac{\partial Z}{\partial q_{1k}^{*}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{1k}^{*}} - \sigma_k = 0 \qquad \frac{\partial Z}{\partial x_{1j}^{*}} = - \frac{\partial U_1}{\partial (x_{1j}^{0} - x_{1j}^{*})} + \delta_j = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial q_{ik}^{*}} = \lambda_i \frac{\partial U_1}{\partial q_{ik}^{*}} - \sigma_k = 0 \qquad \frac{\partial Z}{\partial x_{ij}^{*}} = -\lambda_i \frac{\partial U_1}{\partial (x_{ij}^{0} - x_{ij}^{*})} + \delta_j = 0 \quad ....(07)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial q_{hk}} = \theta_k \frac{\partial F_k}{\partial q_{hk}} + \sigma_k = 0 \qquad \frac{\partial Z}{\partial x_{hj}} = \theta_k \frac{\partial F_k}{\partial x_{hj}} - \delta_j = 0$$

حيث أن j=1,…,n. k=1,….,s. h=1,….,N i=2,…,m كما يجب أن نضع الاشتقاقات الجزئية بالنسبة لمضاعفات لاغرانج مساوية لصفر بمعنى أن الشروط قد تحققت. يمكن وضع الشروط الأمثلية باريتو في النمط المعتاد. فنحل (07) من أجل σ_J/σ_K:

$$\frac{\sigma_j}{\sigma_k} = \frac{\partial U_1 / \partial q_{ij}^{*}}{\partial U_1 / \partial q_{ik}^{*}} = \cdots = \frac{\partial U_m / \partial q_{mj}^{*}}{\partial U_m / \partial q_{mk}^{*}} = \frac{\partial F_1 / \partial q_{1j}}{\partial F_1 / \partial q_{1k}} = \cdots = \frac{\partial F_N / \partial q_{Nj}}{\partial F_N / \partial q_{Nk}} \quad j, k =, \dots, s .(08)$$

وتنص شروط (08) على أن MRS لجميع المستهلكين وأن المعدل الحدي للانتاج المحول RPT لجميع المنتجين يجب أن يتساوى لكل زوج من السلع

المنتجة. تخيل أن (08) لم تتحقق لـ Q_j وQ_k بحيث أن $MRS = \frac{1}{3}$ لبعض المستهلكين وأن $RPT = \frac{2}{3}$. لبعض المنتجين وأن ثلاثة وحدات من Q_j يمكن تحويلها إلى وحدتين من Q_k وذلك بالتحرك على منحنى تحويل الإنتاج، فلو أن المستهلك يستغني عن ثلاثة وحدات من Q_j (بدون تغيير في مواقف المستهلكين الآخرين) فإنه سوف يتطلب وحدة واحدة فقط من Q_k وذلك بالتبادل والمقايضة من أجل أن يظل على نفس منحنى السواء ويتحاشى الإنقاص من المنفعة وسوف يزداد فعلا مستوى القناعة والرضا لهذا المستهلك وذلك بقيامه بتحويل ثلاثة وحدات من Q_k إلى وحدتين من Q_j ولكن مثل هذا التحسن كان من غير الممكن إذا كان MRS يساوي RPT. وبحل (08) من أجل δ_j/δ_k.

$$\frac{\delta_j}{\delta_k} = \frac{\partial U_1 /\partial(x_{1j}^0 \text{-} x_{1j}^*)}{\partial U_1 /\partial(x_{1k}^0 \text{-} x_{1k}^*)} = \cdots = \frac{\partial U_m /\partial(x_{mj}^0 \text{-} x_{mj}^*)}{\partial U_m /\partial(x_{mk}^0 \text{-} x_{mk}^*)} = \frac{\partial F_1/\partial x_{1j}}{\partial F_1/\partial x_{1k}} = \cdots = \frac{\partial F_N/\partial x_{Nj}}{\partial F_N/\partial x_{Nk}} \quad j,k = 1,\ldots,n \qquad \text{..........(09)}$$

وتنص الشروط (09) على أن يجب مساواة MRS لجميع المستهلكين مع RPT لجميع المنتجين وذلك لكل زوج من السلع الأولية، فلو أن هذا الشرط لم يتحقق لبعض المستهلكين وبعض المنتجين فإنه من الممكن زيادة منفعة المستهلك بطريق المبادلة بين المستهلك والمنتج. وأخيرا بحل (07) لقيم δ_j/σ_k.

$$\frac{\delta_j}{\sigma_k} = \frac{\partial U_1 /\partial(x_{1j}^0 \text{-} x_{1j}^*)}{\partial U_1 /\partial q_{1k}^*} = \cdots = \frac{\partial U_m /\partial(x_{mj}^0 \text{-} x_{mj}^*)}{\partial U_m /\partial q_{mk}^*} = \frac{\partial F_1/\partial x_{1j}}{\partial F_1/\partial q_{1k}} = \cdots = \frac{\partial F_N/\partial x_{Nj}}{\partial F_N/\partial q_{Nk}} \quad j=1,\ldots,n \quad K=1,\ldots,s \qquad \text{.........(10)}$$

وتنص شروط (10) على مساواة MRS للمستهلك بين العوامل والسلع مع معدلات المنتج المقابلة لتحويل العوامل إلى سلع. فلو أن (10) لم تتحقق لبعض المستهلكين والمنتجين فإن منفعة المستهلك سوف تزداد وذلك بالتخلي عن بعض العوامل مقابل كمية أكبر من السلع أو بعض السلع مقابل كمية أكبر من العوامل.

توصف حالة أمثلية باريتو بالشروط الحدية (08) و(09) و(10) بالإضافة إلى الشرط الإضافي الذي ينص على أنه من غير المحتمل زيادة المنفعة لمستهلك واحد أو أكثر بدون التقليل من المنفعة للآخرين وذلك بعدم مواصلة إنتاج سلعة واحدة أو أكثر ونفترض هنا أن الشرط الأخير يتحقق دائما فتكون أمثلية باريتو قد عرفت بدلالة المعدلات الفيزيائية للتعويض بين العوامل والسلع بدون الإشارة إلى أسعار السوق أما مضاعفات لاغرانج $(j=1,\ldots,n)$ δ_j وσ_k $(k=1,\ldots,s)$ فإنها تكون بمثابة أسعار كافية ولا تتحقق أمثلية باريتو إذا عدل جميع المستهلكين والمنتجين معدلات تعويضهم إلى نسب هذه الأسعار (أسعار الكفاية) فأي مجموعة من أسعار السوق للعوامل والسلع مثل $\alpha\delta_j$ (rj $(j=1,\ldots,n)$ وكذلك $pk=\alpha\sigma_k$ $(k=1,\ldots,s)$ حيث أن $\alpha>0$ سوف تخدم كأسعار كفاية وتؤدي إلى حالة أمثلية باريتو. إن من الشيء الممتع في اقتصاديات الرفاهية أن نسأل ما إذا كانت بعض أسعار السوق المعينة تكون أسعار كفاية أو ما يعادل ذلك أن نسأل ما إذا كانت هناك بعض الأشكال الخاصة بتنظيم السوق سوف تقود إلى أمثلية باريتو.

ثانيا: فعالية وكفاءة المنافسة الكاملة

يمكن القول أن رفاهية المجتمع تتحقق من خلال تعظيم إشباع مختلف المستهلكين وتعظيم ربحية مختلف المنتجين في هذا المجتمع. وذلك من خلال مساواة المعدل الحدي للاستبدال بين السلع المختلفة لكافة المستهلكين مع النسبة السعرية لهما. ومساواة المعدل الحدي للإحلال بين السلع المختلفة لكافة المنتجين مع النسبة السعرية لهما. ونظرا لمساواة النسبة السعرية في الحالتين فإن تعظيم إشباع مختلف المستهلكين وتعظيم ربحية مختلف المنتجين في مجتمع معين يتحقق عند المساواة بين المعدل الحدي للاستبدال لمختلف المستهلكين مع المعدل الحدي للإحلال لمختلف المنتجين.

إن المستهلكين يقومون بشراء السلع وبيع العوامل الأولية بينما تقوم الوحدات الإنتاجية ببيع السلع وشراء العوامل الأولية، ففي المنافسة الكاملة

يواجه المستهلكون والوحدات الإنتاجية نفس مجموعة أسعار السلع والعوامل ولا يستطيع مستهلك أو وحدة إنتاجية أن تؤثر على هذه من خلال تصرفاتهم فلو أن المستهلكين كانوا ممن يحاولون الحصول على الحد الأعلى لمنفعتهم فإن كل واحد منهم سوف يساوي MRS الخاص به لكل زوج من السلع بنسبة السعر المقابل:

$$\text{MRS}_{kj} = \frac{P_j}{P_k} \quad ....(11)$$

حيث أن k,j يمكن أن تشير إلى السلع أو العوامل الأولية، فإذا كانت الوحدات الإنتاجية ممن يحاولون الحصول على الحد الأعلى من الربح، فإنهم سوف يساوون MRS RPT وMP بنسب الأسعار المقابلة:

$$RPT_{kj} = \frac{P_j}{P_k} \quad ....(12)$$

فإذا كان كلا j وk يشيران إلى السلع، فإن:

$$\text{MRS}_{kj} = \frac{P_j}{P_k} \quad ....(13)$$

فإذا كان كلا j وk يشيران إلى العوامل وأن:

$$MP_{kj} = \frac{P_j}{P_k} \quad ....(14)$$

إذا كانت j تشير إلى سلعة ما وكانت k تشير إلى عامل من العوامل وبمقارنة (11) إلى (14) بـ (08) و(09) و(10) يتضح لنا أن شروط أمثلية باريتو قد تحققت في حالة المنافسة الكاملة.

إن المنافسة الكاملة تكون كافية لأمثلية باريتو. كما أنها ضرورية كذلك إذا إفترضنا أن الشروط (08) إلى (10) تتحقق، وأن المعادلات (11) و(12) و(14) يمكن كتابتها مندمجة ببعضها كالتالي:

$$RPT_{kj} = \frac{\text{التكلفة الحدية لـ} Q_j \text{ بدلالة } X_i}{\text{التكلفة الحدية لـ} Q_k \text{ بدلالة } X_i} = \frac{P_i/MP_{ij}}{P_i/MP_{ik}} = \frac{P_j}{P_k} = RCS_{kj} \quad ....(15)$$

حيث أن j وk يشيران إلى السلع وأن i تشير إلى العامل. فلو أن الأسعار لم تكن مساوية للتكاليف الحدية، فإن(15) سوف تتحقق، فقط إذا كانت الأسعار متناسبة مع التكاليف الحدية أي أنه إذا كانت:

$$P_j = \theta \frac{P_i}{MP_{ij}} \quad P_k = \theta \frac{P_i}{MP_{ik}} \quad ....(16)$$

ولكن بإعادة ترتيب (16):

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{1}{\theta} MP_{ij} \quad \frac{P_i}{P_k} = \frac{1}{\theta} MP_{ik} \quad ....(17)$$

فطرفي المعادلة (17) اليسرى تساوي معدل التعويض للمستهلك بين: Q_j أو Q_k أو X_i، بينما الطرف الأيمن يكون $1/\theta$ مضروبا في معدل التحويل للمنتج بين: Q_j أو Q_k و X_i . فشروط (10) لم تتحقق لأن معدلات التعويض والتحويل للمستهلكين والمنتجين لم تتساوى، فالمستهلكين يقدموا الكمية القصوى من X_i (العمل) لذا فإن التخصيص (التوزيع) لا يمكن أن يكون بأمثلية باريتو.

إن المنافسة الكاملة تمثل رفاهية مثلى حيث أنها تحقق متطلبات أمثلية باريتو إلا إذا كان واحدا أو أكثر من الافتراضات المشار إليها سابقا لم تتحقق. فشروط الدرجة الثانية يجب أن تتحقق لجميع المستهلكين والمنتجين. فلو أنهم لم يتحققوا لواحد أو أكثر من المستهلكين أو المنتجين فإن مساواة معدلات التعويض والتحويل سوف لا تضمن الأمثلية. فالحقيقة أن النقطة التي يتساوى عندها معدلات التعويض والتحويل قد تكون نقطة «تشاؤم» بدلا من نقطة مثلى. ويكون الحل الأمثل عندها ممثلا بحل ركني، فقد تتحقق أمثلية باريتو تحت المنافسة الكاملة إذا تخم واحد أو أكثر من المستهلكين. فالمنفعة الحدية الزائدة للمستهلك المتخم تساوي صفرا لكل سلعة وأن معدلات تعويضها تكون غير معروفة فقد نحول السلع من هذا المستهلك المتخم إلى المستهلك الآخر بدون تخفيض المنفعة وبدون زيادة في منفعة الآخرين. أما حالات باريتو غير المثلى تحت المنافسة الكاملة إذا كان هناك مؤثرات خارجية على الاستهلاك أو الإنتاج.

هناك حالات تكون فيها المنافسة الكاملة مطابقة لأمثلية باريتو ولكن بعض التساوي الحدية لا تتحقق. فقد تنتج حلول ركنية حتى ولو كانت جميع دوال المنفعة والإنتاج بالشكل المناسب، بشرط أن تكون MRS للمستهلكين دائما أكبر من (أو أصغر من) RPT المقابلة للمنتجين فأحد السلع سوف لا

يكون منتجا ويجب أن نصف أمثلية باريتو لهذه السلع تحت الاعتبار بدلالة التباينات الحدية.

ثالثا: فعالية (كفاءة) المنافسة غير الكاملة

في ظل غياب التنافس التام فإن الأسعار سوف تفوق التكلفة الحدية. ونظرا لأن التكلفة الحدية تمثل نفقات المجتمع لاستخدام الموارد الإنتاجية في إنتاج مقادير إضافية من السلع اللازمة لإشباع رغبات ساكنيه. وأن أسعار هذه السلع تمثل مقياس عوائد الحصول على مقادير إضافية من السلع المنتجة. وبالتالي فإن العوائد الصافية التي يحققها هذا المجتمع تزداد بزيادة السعر عن التكاليف الحدية. وفي ظل عدم سيادة التنافس التام يتحقق ذلك من خلال إنتاج المقادير غير الكافية من السلع المنتجة مما يؤدي إلى ارتفاع أسعارها ومن ثم عدم تحقيق تعظيم مستوى رفاهية سكان المجتمع.

إن الاحتكار واحتكار القلة واحتكار الشراء والأشكال الأخرى للمنافسة غير الكاملة مع بعض الاستثناءات، سوف تؤدي إلى توزيعات باريتو غير أمثلية للموارد فالشروط الحدية التي تحققت تحت المنافسة غير الكاملة سوف لا تحقق شروط أمثلية باريتو المعطاة بالمعادلات (08) و(09) و(10). وسوف نستخدم هنا طريقة التوازن الجزئي للحكم على فعالية (كفاءة) قطاعات معينة في الاقتصاد. لقد افترضنا أن الشروط من (11) إلى (14) تكون محققة من جميع قطاعات الاقتصاد وغير التي تحت الاعتبار. وكنتيجة لذلك فإن ذلك القطاع سوف ينظر إليه عما إذا حقق هذه الشروط أم لم يحققها. فحسب طريقة الأسواق المتعددة أو التوازن العام، فإن الشروط الأمثلية لباريتو قد اشتقت بدون الإشارة إلى أسعار السوق. أما هنا فإن الأسعار الخارجية قد نفترض أنها بالتوزيع بطريقة فعالة.

1- المنافسة غير الكاملة في الاستهلاك:

تكون هناك منافسة غير كاملة إذا لم يستطع واحدا من المستهلكين أو أكثر شراء سلعة ما أو بيع عامل ما بالقدر الذي يرغب في شرائه أو بيعه بدون أن يؤثر تأثيرا ملحوظا على أسعار السلع والعوامل.

مثال: نفترض أنه يوجد اثنين من المستهلكين وعامل واحد وسلعتين وأن دالتي المنفعة كما يلي:

$U_1 = U_1(q_{11}, q_{12}, x_1^0\text{-}x_1) \qquad U_2 = U_2(q_{21}, q_{22}, x_2^0\text{-}x_2)$

حيث أن: x_i^0 تمثل ما يمتلكه المستهلك i مبدئيا من العامل، وأن x_i تمثل كمية العامل الذي يعرضه المستهلك i وأن q_{ik} تمثل استهلاك السلعة Q_k دع سعر عرض Q_1 معتمدا على إجمالي الكمية المطلوبة $p_1=g(q_1)$ حيث أن: $q_1=q_{11}+q_{21}$ وأن: $g'(q_1)>0$ وأن شرطي ميزانية المستهلكين هما:

$rx_1\text{-}g(q_1)q_{11} - p_2q_{22} = 0$

$rx_2\text{-}g(q_1)q_{21} - p_2q_{22} = 0$

فكل واحد من المستهلكين يحاول أن يحصل على الحد الأعلى من منفعته تحت شرط ميزانية مكونا الدالتين:

$L_1 = U_1(q_{11}, q_{12}, x_1^0\text{-}x_1) + \lambda_1[rx_1\text{-}g(q_1)q_{11}\text{-}p_2q_{12}]$

$L_2 = U_2(q_{21}, q_{22}, x_2^0\text{-}x_2) + \lambda_2[rx_2\text{-}g(q_1)q_{21}\text{-}p_2q_{22}]$

ويوضع الاشتقاقات الجزئية مساوية لصفر:

$$\frac{\partial U_i}{\partial q_{i1}} \text{-}\lambda_1[p_1 + q_{i1}g'(q_1)] = 0$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial q_{i2}} \text{-}\lambda_i p_2 = 0 \qquad \text{-}\frac{\partial U_i}{\partial (x_i^0\text{-}x_i)} + \lambda_i r = 0 \qquad i = 1,2 \text{ ....(18)}$$

$Rx_i\text{-}g(q_1)q_{i1}\text{-}p_2q_{i2}=0$

وكذلك: $\frac{\partial U_i/\partial q_{i1}}{\partial U_i/\partial q_{i2}} = \frac{p_1 + q_{i1}g'(q_1)}{p_2} \qquad \frac{\partial U_i/\partial q_{i1}}{\partial U_i/\partial (x_i^0\text{-}x_i)} = \frac{p_1 + q_{i1}g'(q_1)}{r} \quad i = 1,2$

في هذه الحالة يتصرف المستهلكين الاثنين كمحتكري شراء ويعكس MRS التوازن الخاص بهما والمعطى بالمعادلة (18). التكلفتين الحديتين للحصول على كميات إضافية من Q_1 بدلا من p_1. فلو أن $q_{11} \neq q_{21}$، فإن التكاليف الحدية لـ Q_1 تختلف من مستهلك لآخر وكذلك MRS الخاص بهما، ولا يكون توزيع Q_1, Q_2 بين المستهلكين بأمثلية باريتو. ولكن إذا كانت $q_{11}=q_{21}$ ، فإن

MRS لهما سوف يكونا متساويين، ولكنهما سوف يختلفا عن RPT وعن MP للمنتجين اللذين عادلوهم بنسب الأسعار.

2- المنافسة غير الكاملة في أسواق البيع:

من أجل تبسيط المسألة، نفرض أنه توجد سلعة واحدة فقط Q بسعر P ويوجد أيضا عاملا واحدا فقط X بسعرr، فشروط أمثلية باريتو (10) سوف تتحقق إذا ساوى المنتجين بين MP الخاص بهم مع المستهلكين MRS الخاص بهم بنسب سعر السلعة للعامل:

$$MP = \frac{r}{p} = RCS \quad ....(19)$$

فلو أننا افترضنا أن المستهلكين سوف يحققوا (19)، فإن أمثلية باريتو سوف تتحقق لو أن المنتجين ساووا السعر بالتكلفة الحدية MC:

$$P = \frac{r}{MP} = MC \quad ....(20)$$

فلو أن واحدا أو أكثر من المنتجين فشل في تحقيق (20)، فإن التوزيع الناتج سوف لا يكون بأمثلية باريتو. فمساواة السعر بالتكلفة الحدية يمثل حدثا عاديا في حالة المنافسة الكاملة ولكنه حدثا غير عادي في حالة المنافسة غير الكاملة.

في حالة المحتكر البسيط يكون الإيراد الحدي MR وهو أقل من السعر، مساويا للتكلفة الحدية MC وبهذا يخلق توزيعا لا يمثل أمثلية باريتو. أما المحتكر المميز بين زبائنه من حيث وضع سعرا معينا لكل مجموعة من زبائنه، فإنه شاذ عن القاعدة التي تنص على أن المنافسة غير الكاملة لا تكون أمثلية باريتو. فهو سوف يساوي السعر الحدي بالتكلفة الحدية MC وسوف يتحقق شرط (19) و(20) إذا فسرنا p على أنها تمثل التكلفة الحدية MC لكل من المنتجين والمستهلكين. ففي المنافسة الكاملة يستفيد كلا من المشتري والبائع من عملية المبادلة، أما في حالة الاحتكار التمييزي التام فإن الفائدة كلها سوف يمتصها البائع وسوف تكون توزيعات الدخل الناتجة من هذين النمطين لتنظيم السوق مختلفة تماما ولكن كلاهما يمثل أمثلية باريتو، فالمحتكر

الذي يحصل على الحد الأعلى من إيراداته، سوف يحاول أن يحصل على الحد الأعلى من إيرادات مبيعاته تحت الشرط الذي ينص على أن ربحه يساوي أو يفوق مستوى أدنى مقبول. فالربح الأدنى المقبول يكون عامة أقل من ربحه الأمثل الاحتكاري، وأن مستوى الخارج يكون عادة أعلى من المستوى الذي قد يتحقق في حالة الاحتكار البسيط وسوف يحقق المحتكر الحاصل على الحد الأعلى من الإيرادات. فالشرط (20) إذا كان ربحه الأدنى المقبول مساويا للربح الذي اكتسبه من الخارج الذي يتساوى عنده السعر مع MC ويكون MC في ازدياد، وأن MR يكون غير سالبا عند هذه النقطة وحيث أن ليس لديه الحافز لاختيار مثل هذه النقطة، فإن حدوث كلا الحدثين سوف يكون بمحض الصدفة. فعموما، لا أحد يتوقع أن يحقق المحتكر الذي يحصل على الحد الأعلى من إيراداته الشروط الضرورية للحصول على أمثلية باريتو.

إذا كان احتكار القلة والاحتكار الثنائي لا ينتج عنهما أمثلية باريتو، فشرط (20) لا يتحقق في جميع الحالات المذكورة، ففي كل حالة يساوي واحدا أو أكثر من المستهلكين بين بعض أنماط MR وبين MC وتنطبق نفس التحاليل على حالة المنافسة الاحتكارية.

3- المنافسة غير الكاملة في أسواق العوامل:

لنعتبر وجود سوقا للعوامل حيث يتصرف فيه البائعون كمتنافسين كاملين وسوف تتحقق شروط (10) لأمثلية باريتو إذا ساوى كل مشتري للداخل قيمة MP الخاص به إلى سعر العامل:

$$pMP = r \quad ....(21)$$

فلو فشل واحد أو أكثر من المشترين في تحقيق (21)، فإن التوزيع الناتج سوف لا يمثل أمثلية باريتو. فالشرط (21) يتحقق عادة في حالة المنافسة الكاملة ولا يتحقق في حالة المنافسة غير الكاملة بين المشترين.

فمحتكر الشراء يساوي بين قيمة MP بين MC للعامل الذي يكون أكبر من سعره، وبهذا يخلق توزيعا لا يحقق أمثلية باريتو، وقد يكون هناك

تحليلا لمحتكر الشراء المميز تماما موازيا للتحاليل التي قدمناها. وأن يثبت أن التوزيع الناتج هو أمثلية باريتو فجميع النظريات تقريبا لاحتكار الشراء واحتكار القلة يدخل فيها مساواة قيمة MP لبعض أشكال MC للداخل وبهذا لا يتحقق شرط (21).

4- فعالية (كفاءة) الاحتكار الثنائي:

إن الأسواق التي ناقشناها حتى الآن تحتوي على منافسة غير كاملة من جانب البائع ومنافسة كاملة من جانب المشتري أو منافسة كاملة من جانب البائعين ومنافسة غير كاملة من جانب المشترين فالاحتكار الثنائي يغطي بالمعنى الواسع الأسواق التي تكون المنافسة غير كاملة من كل الجانبين، من جانب البائعين والمشترين.

لقد تم معالجة حالة المشتري المحتكر وحالة البائع المحتكر سابقا، فحصيلة مثل هذه الأسواق تعتمد على قوة المساومة النسبية للمشتركين. وقد تم اثبات أن مستويات المدخلات والنواتج سوف تكون متطابقة بتلك التي قد يتحصل عليها في حالة المنافسة الكاملة. إذا حاول المحتكر والمحتكر المشتري الحصول على الحد الأعلى من ربحهما المشترك فتكون نتيجة ذلك توزيعا محققا أمثلية باريتو، أما طريقة توزيع ربحهم المشترك فإنه غير مهم من وجهة نظر أمثلية باريتو، وبالرغم من أنهما قد تكون مهمة بالنسبة لهما. ومن السهولة تعميم هذه النتيجة لتغطي الأسواق التي يكون فيها العدد الإجمالي للبائعين والمشترين أكبر من اثنين على شرط أنهما يحصلا على الحد الأعلى من ربحهما المشترك.

رابعا: التأثيرات الخارجية في الاستهلاك والإنتاج

إن النتيجة التي تنص على أن المنافسة الكاملة تؤدي إلى توزيعات أمثلية باريتو تكون متوقعة على الافتراض بعدم وجود تأثيرات خارجية في الإنتاج والاستهلاك، أي أن مستوى المنفعة لأي مستهلك سوف لا يعتمد

على مستويات استهلاك الآخرين وأن إجمالي التكلفة لكل مالك لا تعتمد على مستويات الناتج للآخرين فقد لا تتحقق أمثلية باريتو تحت شروط المنافسة الكاملة وذلك إذا وجدت تأثيرات خارجية في الاستهلاك والإنتاج.

1- دوال المنفعة المعتمدة على بعضها البعض:

لنفترض أن مستوى منفعة أحد المستهلكين يعتمد على استهلاك الآخر. فقد يزيد الإيثار من متعة ورضاء وقبول المستهلك i إذا ارتفع مستوى استهلاك المستهلك j وقد يكون لعامل «مجاراة الغير» تأثيرا مغايرا للإيثار.

مثال: نفترض أنه يوجد اثنين من المستهلكين بحيث أن دالتي منفعتها:

$$U_1 = U_1(q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22})$$
$$U_2 = U_2(q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22})$$

حيث أن: $q_{11} + q_{21} = q_1^0$ و$q_{12} + q_{22} = q_2^0$. فمن أجل الحصول على الحد الأعلى من منفعة المستهلك I تحت شرط أن منفعة المستهلك II تكون عند مستوى معين مسبقا، ثابتا=U_2^0 تكون الدالة التالية:

$$U_i^* = U_1(q_{11}, q_{12}, q_1^0\text{-}q_{11}, q_2^0\text{-}q_{12}) + \lambda[U_2(q_{11}, q_{12}, q_1^0\text{-}q_{11}, q_2^0\text{-}q_{12})\text{-}U_2^0]$$

وبوضع الاشتقاقات الجزئية مساوية لصفر، نحصل على:

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial q_{11}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} - \frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} + \lambda\left[\frac{\partial U_2}{\partial q_{11}} - \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}}\right] = 0$$

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial q_{12}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{12}} - \frac{\partial U_1}{\partial q_{21}} + \lambda\left[\frac{\partial U_2}{\partial q_{12}} - \frac{\partial U_2}{\partial q_{22}}\right] = 0$$

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial \lambda} = U_2(q_{11}, q_{12}, q_1^0\text{-}q_{11}, q_2^0\text{-}q_{12})\text{-}U_2^0 = 0$$

وكذلك نحصل على:

$$\frac{\partial U_1/\partial q_{11}\text{-}\partial U_1/\partial q_{21}}{\partial U_1/\partial q_{12}\text{-}\partial U_1/\partial q_{22}} = \frac{\partial U_2/\partial q_{11}\text{-}\partial U_2/\partial q_{21}}{\partial U_2/\partial q_{12}\text{-}\partial U_2/\partial q_{22}} \quad ......(22)$$

وهذه المعادلة هي شرط أمثلية باريتو والتي تختلف عن (08) التي تنص على أن يتساوي MRS للمستهلك II، فالمنافسة الكاملة ينتج عنها (08)

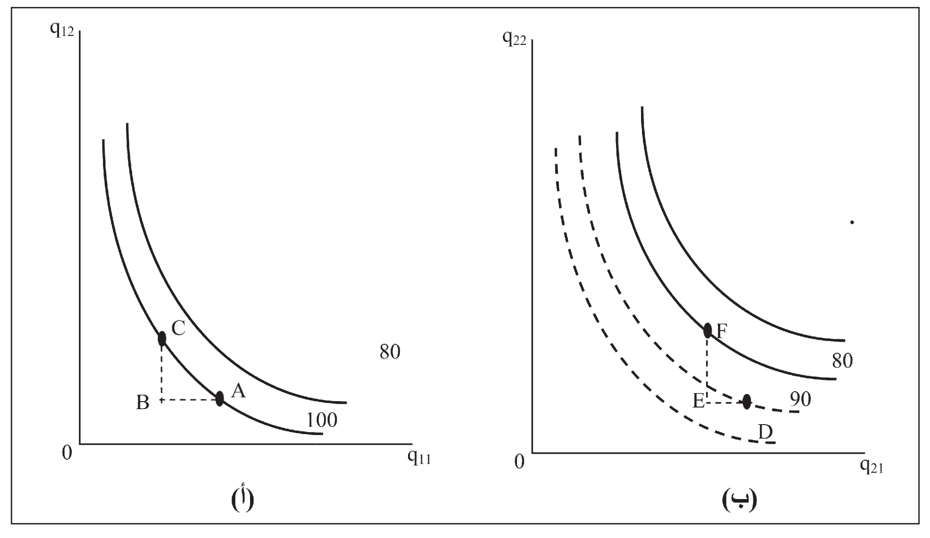
وليس (22)، وبما أن الاشتقاقات الجزئية لدالتي المنفعة تكون بدلالة جميع المتغيرات فإن الوضع الأمثل لكل مستهلك يعتمد على مستوى استهلاك الآخر. فعلى سبيل المثال، نفترض أن التأثير الخارجي في حالة المستهلكين الاثنين هو: $\partial U_2/\partial q_{11} < 0$

فتصبح معادلة (22) كالتالي:

$$\frac{\partial U_1/\partial q_{11}}{\partial U_1/\partial q_{12}} = \frac{\partial U_2/\partial q_{11}\text{-}\partial U_2/\partial q_{21}}{\partial U_2/\partial q_{22}}$$

فيجب أن يكون MRS للمستهلك *II* (أكبر للتوزيع الأمثل مما يكون عليه في غياب التأثيرات الخارجية).

الشكل رقم (02): دوال المنفعة المعتمدة على بعضها



إنه من الممكن إثبات أن الشرط (08) لا يتطلب بالضرورة أمثلية باريتو وذلك في حالة وجود تأثيرات خارجية وسوف نثبت هذا عن طريق الرسم البياني، فالشكل (02) يعطي منحنيات السواء للمستهلك I والمستهلك II على التوالي، نفترض أن الوضع المبدئي للمستهلك I يكون ممثلا بنقطة A حيث أنه يستهلك مجموعة السلع الممثلة بها هذه النقطة وأن استهلاك II سوف يكون ممثلا بالنقطة F. فهاتين النقطتين والتي يتساوى عندهما MRS قد

توصلنا إليهما بعملية الحصول على الحد الأعلى من المنفعة المنفردة بغض النظر عن التأثيرات الخارجية المحتملة. لنفترض أن I غير متأثرا باستهلاك II وأن مستوى منفعة II قد انخفض نتيجة لاستهلاك I كمية من Q_1 (وليس من Q_2). ولقد رسمت منحنيات سواء II (المنحنيات غير المتقطعة) على افتراض أن استهلاك I يكون معطى بالنقطة A. ففي موضعي التوازن المنفرد لكل واحد منهما فإن مؤشر المنفعة للمستهلك I يكون 100 وللمستهلك II يكون 80. والآن لنفترض أن توزيع السلع قد تغير بحيث أن إجمالي الكميات المستهلكة لم يتغير وأن I تحرك إلى C وأن II تحرك إلى D فنجد أن مستوى المنفعة للمستهلك I لم يتغير بهذا التوزيع ولكن انخفاض استهلاكه من السلعة Q_1 غير مستوى منفعة II لكل مجموعة سلع استهلكت من قبل الأخير: فتكون منحنيات سواء II بعد التغيير في استهلاك I معطاة بالمنحنيات المتقطعة في الشكل (2ب).

لقد ازداد مستوى منفعة II إلى 90 لأن موضعه الجديد هو عند نقطة D فقد نستنتج أن مستوى منفعة II قد يزداد بدون تخفيض لمستوى منفعة I ولذا فإن مساواة MRS لا تضمن أمثلية باريتو.

2 - السلع العامة:

يحدث نوعا مختلفا من التأثيرات الخارجية عندما تستهلك السلع جماعيا فكل فرد من أفراد المجتمع سوف يكتسب قناعة ورضا من الناتج الإجمالي للسلعة العامة ولا يحدث انخفاض في قناعة ورضا أي فرد بما يكتسبه الآخر من القناعة والرضا والاستمتاع بهذه السلعة العامة، ولا يمكن لشخص واحد أن يحتكر الاستمتاع بهذه السلعة له شخصيا كما هو الحال في حالة السلع العادية. فشروط أمثلية باريتو المعطاة بالمعادلات في (08) و(10) لا تتحقق بالسلع العامة، لذا فإنه من الضروري إحداث شروط جديدة فلا تفقد شيئا هاما إذا افترضنا أنه يوجد اثنين من المستهلكين ومنتج واحد، وسلعة عادية واحدة وسلعة عامة واحدة، وعامل أولي واحد، فتكون دالتي المستهلكين كالتالي:

$U_i = U_i(q_{i1}, q_2, x_i^0 \text{-} x_i) \qquad i = 1{,}2$

حيث أن q_{i1} هي استهلاك السلعة العادية Q_1 من قبل المستهلك i وq_2 هي مجموع الناتج للسلعة العامة Q_2 وأن x_i^0 هي ما يمتلكه المستهلك i من العامل x وأن xi هي كمية العامل الأولي الذي تكون دالة الإنتاج الضمنية هي:

F(q1, q2,x)=0

حيث أن $q_1=q_{11}+q_{21}$ تمثل خارج Q_1 وأن $x=x_1+x_2$ تمثل كمية X التي استخدمت في الإنتاج. ونحصل على شروط أمثلية باريتو بالحصول على الحد الأعلى من المنفعة. فافتراض أن المنفعة في مستوى مقررا سابقا وأن دالة الإنتاج قد تحققت وبتكوين دالة لاغرانج:

$$Z = U_1(q_{11}, q_2, x_1^0 \text{-} x_1) + \lambda[U_2(q_{21}, q_2, x_2^0 \text{-} x_2) r x_2 \text{-} U_2^0] + \theta F(q_1, q_2, x)$$
$$+ \sigma(q_1 \text{-} q_{11} \text{-} q_{21}) + \sigma(q_1 \text{-} q_{11} \text{-} q_{21})$$

حيث أن σ δ, θ, λ, يمثلون مضاعفات لاغرانج التي لم تحدد بعد وبوضع الاشتقاقات الجزئية للدالة Z مساوية لصفر:

$$\frac{\partial Z}{\partial q_{11}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} \text{-} \sigma = 0 \qquad \frac{\partial Z}{\partial x_1} = \frac{\partial U_1}{\partial (x_2^0 \text{-} x_1)} + \delta = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial q_{21}} = \lambda \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}} \text{-} \sigma = 0 \qquad \frac{\partial Z}{\partial x_2} = \text{-}\lambda \frac{\partial U_2}{\partial (x_2^0 \text{-} x_2)} + \delta = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial q_2} = \frac{\partial U_1}{\partial q_2} + \lambda \frac{\partial U_2}{\partial q_2} + \theta \frac{\partial F}{\partial q_2} = 0 \text{ ....}(23)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial q_1} = \theta \frac{\partial F}{\partial q_1} + \sigma = 0 \qquad \frac{\partial Z}{\partial x} = \theta \frac{\partial F}{\partial x} \text{-} \delta = 0$$

ونفترض أن الاشتقاقات الجزئية بالنسبة لمضاعفات لاغرانج سوف تكون مساوية لصفر أيضا. فالمعادلة (08) بالنسبة للسلع العادية تنص على أنه يجب مساواة MRS لكل مستهلك بـ RPT المقابلة لكل منتج وتتطلب (23) أن:

$$\frac{\partial U_1/\partial q_2}{\partial U_1/\partial q_{11}} + \frac{\partial U_2/\partial q_2}{\partial U_2/\partial q_{21}} = \frac{\partial F/\partial q_2}{\partial F/\partial q_1} \text{ ....}(24)$$

وذلك بالتعويض بـ $\lambda=\sigma/(\partial U_2/\partial q_{21})$ وبـ $\theta=-\sigma(\partial F/\partial q_1)$ في معادلة $\partial z/\partial q_2$ وبالقسمة بـ $\sigma=/\partial U_1/\partial q_{11}$ ثم بإعادة تنظيم الحدود .

إن مجموع MRS للسلعة Q_1 من أجل Q_2 للمستهلكين يجب أن تساوي MRS للسلعة Q_1 من أجل Q_2 في الإنتاج ولا تحتاج لمساواة MRS لكل مستهلك. تخيل أن للمستهلك I والمستهلك II القيم التالية لـ MRS ثلاثة واثنين للسلعة Q_1 لكل وحدة من Q_2 ولكن RPT للمنتج تكون أربعة وحدات من Q_1 لكل وحدة من Q_2 فنجد أن الشرط (24) لم يتحقق وأن توزيع Q_1 وQ_2 لا يمثل أمثلية باريتو، فلو أن I وII تخلصا من ثلاثة وحدات ووحدتين من Q_1 على التوالي، فإن المنتج يستطيع زيادة خارج Q_2 بأكثر من وحدة واحدة وبذلك تزداد مستويات المنفعة لكلا المستهلكين. وتتطلب معادلات (23) أيضا أن:

$$\frac{\partial U_1/\partial q_2}{\partial U_1/(x_1^0-x_1)}+\frac{\partial U_2/\partial q_2}{\partial U_2/(x_2^0-x_2)}=\frac{\partial F/\partial q_2}{\partial F/\partial x} \quad ....(25)$$

فمجموع الـ MRS للعامل X من أجل Q_2 يجب أن يساوي مقلوب الـ MP للعامل X في إنتاج Q_2 وأخيرا بحل (23) من أجل:

$$\frac{\delta}{\sigma}=\frac{\partial U_1/\partial(x_1^0-x_1)}{\partial U_1/\partial q_{11}}=\frac{\partial U_2/\partial(x_2^0-x_2)}{\partial U_2/\partial q_{21}}=\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial q_1} \quad ....(26)$$

فال MRS للعامل X من أجل Q_1 لكل مستهلك يجب أن تساوي الـ MP للعامل X في إنتاج Q_1 فالشرط (26) هو نفس الشرط (10). فمن السهل تعميم تحاليل السلع العامة. فلو كان هناك أكثر من عامل أولي واحد فإن (09) سوف تكون سارية المفعول: إن الـ MRS لجميع المستهلكين يجب أن تساوي الـ MRS لجميع المنتجين لكل زوج من العوامل الأولية فلو وجد أكثر من سلعة عامة واحدة فإن (08) سوف تكون سارية المفعول: إن الـ MRS للمستهلكين يجب أن تساوي الـ RTP للمنتجين فلو كان هناك سلعتين عامتين فإن إجمالي الـ MRS الخاص بهما، والذي يمكن صياغته كنسبة إجمالي MRS لسلعة عامة اختيرت عشوائيا يجب أن يساوي الـ RTP الخاص بها.

3- توازن Lindahl:

إن السلع العامة لا تباع ولا تشترى في السوق مثل السلع الأخرى العادية ولا يستطيع مستهلك أن يتحصل على كمية من السلعة العامة خاصة به وحده دون غيره ولكن يمكن تصميم خطة ينتج عنها توازن فيما يشبه السوق للسلعة العامة. ولنعتبر اقتصادا مكونا من اثنين من المستهلكين ومنتج واحد، وسلعة عادية واحدة وسلعة عامة واحدة، وعامل أولي واحد متوفرا بكمية ثابتة ولا ينتج عنه أي متعة للمستهلكين. فتكون دالتي المنفعة كالتالي:

$U_1 = U_1(q_{11}, q_2) \quad U_2 = U_2(q_{21}, q_2)$........(27)

حيث أن Q_1 هي السلعة العادية وأن Q_2 هي السلعة العامة فتكون دالة الإنتاج:

$F(q_1, q_2) - x^0 = 0$..........(28)

$Q_1 = q_{11} + q_{21}$ ....(29)

حيث أن $x^0 = x_1^0 + x_2^0$ هي كمية العامل الأولي الثابتة وأن x_2^0, x_1^0 هما الكميتان المحتفظ بهما المستهلكين. لتكن p_1 سعر السوق للسلعة Q_1 وأن p_2 السعر الذي يقبله المنتج لكل وحدة من وحدات السلعة العامة نفترض أن II, I قد احتسب على أساس أن αp_2 و$(1-\alpha)p_2$ على التوالي لكل وحدة من وحدات السلعة العامة المنتجة حيث أن $0<\alpha<1$، وليكن سعر العامل الأولي يساوي الوحدة للمستهلكين سوف يحصلا على الحد الأعلى من منفعتهما (27) تحت شرطي ميزانيتهما:

$p_1 q_{11} + \alpha p_2 q_2 = x_1^0 \quad p_1 q_{21} + (1-\alpha) p_2 q_2 = x_2^0$.........(30)

وسوف يساوي نسبة السعر المدرك إلى الـ MRS الخاص بهما:

$$\frac{\alpha p_2}{p_1} = \frac{\partial U_1/\partial q_2}{\partial U_1/\partial q_{11}} \qquad \frac{(1-\alpha)p_2}{p_1} = \frac{\partial U_2/\partial q_2}{\partial U_2/\partial q_{21}} \qquad ....(31)$$

وبإضافة هاتين المعادلتين فإن:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\partial U_1/\partial q_2}{\partial U_1/\partial q_{11}} + \frac{\partial U_2/\partial q_2}{\partial U_2/\partial q_{21}} \qquad ....(32)$$

فالمنتج يحاول الحصول على الحد الأقصى من ربحه بحيث أن x^0 معتبرة ثابتة تحت الشرط المعطى بالمعادلة (28) وبهذا فإنه سوف يساوي نسبة السعر بـ RPT الخاص به:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\partial F/\partial q_2}{\partial F/\partial q_1} \quad ....(33)$$

وينتج من (32) و(33) أن (08) قد تحققت وأن أمثلية باريتو للتوزيع قد تحققت. فالنظام المكون من المعادلات من (28) إلى (33) يحتوي على سبع معادلات مستقلة بها سبعة متغيرات:

$.\alpha, q_1, q_2, q_{11}, q_{21}, p_1, p_2$

حيث إن المعادلة (32) والتي هي مجموع اثنين من المعادلات الأخرى ليست مستقلة. وتمثل قيم الحل توازن Lindahl. ويمكن النظر في العملية السابقة بطريقة بديلة كالتالي. نستخدم الحصول على الحد الأعلى من المنفعة لاشتقاق دوال الطلب للسلع:

$f_{21}[p_1,(1-\alpha)p_2], f_{12}[p_1,\alpha p_2], f_{11}[p_1,\alpha p_2], f_{22}[p_1,(1-\alpha)p_2]$

حيث أن f_{ij} هي طلب المستهلك i من السلعة j ونشتق دوال عرض المنتج من الحصول على الحد الأعلى من الربح وهما:

$g_1(p_1,p_2), g_2(p_1,p_2)$

ويتطلب التوازن في السوق للسلعة العادية أن:

$$f_{11}(p_1,\alpha p_2)+f_{21}[p_1,(1-\alpha)p_2]=g_1(p_1,p_2) \quad ....(34)$$

والتوازن فيما يشبه السوق للسلعة العامة يتطلب أن:

$$f_{12}(p_1,\alpha p_2)=f_{22}[p_1,(1-\alpha)p_2]=g_2(p_1,p_2) \quad ....(35)$$

حيث أن الطرف الاول من المعادلة يعبر عن الهدف بأن كل مستهلك سوف يستهلك نفس الكمية من السلعة العامة وأن الطرف الثاني الثاني يعبر عن المتطلب بأن الكمية المطلوبة تساوي الكمية المعروضة. وتحدد المعادلات الثلاثة في (34) وفي المعادلة (35) المتغيرات α, p_2, p_1 ومن ثم تحدد الكميات من الـ f_{ij}.

مثال: نفترض أن دوال المنفعة والإنتاج هم:

$U_1 = q_{11}^{0.5} q_2 \quad U_2 = q_{12}^{2} q_2 \quad q_1^2 + q_2^2 - x^0 = 0$

ونفترض أيضا أن $x^0=1600$ مع $x_1^0= 128$ و$x_2^0= 1472$ فتكون معادلات (11-28) إلى (11-33) المستقلة:

$q_{12}+q_{22}= 1600 \quad q_1=q_{11}+q_{21}$

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{q_2}{q_1} \qquad \frac{\alpha p_2}{p_1}=\frac{2q_{11}}{q_2} \qquad \frac{(1-\alpha)p_2}{p_1}=\frac{q_{21}}{2q_2}$$

$P_1q_{11}+\alpha p_2q_2=128 \qquad p_1q_{21}+(1-\alpha)\, p_2q_2= 1472$

وبالتالي يتم إثبات أن هذا النظام يمتلك الحل التالي:

$$q_1 = 32 \quad q_{11} = 1\tfrac{1}{3} \quad q_{21} = 30\tfrac{2}{3}$$

$$q_2 = 24 \quad p_1 = 32 \quad p_2 = 24 \quad \alpha = \frac{4}{27}$$

4- وفورات خارجية وزيادات في نفقات الإنتاج:

لقد أثبتنا أن $p= MC$ شرطا ضروريا لأمثلية باريتو في قطاع الإنتاج. فمساواة السعر بالتكلفة الحدية لجميع السلع والوحدات الإنتاجية يتطلب أن الـ RPT المقابلة للوحدات المختلفة لابد وأن تكون نفس الشيء ويقيس الـ RPT (وهو عبارة عن ميل منحنى التحويل) تكلفة الفرصة البديلة أو التضحية الحقيقية بالنسبة للفرص الضائعة لإنتاج وحدة إضافية من السلع فحتى الآن تعتبر تكلفة الفرصة البديلة هذه حاجة داخلية للوحدة الإنتاجية فمن أجل إنتاج وحدة إضافية من السلعة Q_j فإن الوحدة لابد وأن تضحي بإنتاج عدد معين من الوحدات Q_k فالمقياس النسبي للتضحية من وجهة نظر المجتمع يكون في عدد وحدات Q_k التي يتخلى عنها المجتمع من أجل إنتاج وحدة إضافية من Q_j . فتكلفة الفرصة البديلة هي نفسها من وجهة النظر الخاصة والعامة وذلك في غياب الوفورات الخارجية والزيادات في نفقات الإنتاج فلو أن مثل هذه التأثيرات الخارجية موجودة في فلق الإنتاج فإنه يجب أن نأخذ بالحسبان الاعتماد المتداخل بين تكلفات الوحدة i وخارج الوحدة h.

مثال: نفترض على سبيل التبسيط أنه يوجد وحدتين للإنتاج فقط وأن دالتي الإنتاج لهما:

$C_1 = C_1(q_1, q_2) \quad C_2 = C_2(q_1, q_2)$.........(36)

حيث أن q_1 وq_2 يمثلان مستوى الخارجين. وتعبر دالتي الإنتاج (36) عن وجود تأثيرات خارجية فإذا قامت كل وحدة بمحاولة الحصول على الحد الأعلى من ربحهما بطريقة انفرادية فإن السعر سوف يساوي MC أو:

$$p = \frac{\partial C_1}{\partial q_1} \quad p = \frac{\partial C_2}{\partial q_2}$$

فربح كل وحدة من الوحدات يعتمد على مستوى الناتج للوحدة الأخرى، ولكن لا يستطيع أي منهما أن يؤثر على ناتج الآخر، ولهذا فإن كلا منهما يحاول الحصول على الحد الأعلى من ربحه هو بالنسبة للمتغير تحت سيطرته وتحكمه.

يمكن قياس الرفاهية المرتبطة بالإنتاج بالفرق بين الفائدة الاجتماعية التي أنشأت والتكلفة الاجتماعية التي تحملها المجتمع. فيمكن قياس الفائدة الاجتماعية الناتجة من q_1+q_2 وحدة من السلع بإجمالي الإيرادات $p(q_1+q_2)$ وهذا يعني من الكمية التي يرغب المستهلكون في دفعها للحصول على الناتج وتقاس التكاليف الاجتماعية بمجموع التكاليف التي تحملها كلا من المالكين المنتجين للسلعة.

$C_1(q_1, q_2) + C_2(q_1, q_2)$

فمن أجل الحصول على أمثلية باريتو فإنه يجب الحصول على الحد الأعلى من الأرباح المشتركة للمالكين بافتراض أنه ليس لأي منهما القدرة على التأثير على الأسعار.

$\pi = \pi_1 + \pi_2 = p(q_1+q_2) - C_1(q_1, q_2) - C_2(q_1, q_2)$

وبوضع الاشتقاقات الجزئية المساوية لصفر:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = p - \frac{\partial C_1}{\partial q_1} - \frac{\partial C_2}{\partial q_1} = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = p - \frac{\partial C_1}{\partial q_2} - \frac{\partial C_2}{\partial q_2} = 0 \quad ....(37)$$

وتتطلب شروط الدرجة الثانية بأن تكون العوامل الرئيسية الصغيرة لمصفوفة هيسيان متبادلة في الإشارة (أي + و- أو و+).

$$\begin{vmatrix} -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1^2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1^2} & -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1 \partial q_2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1 \partial q_2} \\ -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1 \partial q_2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1 \partial q_2} & -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_2^2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_2^2} \end{vmatrix}$$

وهذه الشروط تتطلب بأن يكون:

$$\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1^2} > 0 \qquad \frac{\partial^2 C_1}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_2^2} > 0$$

فالاشتقاقين الجزئيين: $\partial C_1 / \partial q_1$ و$\partial C_2 / \partial q_2$، يمثلان التكاليف الحدية الخاصة لأنها تقيس معدل زيادة إجمالي تكلفة المالك المنفرد وذلك كلما زاد مستوى الخارج الخاص به. فمحاولة الحصول على الحد الأعلى لكل مالك على انفراد تتطلب مساواة السعر بالتكلفة الحدية الخاصة وأنها في ازدياد. وتمثل المجموعتان:

$$\partial C_1 / \partial q_2 + \partial C_2 / \partial q_2 \ , \quad \partial C_1 / \partial q_1 + \partial C_2 / \partial q_1$$

التكاليف الحدية الاجتماعية لأنها تقيس معدل زيادة تكلفة الصناعة كلما ازداد مستوى ناتج وحدة الوحدات المكونة لهذه الصناعة. وتتطلب أمثلية باريتو بأن يساوي السعر للتكلفة الحدية الاجتماعية لكل مالك وأن هذه التكلفة الحدية الاجتماعية في تزايد ويضمن مساواة التكلفة الحدية الاجتماعية بالسعر بأن MRS للمستهلك سوف لا يساوي RPT لكل وحدة منفردة ولكن يساوي RPT للمجتمع لأن نسبة التكاليف الحدية الاجتماعية تعمل على قياس البدائل الضائعة بسبب إنتاج وحدة إضافية من السلعة وذلك من وجهة نظر المجتمع.

نفترض الآن أن الوحدة I تمارس وفورات خارجية وأن الوحدة II تمارس زيادة في نفقات الإنتاج فيترتب على أن: $\partial C_1 / \partial q_1 < 0$ وأن $\partial C_2 / \partial q_1 > 0$ ونتيجة لذلك فإن $\partial C_2 / \partial q_2 + \partial C_1 / \partial q_1$ في (37) يمكن عملها لتساوي السعر فقط إذا كان $\partial C_1 / \partial q_1$ أصغر من لو أنها كانت تحت حالة الحد الأقصى من الربح المنفردة. وبزيادة MC نعني أن الوحدة الإنتاجية المتسببة في وجود زيادة النفقات للإنتاج يجب أن تنتج مستوى من االناتج أقل للحصول على الحد الأعلى من الرفاهية عنه في حالة الحد الأقصى المفردة وبتعليل مشابه فإن على الوحدة المسببة للوفورات الخارجية يجب أن تزيد من خارجها ويمكن تحقيق هذه التغيرات في الناتج وذلك بفرض الضرائب المناسبة والتعويضات لمستويات ناتج للوحدة تحت البحث.

مثال: نفترض أن دالتي التكلفة للوحدتين هما:

$C_1 = 0.1q_1^2 + 5q_1\text{-}0.1q_1^2 \qquad C_2 = 0.2q_2^2 + 7q_2 + 0.025q_1^2$

فالوحدة I تمارس وفورات خارجية وأنها السبب في زيادة نفقات الإنتاج والعكس صحيح للوحدة II افترض أن السعر=15 و ن، وبوضعه مساويا لـ MC لكلا الوحدتين:

$0.2q_1+5 \qquad q_1=50 \qquad \pi_1= 290=15$

$0.4q_2+7 \qquad q_2=20 \qquad \pi_2= 17.5=15$

ومن أجل أمثلية باريتو تكون دالة الربح المشتركة:

$\pi = 15(q_1 + q_2)\text{-}0.125q_1^2\text{-}5q_1\text{-}0.1q_2^2\text{-}7q_2$

ثم نضع الاشتقاقات الجزئية مساوية لصفر:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 15 - 0.25q_1 - 5 = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 15 - 0.20q_2 - 7 = 0$$

ففي هذه الحالة تكون: $\pi=360 \quad q_2=40 \quad q_1=40$

وسيتم إثبات تحقق شروط الدرجة الثانية فمجموع الأرباح في هذه الحالة أكبر من حالة الحد الأقصى المنفردة. 290+17.5= 307.5<360

إن الحصول على الحد الأقصى في حالة الانفرادية لا يحقق أمثلية باريتو ولا يضمنها فأمثلية باريتو تتطلب أن الـ MRS يساوي المعدل الذي يستطيع عنده المجتمع من تحويل سلعة إلى سلعة أخرى. ففي غياب التأثيرات الخارجية الوفورات والزيادات فإن معدلات تحويل الإنتاج الخاصة والاجتماعية تكون متطابقة، أما في حالة وجود هذه التأثيرات الخارجية (الوفورات وزيادة النفقات) فإن الحصول على الحد الأعلى في الحالات الانفرادية سوف ينتج عنه تحقيق الشروط الحدية الخاطئة للمجتمع وغير المناسبة. وبالطبع فإنه يجب إعادة توزيع إجمالي الأرباح بين الوحدات منفردة وبدون إعادة التوزيع هذه، فإن بعض الوحدات سوف تمر بظروف تخفض من أرباحه وتكون النتيجة غير مرضية اجتماعيا ففي المثال الحالي، تتحصل الوحدة I على 400 ون بينما تتحصل الوحدة II على 40 ون كنتيجة للحصول على الحد الأعلى المشترك فأية إعادة توزيع لأي مبلغ أكبر من 57.5 ون، ولكن أصغر من 110 من وحدة I إلى الوحدة II سوف يترك كل واحد منهما أحسن حالا من حالة الحصول على الربح منفردا.

خامسا: الضرائب والإعانات المالية

تم تقديم في العنصرين السابقين أمثلة توضح الحالات التي يكون فيها اقتصاديات السوق ناتج عن الشروط الحدية الضرورية لأمثلية باريتو، فمثل هذه الاقتصاديات يمكن أن تقود إلى أمثلية باريتو وذلك من خلال فرض الضرائب المناسبة والإعانات المالية فالضرائب على كل وحدة (أو الإعانات) سوف تخفض (أو تزيد) من مستويات النشاطات الاستهلاكية الإنتاجية وذلك بزيادة (أو بنقصان) تكاليفهم الحدية، هذا إذا كانت التكاليف الحدية في ازدياد فلو رافق هذا ضرائب المرة الواحدة والإعانات، والتي لا تؤثر على مستويات النشاطات فإنها قد نستخدم لتوزيع المكاسب من التحرك في اتجاه أمثلية باريتو للتوزيع.

إن تحقيق أمثلية باريتو من خلال فرض الضرائب تتمثل في حالتين معينتين هما: التأثيرات الخارجية في الإنتاج والاحتكار. ولقد صممت الضرائب على الوحدات والإعانات لتقود المشتركين في السوق لملاحظة الشروط الحدية المرغوبة، أما ضرائب الدفعة الواحدة والإعانات فقد صممت لكي تترك المستهلكين والمنتجين عند المنفعة الأولية ومستويات الربح ومن ثم أثبتنا أن صافي إيرادات الضرائب الموجبة تمدنا بالعوائد الاجتماعية التي يمكن استخدامها لزيادة المنفعة لفرد واحد أو أكثر من أفراد المجتمع.

1- التأثيرات الخارجية في الإنتاج:

إنه من الممكن تحقيق أمثلية باريتو في حالة وجود تأثيرات خارجية وكذلك بغرض إعانات مالية للوحدات لزيادة نواتج الوحدات الإنتاجية المولدة للوفورات الخارجية، وبفرض ضرائب لتخفيض الإنتاج للوحدات التي تولد زيادة في نفقات الإنتاج وبالعودة إلى مثال الوحدتين الإنتاجيتين المقدم سابقا، فأمثلية باريتو تتحدد بمساواة التكلفة الحدية الاجتماعية لكل وحدة بسعر التنافس.

$0.25q_1^*+5=15 \quad q_1^*=40 \quad \pi_1^*=400$

$0.20q_2^*+7=15 \quad q_2^*=40 \quad \pi_2^*=-40$

لنفرض أننا فرضنا ضريبة مقدارها t على كل وحدة من وحدات نواتج الوحدة الإنتاجية I وأننا فرضنا إعانة مالية قدرها s من الوحدات النقدية لكل وحدة من وحدات نواتج II. ونفرض كذلك أن كل وحدة من وحدات الإنتاج تستمر بمساواة تكلفتها الحدية الخاصة بسعر التنافس:

$0.2q_1+5+t=15 \quad 0.4q_2+7-s=15$ ....(38)

فالضرائب والإعانات قد صممت لتحقيق أمثلية باريتو بالنسبة للنواتج وبتعويض $q_1=40$ و$q_2=40$ في (38) نجد أن القيم المناسبة للضريبة والإعانة المالية هما: $T=2$ و$s=8$ وبفرض ضرائب الجملة L_1 وL_2 وكذلك لكي نترك أرباح الوحدات الإنتاجية عند مستوياتها الأولية:

$L_1= \pi_1^*-\pi_1^0-tq_1^*=30$

$L_2= \pi_2^*-\pi_2^0-sq_2^*=262.5$

وبما أن الأرباح ستظل بدون تغيير، فإن مستويات المنفعة لأولئك الذين تحصلوا على الأرباح سوف لا تتغير بهذا التحرك نحو أمثلية باريتو ونعرف العوائد (الأرباح) الاجتماعية بأنها عوائد الضريبة الصافي:

$$S= tq_1^*-sq_2^*-L_1+ L_2=52.5$$

فهذه العوائد الاجتماعية قد تستخدم لرفع مستويات المنفعة لعضو أو أكثر من أعضاء المجتمع.

2- الاحتكار:

لنعتبر وجود اقتصاد يحتوي على محتكر واحد يقوم بإنتاج السلعة المنتجة Q وأنه هو السبب الوحيد للانحراف من أمثلية باريتو فتكون دالتي الطلب والتكلفة لهذا المحتكر كالتالي: $p= f(q)$ $C=C(q)$

فيمكن تحديد سعره وناتجه الذي يحصل على الحد الأعلى من الربح وهما p^0, q^0 بمساواة MR لـ MC:

$$P^0+q+f'(q^0)= C''(q^0)..........(39)$$

فيكون توازنه كما تصوره النقطة E في الشكل (03) فنجد أن سعر المحتكر يكون عاليا جدا وأن الكمية التي ينتجها قليلة جدا لتحقيق أمثلية باريتو لأن سعر وكمية أمثلية باريتو p^*, q^* تتحددان بمساواة السعر وMC:

$$P^*= C''q^*) \qquad ....(40)$$

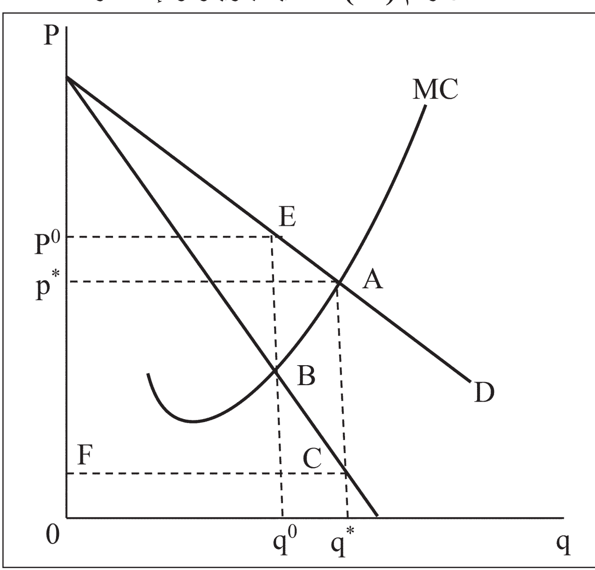
والتي تحدث عند نقطة A في الشكل (03) فأي إعانة مالية للمحتكر سوف ترفع من MR الخاص به وقد تستخدم لدفعة لتوسيع ناتجه إلى المستوى المطلوب من أمثلية باريتو. فيكون شرط التوازن الملائم:

$$P^*+q^*f'(q^*)+s=C''q^*).........(41)$$

وبالحل لقيمة s بالاستفادة من (40) وتعريف MR:

$$S=q^*f'(q^*)= p^*-MR^*$$

الشكل رقم (03): أمثلية باريتو والإحتكار



فالإعانات المالية المطلوبة تساوي الفرق بين السعر وMR وذلك عند ناتج أمثلية باريتو، وهي المسافة CA في الشكل، فمنحنى MR الفعال للمحتكر سوف يتزحزح إلى أعلى حتى يتقاطع مع منحنى الطلب الأصلي عند نقطة A.

إن مجموع الإعانة المالية تعطيه مساحة المستطيل $FCAp^*$ في الشكل (03) وتعطينا المساحة الواقعة تحت منحنى MC بين هذه النواتج للزيادة في تكلفة المحتكر للتحرك من q^* إلى q^0 أما الزيادة في إيراداته من المبيعات فإنه تعطيه المساحة المقابلة الواقعة تحت منحنى MR والانخفاض في ربحه يكون ممثلا بالمساحة CAB والتي تقع بين منحنى MC وMR وعلى وجه العموم فإن:

$$\pi^0\text{-}\pi^* = \int_{q^0}^{q^*} [\, f(q) + q\, f^{'}(q)\text{-}C''(q)]dq$$

وواضح من الشكل (03) أن الإعانة المالية تفوق الانخفاض في الربح ففرض ضريبة الجملة المساوي للمساحة $FCBAp^*$ سوف يترك ربح المحتكر عند مستواه المبدئي وعموما تكون ضريبة الجملة LM كالتالي:

$$L_M = \pi^*\text{-}\pi^0 + sq^*$$

كما تساوي التكلفة الصافية للتحرك في اتجاه ناتج أمثلية باريتو فوارق ربح المحتكر وسوق يظل العائد الاجتماعي مستمرا إذا واصلنا الحصول على الضرائب من المستهلكين بكميات أكبر بدون تخفيضات في المنفعة.

نفترض أن مرونة الدخل لطلب السلعة تحت الاعتبار تساوي صفرا لكل مستهلك ففي هذه الحالة سوف ينطبق منحنى الطلب العادي على منحنى الطلب التعويضي والذي يمر من خلال نقطة توازن المحتكر، وتعطي المساحة تحت منحنى الطلب منq^0 إلىq^* الكمية التي يستطيع المستهلك دفعها طالما يكون محافظا على مستويات المنفعة التي حققها تحت حالة الاحتكار، وتعطي المساحة المقابلة تحت منحنى MR الكمية الفعلية التي يدفعها للتحرك من q^0 إلى q^* فالمساحة الواقعة بين منحنى الطلب ومنحنى MR تكون هي مجموع ضرائب الجملة L_c التي يمكن تحصيلها من المستهلكين وكذلك بتركهم عند مستويات المنفعة المبدئية.

$$L_c = \int_{q^0}^{q^*} [-q\, f'(q)]\, dq$$

ويكون العائد الاجتماعي المقابل هو صافي الضريبة المتحصل عليها من المستهلكين والمنتج:

$$S = L_c + L_M - sq^*$$

لقد أثبت الشكل (03) أن العائد الاجتماعي يكون موجبا دائما في حالة الاحتكار. وتعطي المساحة BCAE ضرائب الجملة للمستهلكين وتعطي المساحة BCA صافي الدفع المدفوعة للمحتكر، وتعطي المساحة BAE العائد الاجتماعي والذي يسمى بعض الوقت «بخسارة الوزن الميت وذلك بسبب الاحتكار. فافترض مرونات دخل صفرية لا يكون ضروريا لتأمين عائد اجتماعي موجب. نفترض أن لكل مستهلك مرونة دخل موجبة فتخفيض سعر Q سوف يكون له تأثيرات إيجابية داخلية وأن المستهلكين سوف يدفعون ضرائب جملة تعطيها المساحة BCAE وأن العائد الاجتماعي BAE يمكن تحقيقه وأنه بالإضافة إلى ما سبق فإن كل مستهلك سوف يكون على مستوى من المنفعة أعلى من المستوى الذي بدأ به.

مثال: نفترض أن دالتي التكلفة والطلب للمحتكر هما كالتالي:

$P=240-8q \quad C=2q^2$

وبمساواة MR وMC:

$240-16q^0 \quad q^0=12 \quad p^0=144$

$MR^0= MC^0= 48 \quad \pi^0=1440$

ونحصل على سعر وكمية أمثلية باريتو بوضع السعر مساويا لـ MC:

$240-8q^*=4q^* \quad q^*=20 \quad p^*= MC=80$

$MR^*= -80 \quad \pi^*=800$

إنه من الممتع أن نلاحظ أن MR يكون سالبا لحل أمثلية باريتو في هذه الحالة وتكون وحدة الإعانة المالية القصوى وضريبة الجملة:

$S=p^*-MR^*=160 \quad L_M= \pi^*+sq^*=2560$

نفترض أن لجميع المستهلكين مرونات دخل صفرية بالنسبة للسلعة Q وتكون ضرائب الجملة والعائد الاجتماعي:

$$L_c = \int_{12}^{20} 8q\, dq = (4)(20)^2-(4)(12)^2 = 1024$$

$S= L_c+L_M-sq^*= 384$

سادسا: دوال الرفاهية الاجتماعية

في ظل عدم واقعية سيادة التنافس التام في الجانب الاستهلاكي السلعي وكذلك في الجانب الإنتاجي السلعي فلا بديل للتخطيط في أي مجتمع يستهدف تحقيق الرفاهية الاقتصادية والاجتماعية لجميع ساكنيه بشقيهم الإنتاجي والاستهلاكي السلعي.

إن تحديد التوزيعات القصوى اجتماعيا للموارد يتطلب مقارنات واضحة لمستويات المنفعة لأفراد المجتمع المختلفين. فمن الضروري أن تعرف عما إذا كان التغير الناتج من كسب بعض الأشخاص وخسارة البعض مطلوبا أم لا. ولا تكون أمثلية باريتو كافية لهذا الفرض ولكن مثل هذه القرارات يمكن اتخاذها وذلك بعد تقديم دالة الرفاهية الاجتماعية بوضوح وكخطوة معترف بها يمكن وضع الرفاهية الاجتماعية بدلالة مستويات المنفعة لجميع الأعضاء

فقد تكون الرفاهية الاجتماعية مؤشرا ترتيبيا ولكن المنافع الفردية يجب أن تكون قياسية ولو بالمعنى أنها فريدة ماعدا للأصل ومقياس الوحدات فنمط دالة الرفاهية الاجتماعية ليس فريدا ولكنها تعتمد على التحكمات التقييمية لمن كونها فيمكن اشتقاقها من الرأي العام أو يمكن فرضها بطريقة ديكتاتورية.

1- تحديد أمثلية الرفاهية:

نفترض أنه يوجد دالة رفاهية اجتماعية على النمط العام.

$W=W(U_1, U_2,\ldots,U_n)$ ....(42)

حيث أن U_i هي مؤشر مستوى المنفعة للمستهلك i ولنفترض أن المجتمع مكون من شخصين اثنين فقط ولهما دالتي المنفعة:

$U_1 = U_1(q_{11}, q_{12}, x_1^0\text{-}x_1) \qquad U_2 = U_2(q_{21}, q_{22}, x_2^0\text{-}x_2)$

حيث أن q_{ij} هي الكمية التي يستهلكها الفرد (i) من السلعة (j) وأن xi هي كمية العمل التي قام بها الفرد (i). افترض أن دالة إنتاج المجتمع هي:

$F(q_{11}+q_{21}, q_{12}+q_{22}, x_1+x_2)=0$ ....(43)

ونفترض أخيرا أن دالة الرفاهية الاجتماعية هي:

$W=W(U_1, U_2)$ ....(44)

فهدف المجتمع هو الحصول على الحد الأعلى من (44) تحت الشرط المعطى بالمعادلة (43) فتكون الدالة:

$W^*= W[U_1(q_{11},q_{12},x_1^0\text{-}x_1), U_2(q_{21},q_{22}, x_2^0\text{-}x_2)] +\lambda F(q_{11}+q_{21}, q_{12}+q_{22}, x_1+x_2)$

وبوضع الاشتقاقات الجزئية لهذه الدالة مساوية لصفر:

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{11}} = W_1 \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} + \lambda F_1 = 0$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{12}} = W_1 \frac{\partial U_1}{\partial q_{12}} + \lambda F_2 = 0$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial x_1} = -W_1 \frac{\partial U_1}{\partial (x_1^0\text{-}x_1)} + \lambda F_3 = 0$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{21}} = W_2 \frac{\partial U_2}{\partial q_{21}} + \lambda F_1 = 0$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial q_{22}} = W_2 \frac{\partial U_2}{\partial q_{22}} + \lambda F_2 = 0$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial x_2} = -W_2 \frac{\partial U_2}{\partial (x_2^0 - x_2)} + \lambda F_3 = 0 ....(45)$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial} = F(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{22}, x_1 + x_2) = 0$$

يمكن افتراض أن النظام المعطى بالمعادلات السبعة في (45) يمكن إيجاد حل المتغيرات السبعة. فيمكن تحديد أمثلية الرفاهية بصورة كاملة كنتيجة لتقديم التحكيمات التقييمية للتوزيع على شكل دالة الرفاهية الاجتماعية. ومن السهل إثبات أن توزيع الموارد الناتج يمثل أمثلية باريتو فإذا حركنا الحدود الثانية للمعادلات الستة الأولى في (45) إلى اليمين ثم قسمنا المعادلة الأولى بالثانية والثالثة والرابعة بالخامسة والسادسة على التوالي:

$$\frac{\partial U_1 / \partial q_{11}}{\partial U_1 / \partial q_{12}} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\partial U_2 / \partial q_{21}}{\partial U_2 / \partial q_{22}} \qquad \frac{\partial U_1 / \partial q_{11}}{\partial U_1 / (x_1^0 - x_1)} = \frac{F_1}{F_3} = \frac{\partial U_2 / \partial q_{11}}{\partial U_2 / (x_2^0 - x_2)}$$

فال MRS MRS تكون هي نفسها لكل المستهلكين وتساوي RPT المقابلة لها فالمعدل الذي يعوض به المستهلكون وقت الفراغ (ضد العمل) من أجل السلع يساوي MP للعمل، فهذا يثبت أمثلية باريتو لو تحققت شروط الدرجة الثانية.

2- ما يفضله المجتمع وما هو على سواء بالنسبة له:

لقد بذل الاقتصاديون مجهودا طيبا في خلق ما يشبه منحنيات السواء الخاصة بالأفراد لحالة المجتمع. ولقد حاولوا في اشتقاق خطوط الارتفاعات المتساوية في فضاء السلع والذي يمثل مجموعات بديلة ومختلفة لكميات السلع بين المجتمع ككل. فنشتق خطوط الارتفاعات المتساوية لسيتوفسكي حيث نفترض أن جميع الأفراد يتمتعون بمستويات منفعة معينة وأن نواتج جميع السلع، ما عدا سلعة واحدة، تكون عند مستويات معينة. ثم نحدد أصغر

كمية من السلعة المتبقية والضرورية لمواجهة التحديدات السابقة. فالمسألة الآن هي الوضع الرياضي لاقتصاد مكون من شخصين وسلعتين، ويمكن التعبير عنه بمحاولة الحصول على الحد الأدنى من:

$q_{11}+q_{21}$

وذلك تحت الشروط التالية:

$U_1(q_{11},q_{12})-U_1^0=0$

$U_2(q_{21},q_{22})-U_2^0=0$

$q_{12}+q_{22}=q_2^0$

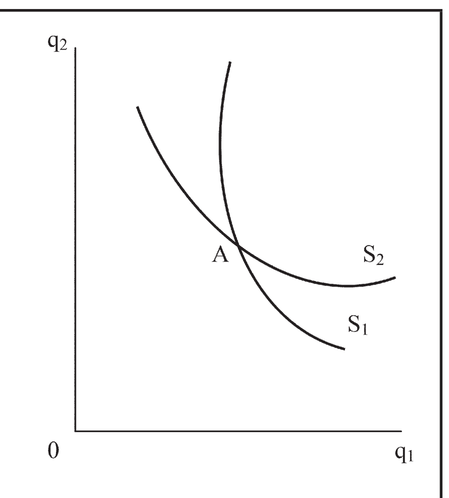
فيمكن حل هذه المسألة بتكوين الدالة التالية:

$$V= q_{11}+q_{21}+\lambda_1[U_1(q_{11},q_{12})-U_1^0] +\lambda_2[U_2(q_{21},q_2^0-q_{12})-U_2^0] \quad ....(46)$$

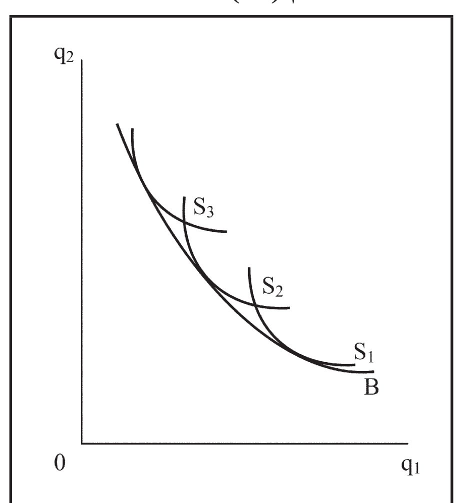
حيث أن λ_2, λ_1 هما مضاعفاا لاغرانج وبوضع الاشتقاقات الجزئية بالنسبة لـ $\lambda_2, \lambda_1, q_{11}, q_{12}, q_{21}$ مساوية لصفر، نجد أن إجمالي كمية Q_1 الأدنى والضرورية لتحقيق شروط هذه المسألة تكون عامة محددة، أي يمكن تحديدها لأنه لكل قيمة محتملة لـ $q_1 0$ فإنه يوجد قيمة مثلى مختلفة لـ q_2^0 والتي يمكن تحديدها فالمحل الهندسي لجميع النقاط (q_1^0, q_2^0) المحددة بناء على قيم معطاة لـ U_2, U_1 تكون خطوط ارتفاعات سيتوفسكي، حيث يمكن إثبات أن النقاط الموجودة على خطوط ارتفاعات سيتوفسكي تمثل أمثلية باريتو لتوزيع السلع وذلك بإيجاد الاشتقاقات الجزئية للمعادلة (46). فلو أن منحنيات السواء للفرد كانت محدبة، فإن خطوط سيتوفسكي سوف تكون هي الأخرى محدبة ولكن هذه الخطوط لا تمثل منحنيات سواء اجتماعية كما قد تظهر من أشكالها فقط. وسوف نحصل على خطوط سيتوفسكي مختلفة تماما هذا إذا كانت قيم U_1 وU_2 المحددة قد تغيرت. فلو أخذنا نقطة A على خطوط سيتوفسكي على سبيل المثال في الشكل (04).



الشكل رقم (04): خطوط سيتوفسكي



الشكل رقم (05): خط بيرجسون



لأي نقطة على S1 يجب أن تكون مجموعتي Q_1 وQ_2 موزعة بين المستهلكين بحيث أن I يتمتع بمستوى المنفعة U_1^0 وأن II يتمتع بمستوى المنفعة U_2^0 ولكن الكميات المطابقة لهذه النقطة A قد يمكن توزيعها بطريقة مختلفة بحيث ينتج عنها مستويين مختلفين للمنفعة وهما $U_1^{(1)}$ للمستهلك I و$U_2^{(1)}$ للمستهلك II وبتمام عملية الحصول على الحد الأعلى كما هو موضح بالمعادلة (46) لهاتين القيمتين U_1 وU_2 فإننا نحصل على مجموعة نقاط جديدة والتي تصف خطوط سيتوفسكي جديدة مطابقة لمستويات منفعة مختلفة خصصت للمستهلكين وهذه الخطوط الجديدة S_2 يجب أن يكون لها نقطة مشتركة مع S_1 عند نقطة A. ولكن لا يوجد سبب واحد يدعونا لأن نتوقع أن الخطين S_1 وS_2 سوف ينطبقا على امتدادهما (أي تطابق تام) وعلى هذا فإن S_1 وS_2 إن أن يتقاطعا (كما حدث عند نقطة A في الشكل (04) أو أنهما يتماسا وكلتا الحالتين لا تتماشى مع الخواص العادية لمنحنيات السواء ولا تنطبق عليهما. ويمكن التخلص من تقاطع منحنيات سواء المجتمع وذلك من خلال تقديم عملية الأمثلية وهي عملية الحصول على الحد الأقصى أو الأدنى لشيء ما.

لنفترض أن دالة رفاهية المجتمع هي $W(U_1, U_2) = W^0$ في مجتمع مكون من شخصين اثنين فقط.

ثم نجد خطوط ستيوفسكي المطابقة لجميع التوزيعات الخاصة بالمنفعتين (U_1, U_2) بحيث أن $W=W(U_1,U_2)$ وهذه الخطوط معروضة في الشكل (05)، فأقل الإحداثيات المطابقة لأي قيمة من قيم q_1 تمثل الكمية الأدنى لـ q_2 والضرورية لتأمين مستوى الرفاهية w^0 للمجموعة ولذا فإن الغلاف B المحتوي على خطوط سيتوفسكي في الشكل (05) هو المحل الهندسي لمجموعات Q_1 وQ_2 الأدنى والضرورية لتأمين مستوى الرفاهية W^0 للمجتمع ويسمى خط «بيرجسون.

يمكن حل مشكلة إيجاد نقطة الرفاهية القصوى بطريقتين متطابقتين: إما إن كل نقطة على دالة التحويل الإجمالية تعرف خليط من السلع التي يمكن الحصول عليها بالموارد المتوفرة حتى ولو اعتبرنا فقط توزيعات أمثلية باريتو للسلع فإن منحنى اتفاقية وعدد لا حصوله من الطرق يسمح بتوزيع المنفعة بين المستهلكين مطابقا لكل نقطة على دالة التحويلات الإجمالية. ثم نجد الطرق المحتملة لتوزيع المنفعة بين المستهلكين والمطابقة لجميع النقاط التي تحقق دالة التحويل ثم نختار من بين جميع توزيعات المنفعة هذا التوزيع الذي يكون عنده $W(U_1, U_2,\ldots,U_n)$ عند قيمتها العظمى. ونحصل على الحل باختبار النقاط في فراغ المنفعة. أو نحدد جميع خطوط بيروجسون فكل واحد من هذه الخطوط يوافق مستوى رفاهية مختلف ثم نختار تلك النقطة على دالة التحويل الإجمالية التي تقع على أعلى خطوط بيرجسون المحتملة وبهذا يمكن الحصول على حل باختيار النقاط في فضاء السلعة. فتطابق الطريقتين واضح من الحقيقة بأن كلاهما معادلة لعملية الحصول على الحد الأعلى من $W(U_1,\ldots,U_n)$ تحت الشروط المعطاة بدالة الإنتاج الإجمالية.

3- نظرية أرو الاستحالية:

نظرية الاستحالة لأرو رائعة ومثيرة للدهشة وهي توضح ثلاثة ميزات معقولة ومظاهر مرغوبة لآلية القرار الاجتماعية وهي تتعارض مع

الديمقراطية. لا توجد وسيلة مثالية لتجعل أن كل القرارات تكون اجتماعية بصورة مطلقة ولا توجد وسيلة مثالية لتجميع التفضيلات الفردية لجعلها تفضيل اجتماعي إذا كنا نرغب في العثور على طريقة تجمع التفضيلات الفردية لتشمل تفضيلات اجتماعية وعلينا أن نتنازل عن أحد الخواص لآلية اتخاذ القرار الاجتماعية التي تم وصفها في نظرية أرو.

لقد بحث العالم أرو في تكوين أفضليات اجتماعية وذلك بوصف أفضليات المجتمع والفرد وذلك في حدود ترتيب الحالات البديلة المكونة بالعلاقة أنه مفضل على الأقل مثل، فدوال رفاهية المجتمع والمنفعة ما هي إلا حالات خاصة لهذه العلاقة العامة.

توجد طرق عديدة لتكوين ما يفضله المجتمع وذلك مما يفضله الفرد الواحد في المجتمع فقد يحدد ما يفضله المجتمع ديكتاتورا، أو بأغلبية أصوات أعضاء المجتمع فمن الممكن تحديد ما يفضله المجتمع بالتصويت ويعتمد عدد الأصوات التي يدلي بها الفرد على حرف الهجاء الذي يبدأ به اسم عائلته. فالناس الذين يبدأ اسم عائلتهم بالحرف (أ) مثلا يمكن لهم الإدلاء بصوت واحد والذين بدأ أسمائهم بالحرف (ب) يمكن لهم بالإدلاء بصوتين، وهكذا فمن الواضح أن ليس جميع الطرق التي تؤدي إلى ما يفضله المجتمع عبر ما يفضله الفرد تكون متساوية في الرغبة والقبول أو درجة المعقولية. ولقد نص أرو على خمسة بديهيات، والتي اعتقد أن تركيبات ما يفضله المجتمع يجب أن تحققها لتلقى أدنى درجة من درجات القبول وضع هذه البديهيات الخمس كما يلي:

3-1- بديهية الترتيب الكامل: كما هو الحال في حالة الفرد، فإن ما يفضله المجتمع يجب أن يخضع للترتيب الكامل وذلك عن طريق العلاقة «أنه مفضل على الأقل اجتماعيا مثل..» ولذا يجب أن يحقق شروط التكامل والانعكاس والتعد، فترتيب باريتو، والذي ينص على التوزيع A يكون مفضلا اجتماعيا على التوزيع B إذا كانت منفعة شخص واحد على الأقل أكبر في A وأن منفعة أي شخص آخر لم تنخفض ليست تكاملية ولهذا فإنها لا تحقق هذه البديهة.

3-2- **بديهية التجاوب لما يفضله الفرد**: نفترض أن A تكون منفصلة اجتماعيا على B وذلك لمجموعة معطاة ما يفضله الفرد. فلو أن الترتيبات الفردية قد تغيرت بحيث أن فردا واحدا على الأقل فضل A بترتيب أعلى مما سبق وأن أحدا آخر لم يقلل من ترتيب أفضلية A فإن A يجب أن تظل مفضلة اجتماعيا على B وهذه البديهة سوف لا تتحقق لو أنه وجد بعض الأفراد الذين يميزهم المجتمع عنصريا بحيث أنه في حالة أن رغبتهم لبعض البدائل قد ازدادت نسبه لبعض البدائل الأخرى فإن أفضلية المجتمع لذلك البديل المفضل من تلك الجماعة سوف تنخفض.

3-3- **بديهية عدم الديكتاتورية**: إن أفضليات المجتمع يجب أن لا تعكس أفضليات شخص واحد فقط أي أنه ليس بالصحيح أن ما يفضله المجتمع من تفضيل A على B إذا كان فقط ما يفضله الفرد i من تفضيل A على B فلو أن هذه البديهة لم تتحقق فإن الفرد i هذا لابد وأن يكون ديكتاتورا.

3-4- **بديهية عدم فرض الرأي**: إن أفضليات المجتمع يجب أن لا تفرض بدون الرجوع باستقلال إلى أفضليات الفرد. فلو أنه لم يكن هنا فرد يفضل B على A ولكنه يوجد فرد واحد على الأقل يفضل A على B فإن على المجتمع أن يفضل A على B وتضمن هذه البديهية أن أفضليات المجتمع تحقق ترتيب باريتو. نضع A تكون التوزيع بحيث أن ليس لأي عضو من أعضاء المجتمع منفعة أقل من المنفعة الناتجة من i وأن عضوا واحدا على الأقل من الأعضاء يكون له مستويات أعلى. وتتطلب هذه البديهية أن المجتمع يفضل A على B.

3-5- **بديهية استقلالية البدائل غير الوثيقة الصلة**: إن الحالة الأكثر تفضيلا بين مجموعة من البدائل يجب أن تكون مستقلة عن وجود البدائل الأخرى، نفترض أنه في حالة توفر البدائل C, B, A فإن المجتمع يفضل A على B على C فلو أن C لم تكن متوفرة بعد، فإنه ليس صحيحا أن المجتمع عندئذ سوف يفضل B على A.

إن بديهيات أرو تعكس أحكاما تقييمية ولكنها تبدوا معقولة وجذابة بديهيا لمعظم الاقتصاديين ولكن لسوء الحظ. فإن نظرية الاستحالة هذه تنص على أنه عامة ليس من المجتمع إيجاد أفضليات مجتمع تحقق الخمس بديهيات جميعا. فهناك بعض أفضليات أفراد تحقق بديهيات أرو كأفضليات مجتمع ما ولكن هناك مجموعات أخرى لا تحققها فلو أن أحد بديهيات أرو (ماعدا بديهية الترتيب الكامل) قد حذفت فإنه من الممكن أن تكون أفضليات مجتمع تحقق البديهيات الأربعة المتبقية من أي مجموعة من مجموعات أفضليات الفرد. فلو أننا حذفنا بديهية عدم فرض الرأي فقد تكون أفضليات مجتمع تعطي دائما نفس الترتيب لكل بديل وتكون هذه الأفضلية مفروضة على المجتمع ولو أننا حذفنا بديهية عدم الديكتاتورية فإن أفضليات المجتمع سوف تساوي أفضليات بعض الأفراد فلو أننا حذفنا البديهية رقم (5) فإن أفضليات المجتمع قد تعرف كمتوسط مرجح لأفضليات الفرد.

توجد هناك طريقة أخرى للعمل حول نظرية أرو والطريقة هي تحديد أفضليات الفرد بحيث أن أفضليات المجتمع التي تحقق البديهيات الخمسة يمكن تركيبها دائما فأحد الاحتمالات هو أن نفترض أن جميع الأفراد سوف يعينون دائما بنفس الترتيب لكل بديل ولكن توجد بدائل أخرى ولكنها أكثر تعقيدا.

4 - توزيع الدخل والعدالة:

لقد اعتقد كثير من الاقتصاديين وحتى وقت قريب جدا بأن مقارنات المنفعة الشخصية المتداخلة هي خارج نطاق التحاليل الاقتصادية وكنتيجة لذلك فإنهم لم يقولوا الكثير عن توزيع الدخل والعدالة ولكن هذه النظرات قد تغيرت على كل حال وبدأت هذه المواضيع في الدخول بوضوح في النظرية الاقتصادية فعلى الجانب المتطرف جدا تجد قاعدة (أو مبدأ) رولز Rawls عن العدالة الاجتماعية والتي تنص على أن المجتمع ليس بأحسن حالا مما عليه أسوأ لأعضاء حالا. فتكون دالة الرفاهية الاجتماعية المقابلة هي:

$W= \min(U_1, U_2,\ldots,U_n)$ ....(47)

حيث أن مؤشرات المنفعة القياسية لأعضاء المجتمع وعددهم n قد افترض أنه يمكن مقارنتها وهذه الدالة تكون قائمة على مبدأ المساواة التامة بين البشر بدرجة عالية، فالحصول على الحد الأعلى من (47) سوف ينتج عنه مستويات منفعة متساوية لجميع أعضاء المجتمع وذلك في غياب الإنتاج، لأنه قد توجد بعض التباينات في مجتمع يكون فيه خاصية الإنتاج هذا إذا أمدت هذه التباينات المجتمع بدوافع إنتاجية كافية. لنعتبر صنفا من دوال الرفاهية الاجتماعية ذات خاصية الإضافة الشديدة والمعطاة كما يلي:

$W = \sum_{i=1}^{n} U_1^0$ ....(48)

حيث أن مؤشرات المنفعة القياسية سوف تكون موجبة بانضباط فمن الممكن اشتقاق بعض الخواص من (48) ولكن التحاليل الكاملة سوف تتطلب مواصفات المؤشرات المنفعة الفردية فأحد الاحتمالات هو أن تدع كل منفعة فردية أن تكون دالة خطية ومتجانسة وبدلالة الدخل.

$U_i= \beta_i y_i$ $(i=1,\ldots,n)$ ....(49)

حيث أن β_i هي المنفعة الحدية الموجبة الثابتة للمستهلك i والتي تعكس طاقة المستهلك i للاستمتاع بدخله وبتعويض (49) في (48) فإن هذا سوف يسمح لرفاهية المجتمع في أن يعبر عنها بدلالة مستويات الدخل الفردية:

$W = \sum_{i=1}^{n} \beta_i^\alpha y_i^\alpha$ ....(50)

الآن نوزع الدخل للحصول على الحد الأعلى من الرفاهية الاجتماعية تحت شرط الميزانية الإجمالية ثم نكون دالة لاغرانج التالية:

$$L = \sum_{i=1}^{n} \beta_i^\alpha y_i^\alpha + \delta\left(y^0 - \sum_{i=1}^{n} y_i\right)$$

وبوضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية لصفر فإن:

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = \alpha\beta_i^\alpha y_i^{\alpha-1} - \delta = 0 \quad (i = 1, \ldots, n)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = y^0 - \sum_{i=1}^{n} y_i = 0$$

فنكون بذلك قد ساوينا بين رفاهية المجتمع الحدية للدخل لكل فرد بـ δ وبتقييم متطلبات الحد الأصغر الرئيسي الأول لشروط الدرجة الثانية.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y_2^2} = \alpha(\alpha - 1)(\beta_1^\alpha y_1^{\alpha-2} + \beta_2^\alpha y_2^{\alpha-2}) < 0$$

حيث أنها تتحقق فقط لـ $0<\alpha<1$ ولهذا فإن شروط الدرجة الثانية تتطلب بأن تكون (50) دالة مقعرة بانضباط لمستويات الدخل الموجبة. وبالرغم من أن قيم α خارج مجال الوحدة المفتوح ممكنة، فإن التركيز هنا سوف يكون محددا للقيم التي تقع ضمن هذا المجال. فإذا كانت قيم b هي نفسها لجميع المستهلكين فإن مساواة الدخل تتحقق لأي قيمة من قيم a ضمن هذا المجال. فلو أن قيم b اختلفت فإن درجة مساواة الدخل ستكون بعلاقة عكسية بـ a وبحل شروط الدرجة الأولى المناسبة لقيم y_i/y_j:

$$\frac{y_i}{y_j} = \left(\frac{\beta_i}{\beta_j}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

فكلما اقتربت a من صفر $\alpha\to0$ فإن (y_i/y_j) سوف تقترب من (1) $(y_i/y_j)\to1$ وهذه هي حالة مساواة الدخل الكاملة، أما كلما اقتربت a من (1) $\alpha\to1$ فإن (y_i/y_j) سوف تقترب من صفر $(y_i/y_j)\to0$ أو وهذا يعتمد على ما إذا كانت β_j أقل من أو أكبر من β_i.

مثال: لنعتبر مثال الشخصين بحيث أن: $U_1=2y_1$ وأن $U_2=y_2$ وهذا يعني أن وحدة نقدية من الدخل للمستهلك I سوف يعطيه ضعف المنفعة التي تعطيها وحدة نقدية للمستهلك II ففي هذه الحالة.

$$\frac{y_1}{y_2} = 2^{\alpha/(1-\alpha)} \quad \text{و} \quad y_1 = \frac{2^{\alpha/(1-\alpha)}}{1 + 2^{\alpha/(1-\alpha)}} y^0$$

فالمستهلك I يستلم 89 في المائة من إجمالي الدخل إذا كانت α=0.75 ويستلم 67 في المائة إذا كانت: α=0.5 ويستلم 56 في المائة إذا كانت: α=0.25 ويستلم 50.2 في المائة إذا كانت: α=0.01.

سابعا: نظرية الثاني في ترتيب الأفضلية

من الممكن تحقيق عائدا اجتماعيا موجبا وذلك بالتحرك من توزيع باريتو غير الأمثل إلى توزيع باريتو الأمثل. ولهذا فإنه دائما نعتبر تحقيق شروط باريتو بمثابة الهدف الاجتماعي الذي نسعى إليه في أي حركة نقوم بها. فقد يحدث أن شرطا أو أكثر من شروط باريتو لن يتحقق بسبب الضوابط التأسيسية أو الإنشائية فلا يمكن الحصول على الوضع الأفضل للرفاهية في هذه الحالة ولذا فإنه من المهم جدا البحث عما إذا كان من المحتمل الحصول على وضع ثاني في الأفضلية وذلك بتحقيق شروط باريتو المتبقية وتنص نظريات الثاني في الأفضلية على أنه لا: إذا كان شرطا أو أكثر من الشروط الضرورية لأمثلية باريتو لم يتحقق. وعموما فإنه ليس ضروريا ولا مرغوبا أن نحقق الشروط المتبقية.

نوضح المميزات الهامة لنظرية الثاني في الأفضلية لنظام مبسط مكون من مستهلك واحد ودالة إنتاج ضمنية واحدة وعدد n من السلع وكمية عرض ثابتة لأحد العوامل الأكثر كمالا والمقدمة في أولا، ويمكن الحصول على الشروط الضرورية لأمثلية باريتو وذلك بالحصول على الحد الأعلى من منفعة المستهلك تحت شرط دالة الإنتاج ثم نكون دالة لاغرانج التالية:

$$L=U(q_1,\ldots,q_n)-\lambda F(q_1,\ldots,q_n, x^0)$$

وبوضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية لصفر:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = U_i - \lambda F_i = 0 \qquad i = 1, \ldots, n \qquad \ldots\ldots\ldots(51)$$

حيث أن: $U_i = \partial U/\partial q_i$ وأن: $F_i = \partial F/\partial q_i$ فيتبع أن:

$$\frac{U_i}{U_j} = \frac{F_i}{F_j} \qquad i,j = 1, \ldots, n \ldots\ldots\ldots(52)$$

فلو تحققت (51) فإن MRS لكل زوج من السلع سوف يساوي RPT المقابل، نفترض أن الشروط التأسيسية عاقت الحصول على أحد شروط (51) وليكن الشرط الأول. فيمكن التعبير عن الفشل في تحقيق هذا الشرط بطرق متعددة فأحد أبسط هذه الطرق هو افتراض أن:

U_1-kF_1=0 ....(53)

حيث أن k هي ثابت موجب مختلفا من قيمة 1 المثلى والمعطاة من حل (51) وحل دالة الإنتاج.

يمكن الحصول على شروط الثاني في الأفضلية بالنسبة للرفاهية بالنسبة المثلى وذلك بالحصول على الحد الأعلى من المنفعة تحت شروط دالة الإنتاج الإجمالية وكذلك (53) ثم نكون دالة لاغرانج.

$$L=U(q_1,\ldots,q_n)-\lambda F(q_1,\ldots,q_n,x^0)-\mu(U_1-kF_1)$$

حيث أن 1 وm هما مضاعفا لاغرانج غير المحددة وبوضع اشتقاقاتها الجزئية مساوية لصفر:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = U_i\text{-}\lambda F_i\text{-}\mu(U_{1i}\text{-}kF_{1i}) = 0 \qquad i = 1, \ldots, n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \text{-}F(q_1, \ldots, q_n, x^0) = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \mu} = \text{-}(U_1\text{-}kF_1) = 0 \text{ ....(54)}$$

فأي حل لهذا النظام لا يمكن أن يكون له μ=0 وبتحريك الحدين الآخرين في كل معادلة من معادلات (54) إلى جانب الأيمن ثم قسمة المعادلة i بالمعادلة j:

$$\frac{U_i}{U_j} = \frac{\lambda F_i+\mu(U_{1i}\text{-}kF_{1i})}{\lambda F_j+\mu(U_{1j}\text{-}kF_{1j})} \qquad i, j = 1, \ldots, n\text{........(55)}$$

عموما فإننا لا نعرف شيئا مسبقا عن إشارات الاشتقاقات الجزئية المتداخلة F_{1i}, F_{1j}, U_{1i}, U_{1j} ولهذا فإنه لا يتوقع عموما أن نتطلب شروط باريتو الاعتيادية للحصول على أمثلية الثاني في الأفضلية. ولقد استخدمت نظريات الثاني في الأفضلية للتساؤل عن الرغبة في سياسات التوازن الجزئي والتي قد تستخدم في الحصول على شروط باريتو على أساس التجزئية وذلك

للأسواق المعتبرة في انعزال فالنقيض المضاد لهذا هو أنه بالرغم من أن سياسة التجزئية لا تتحقق عموما إلا أنها تتحقق لكثير من الحالات المعنية فعلى سبيل المثال، نفترض أن السلع الموجودة قد رقمت بحيث أن انتهاكات حرمة باريتو في الاستهلاك محددة على السلعة Q_i $i \leq h$, وتكون انتهاكات حرمة باريتو في الإنتاج محددة على السلعة Q_i $i \leq k$. فإذا كانت دالتي المنفعة والإنتاج بحيث أنهما انفصاليتين بضعف:

$$U=U[U_1(q_1,\ldots,q_h), U_2(q_{n+1},\ldots\ldots,q_n)]$$

$$F[F_1(q_1,\ldots..,q_k), F2(q_{k+1},\ldots..,q_n,x^0)]=0$$

فتكون شروط باريتو (52) محققة لجميع السلع ذات المؤشر $i>\max(h,k)$ وتكون التحاليل الجزئية محققة لهذه السلع. فالمؤيدون لسياسة التجزئة يناقشوا بأن شروط باريتو تعطي إرشادات معقولة للسياسة لـ Q_i $i \neq 1$, إذا كانت Q_i قريبة جدا من سلعة لم تتحقق فيها شروط باريتو اعتبر الآن اشتقاق q_i في (54) فالحد داخل القوس يعكس تأثير انتهاك حرمة شرط باريتو فلو كان هذا الحد صغيرا نسبة إلى الحدود الأخرى، فإنه يمكن مناقشة أن الشرط المنتهك حرمته قد يهمل عند تكوين سياسة لـ Q_i. فاللبان وعربات السكة الحديد على سبيل المثال تكون متقاربة بنسبة بعيدة جدا في الاستهلاك والإنتاج ولهذا فإن السياسة لصناعة عربات السكة الحديد يجب ألا تتأثر بالتنافس غير الكامل في صناعة اللبان.

قائمة المراجع

1/ باللغة العربية:

- جيمس هندرسون، ريتشارد كواندات، نظريات اقتصاديات الوحدة، ترجمة متوكل مهلهل، الدار الدولية للنشر والتوزيع، القاهرة: مصر، 1983.
- ابتسام الطيب الجاك أحمد، محاضرات في الاقتصاد الجزئي 02، الفصل الدراسي السادس «انتساب»، قسم الاقتصاد، كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية، جامعة القضارف: السودان، ديسمبر 2014.
- إبراهيم سليمان قطف، علي محمد خليل، مبادئ الاقتصاد الجزئي، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، ط01، 2004.
- أبو بكر محمود الهوش، اقتصاديات المعلومات والمعرفة، دار المريخ للنشر، الرياض: المملكة العربية السعودية، 2013.
- أحمد فوزي ملوخية، الاقتصاد الجزئي، مكتبة بستان المعرفة طباعو ونشر وتوزيع الكتب، الإسكندرية: مصر، 2005.
- إدوين مانسفيلد، الاقتصاد التطبيقي في ادارة الاعمال، ترجمة جورج فهمي رزق، المكتبة الاكاديمية، القاهرة: مصر، ط01، 1999.
- إياد عبد الفتاح النسور، مبارك بن فهيد القحطاني، سلوك المستهلك: المؤثرات الاجتماعية والثقافية والنفسية والتربوية، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، 2013.
- إيمان عطية ناصف، النظرية الاقتصادية الجزئية، دار الجامعة الجديدة الأزاريطة، الاسكندرية: مصر ، 2008.
- برحومة عبد الحميد، مبادئ الاقتصاد الجزئي، الجزء الاول، دار الهدى للطباعة والنشر والتوزيع، عين مليلة: الجزائر، ط01، 2013.
- برحومة عبد الحميد، مبادئ الاقتصاد الجزئي، الجزء الثاني، دار الهدى للطباعة والنشر والتوزيع، عين مليلة: الجزائر، ط01، 2013.
- جي هولتن ولسون، الاقتصاد الجزئي: المفاهيم والتطبيقات، ترجمة كامل سلمان العاني، دار المريخ للنشر، الرياض: م ع س، 2006.
- حسين عمر، الرفاهية الاقتصادية: بحث في الأسس العلمية والتطبيقات العملية لرفاهية الفرد والمجتمع، دار الفكر العربي، القاهرة: مصر، 1999.

- دافيـد ليدلر، مقدمـة في الاقتصاد الجزئي، ترجمة محمد عزيز ومحمد سـالم كعيبة، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت: لبنان، ط01، 1996.
- دومينيك سالفاتور، نظرية اقتصاديات الوحدة: نظريات واسئلة، ترجمة سعد الدين محمد الشيال، ديوان المطبوعات الجامعيية، الجزائر العاصمة: الجزائر، 1983.
- شمعون شـمعون، الرياضيات الاقتصادية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر العاصمة: الجزائر. بدون سنة نشر
- عاصم بن طاهر عرب، محمود عبد الحميد حسـن، مقدمة في مبادئ الاقتصاد الرياضي: النظرية الجزئية، مطابع الملك سعود، الرياض: م ع س، ط02، 2006.
- عبـد الرزاق شربجي، الاقتصاد القياسي التطبيـقي، دار العلم للملايين، بيروت: لبنان، ط01، 1985.
- عدنان كريم نجم الدين، الاقتصاد الرياضي: مدخل كمي تحليلي، الطبعة الثالثة، دار وائل للنشر، عمان: الاردن، 2009.
- علي يوسف خليفة، احمد زبير جعاطة، النظرية الاقتصادية: التحليل الاقتصادي الجزئي- الوصفي والاقتصاد الرياضي، منشأة المعارف، الإسكندرية: مصر، ط01، 2000.
- عمر صخـري، مبـادئ الاقتصاد الجـزئي الوحدوية، ديـوان المطبـوعات الجامعية، الجزائر:العاصمة، 1995.
- فردريك تلون، مدخل إلى الاقتصاد الجزئي، ترجمة وردية واشـد، مجد المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت: لبنان، ط01، 2008.
- مجيد الكرخي، التحليل الكمي الاقتصادي: العلاقات الخطية- التفاضل-، الجزء 01، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، 2015.
- مجيد الكرخي، التحليل الكمي الاقتصادي: العلاقات غير الخطية- التفاضل-، الجزء 02، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، 2015.
- مجيد الكرخي، التحليل الكمي الاقتصادي: العلاقات غير الخطية- التكامل-، الجزء 03، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، 2015.
- محمد جصاص، محـاضرات في الاقتصاد الجزئي 01، مقدمة لطلبة السـنة الأولى جذع مشترك، كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة قسنطينة 02: الجزائر، 2017.

- محمد سحنون، مبادئ الاقتصاد الجزئي: دروس وتمارين محلولة، دار بهاء الدين للنشر والتوزيع، قسنطينة: الجزائر، ط01، 2003.
- محمد علي الليثي، النظرية الاقتصادية الجزئية، الدار الجامعية، القاهرة: مصر، 2005.
- محمد علي الليثي، مقدمة في الاقتصاد الرياضي، دار الجامعات المصرية، القاهرة: مصر، 1968.
- محمد منصور أبو جليل، إيهاب كمال هيكل، إبراهيم سعيد عقل، خالد عطا الله الطراونة، سلوك المستهلك: واتخاذ القرارات الشرائية» مدخل متكامل»، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، ط01، 2013.
- محمود حسن صوان، أساسيات الاقتصاد الجزئي، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، ط02، 2003.
- بول ساموبلسون، ويليام نوردهاوس، الاقتصاد، ترجمة هشام عبد الله، الأهلية، عمان: الأردن، 2001.
- محمود حسين الوادي، احمد عارف العساف، وليد احمد صافي، الاقتصاد الجزئي، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان: الأردن، ط03، 2012.
- مختار محمد متولي، الأساليب الرياضية للاقتصاديين، مطابع جامعة الملك سعود، الرياض: م ع س، ط01، 1993.
- منى محمد علي الطائي، الاقتصاد الإداري، اقتصاديات الإدارة الإستراتيجية، دار زهران، عمان، 2005.
- منى محمد علي الطائي، التحليل الاقتصادي الجزئي: نظريات، سياسات، تطبيقات، دار زهران للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، 2008.
- منى محمد علي الطائي، التحليل الاقتصادي للطلب: دراسات في النظرية والنماذج والإدارة، مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع، عمان: الأردن، 1994.
- منى محمد علي الطائي، محاضرات في التحليل الاقتصادي الجزئي، غير منشورة، جامعة بغداد، 1992.
- نعمة الله نجيب إبراهيم، النظرية الاقتصادية: الاقتصاد التحليلي الوحدوي، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية: مصر،2005.
- هيل أرفاريان، الاقتصاد الجزئي، ترجمة منصور الطاهر محمد خير، مراجعة محمود حامد عبد الرزاق، دار حميثرا للنشر، القاهرة: مصر، ط01، 2016.

2/ باللغة الأجنبية:

- R. Stone, Linear Expenditure Systems, Economic Journal, 1954.

- Edward J. Mishan, Theories Of Consumer Behavior, A Cynical View, Published by: Wiley on behalf of The London School of Economics and Political Science and The Suntory and Toyota International Centres for Economics and Related Disciplines. New Series, Vol. 28, N. 109, (Feb., 1961).

- H.S. Houthakker And L.D Taylor, Consumer Demand In The United States, Harvard University Press, Cambridge, Mars, 1966.

- I,M. D. Little, A Critique of Welfare Economics, Oxford, 1950.

- J. Von New Man And Oskar Morgen Stern, Theory of Games and Economic Behavior, 2nd, Princeton University Press, 1947.

- K. Lancaster, A New Approach To Consumer Theory, Journal Of Political Economy, 1966.

- K. Lancaster, Variety, Eguity And Efficiency, Oxford, Basil Black Well, 1979.

- M. Henderson and R.E Quandt H. S. Houthakker, Revealed Preference and the Utility - -----.

- Mark Blaug, Economic Theory, Irwin Home Wood, Illinois, 1962.

- Mary Douglas & P. Baron, The World of Goods, Sherwood & Basic Book, New York, 1979.

- Nikholson, Snyder, Luke, Wood. Microeconomics, South- Western, Cengage Leraning, Pat Bond, U K, 2009.

- R. Stone ,D.P. Powe, The Durability of Consumer's Durable Goods, Economic Journal, ,Econometrica, 1966.

- Sen Amarty, Commodities And Capabilities, North Holland, 1985.

- SPS Cauhan, Microeconomics An Advanced Treatise, PHI Learning Private Limited, Delhi, 2 nd Edition, 2016.

- Veblen Thorsein, The Theory of Leisure Class, Macmillan, 1967.

- William J ,Baumol, Englewood Cliffs, Economic Theory and Operations Analysis, New Jersey: Prentice-Hall, Inc,, N. J., 1961.

- William J. Baumol, and Yale M. Braunstein, Empirical Study of Scale Economies and Production Complementarily: The Case of Journal Publication, Volume 85, Number 5 , Oct 1977.

-David R, In Readings In Micro Economics,. Kamerschen (Ed). John Wiley, New York, USA, 1969.